

SÉRIE PROVAS E CONCURSOS

Aprendendo Matemática Financeira

TEORIA E MAIS DE 350 QUESTÕES COM GABARITO

2ª EDIÇÃO REVISTA E ATUALIZADA

**Luiz Missagia &
Francisco Velter**

Cadastre-se em **www.elsevier.com.br**
para conhecer nosso catálogo completo,
ter acesso a serviços exclusivos no site
e receber informações sobre nossos
lançamentos e promoções.

SÉRIE PROVAS E CONCURSOS

Aprendendo Matemática Financeira

TEORIA E MAIS DE 350 QUESTÕES COM GABARITO

2ª EDIÇÃO REVISTA E ATUALIZADA

**Luiz Missagia &
Francisco Velter**



© 2012, Elsevier Editora Ltda.

Todos os direitos reservados e protegidos pela Lei nº 9.610, de 19/2/1998.

Nenhuma parte deste livro, sem autorização prévia por escrito da editora, poderá ser reproduzida ou transmitida sejam quais forem os meios empregados: eletrônicos, mecânicos, fotográficos, gravação ou quaisquer outros.

Revisão Gráfica: Daniela Marrocos

Copidesque: Irênio Silveira Chaves

Editoração Eletrônica: SBNigri Artes e Textos Ltda.

Coordenador da Série: Sylvio Motta

Elsevier Editora Ltda.

Conhecimento sem Fronteiras

Rua Sete de Setembro, 111 – 16º andar

20050-006 – Centro – Rio de Janeiro – RJ – Brasil

Rua Quintana, 753 – 8º andar

04569-011 – Brooklin – São Paulo – SP – Brasil

Serviço de Atendimento ao Cliente

0800-0265340

sac@elsevier.com.br

ISBN 978-85-352-5949-0 (recurso eletrônico)



Nota: Muito zelo e técnica foram empregados na edição desta obra. No entanto, podem ocorrer erros de digitação, impressão ou dúvida conceitual. Em qualquer das hipóteses, solicitamos a comunicação ao nosso Serviço de Atendimento ao Cliente, para que possamos esclarecer ou encaminhar a questão.

Nem a editora nem o autor assumem qualquer responsabilidade por eventuais danos ou perdas a pessoas ou bens, originados do uso desta publicação.

CIP-Brasil. Catalogação-na-fonte.
Sindicato Nacional dos Editores de Livros, RJ

V557a

Velter, Francisco

Aprendendo matemática financeira [recurso eletrônico] / Francisco

Velter, Luiz Roberto Missagia. – Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.
recurso digital (Provas e concursos)

Formato: PDF

Requisitos do sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-85-352-5949-0 (recurso eletrônico)

1. Matemática financeira – Problemas, questões, exercícios. 2.
Serviço público – Brasil – Concursos. 3. Livros eletrônicos. I. Missagia,
Luiz Roberto. II. Título. III. Série.

12-0507.

CDD: 513.7

CDU: 51-7

Dedicatórias

Dedico cada número deste livro à minha amada esposa Ana, que sempre me apoiou nos meus projetos.

À minha filha Aline, a quem o livro pode servir em sua caminhada.

Aos meus pais, pela educação que me deram.

Francisco Velter

Ao meu pai, Luiz Carlos, que me incentivou desde o início a prestar concurso para auditor fiscal da Receita Federal.

À minha mãe, Maria Albertina, educadora por excelência, exemplo de gestão educativa de escola pública, por tudo o que fez por mim.

À minha esposa, Isabela, e ao meu filho, Rafael, que conferiu novo sentido à minha vida.

A todos aqueles que fazem do ensino uma arte em prol do crescimento do ser humano.

Luiz Roberto Missagia

página deixada intencionalmente em branco

Agradecimento

Ao meu mestre, Luiz Afonso (Professor da UFSM), por me mostrar os caminhos da Matemática Financeira.

Aos meus alunos, pela colaboração e pelas críticas apresentadas.

Ao Vicente Paulo e Marcelo Alexandrino, pela oportunidade concedida de exteriorizar o meu trabalho por meio da *Internet*.

Francisco Velter

Aos cursos especializados em concursos, que se dedicam com seriedade e honestidade à árdua tarefa de preparar os alunos para os mais difíceis certames. Neste universo, destaco alguns com os quais tive a oportunidade de colaborar, como é o caso do Curso CEP (Vitória-ES), Curso Formação (São Paulo-SP) e Márcia Oliveira (Porto Alegre-RS).

Aos mestres Vicente Paulo e Marcelo Alexandrino, que revolucionaram a forma de preparar candidatos para concursos, e reduziram distâncias quanto ao acesso a material preparatório de qualidade, com a concepção de *sites* especializados em concursos, como é o caso do www.pontodosconcursos.com.br.

Ao pessoal da Editora Campus/Elsevier, pelo apoio e profissionalismo.

Luiz Roberto Missaglia

página deixada intencionalmente em branco

Os Autores

Francisco Velter é auditor fiscal da Receita Federal, co-autor dos livros *Manual de Contabilidade*, *Contabilidade Avançada*, *Contabilidade de Custos*, *Análise das Demonstrações Contábeis* e *Contabilidade Geral – Provas Resolvidas*, ambos da Editora Elsevier/Campus, professor de Contabilidade e Matemática Financeira, instrutor da Escola de Administração Fazendária – Esaf em cursos de formação, instrutor em cursos de aperfeiçoamento em contabilidade na Receita Federal.

Luiz Roberto Missagia é auditor fiscal da Receita Federal, co-autor dos livros *Manual de Contabilidade* e *Contabilidade Geral – Provas Resolvidas*, ambos da Editora Elsevier/Campus, professor de cursos preparatórios para concursos, instrutor da Escola de Administração Fazendária – Esaf em cursos de formação de Auditor Fiscal (AFRF) e Técnico da Receita Federal (TRF), instrutor em treinamentos especializados na Receita Federal.

página deixada intencionalmente em branco

Apresentação

Esta obra é fruto de um trabalho que teve início antes mesmo da nossa aprovação no concurso de Auditor Fiscal da Receita Federal. Isto porque, para obter sucesso em tal tarefa, foram necessárias inúmeras consultas a materiais diversos, tais como provas de outros concursos, livros, notas de aula, resumos etc.

Após o ingresso na carreira, o trabalho continuou, objetivando a organização de um material que auxiliasse a preparação de candidatos para os próximos concursos da Receita Federal, do INSS, do ICMS e de outros que envolvam a disciplina de Matemática Financeira. A idéia do livro surgiu, então, da nossa junção de esforços para oferecer aos estudantes um material atualizado, de qualidade ímpar, com muitos exercícios propostos e, ao final, a resolução de **todos** eles; enfim, um produto que proporcionasse ao usuário uma preparação diferenciada. É isso mesmo. Todos os exercícios estão resolvidos no final do livro.

O enfoque do livro é aquele dado pelas principais organizadoras de concursos como a ESAF (Escola de Administração Fazendária) e o CESPE/UnB às suas provas. Vale frisar que a abordagem é bastante extensa, podendo servir como referência e fonte de informação aos estudantes em geral de qualquer curso de graduação em que a disciplina faça parte do currículo.

A Matemática Financeira não é exatamente uma disciplina dinâmica, por isso, foi necessário inserir alguns exercícios de provas remotas.

Os estudantes terão à disposição, ainda, mais material atualizado desta e de outras matérias, na *Internet*, por meio do *site* www.pontodosconcursos.com.br, do qual somos professores convidados, e que oferece aulas gratuitas de especialistas em concursos. Com nossa experiência na área de concursos, sabemos que não há tempo a perder e que a concorrência é enorme, sendo necessário não só o estudo com afinco, mas, sobretudo, planejamento e organização para que se atinja o objetivo esperado.

Um bom estudo a todos!

página deixada intencionalmente em branco

Palavras da Coordenação da Obra

Missagia e Velter são autores e professores consagrados em todo o país. Agora nos brindam com mais uma obra que merece destaque na biblioteca de todo estudante ou profissional que precisa aprender (ou reaprender) matemática financeira.

A obra parte dos conceitos mais básicos e, gradativamente, conduz o leitor para concepções mais abrangentes e complexas. As questões resolvidas são de extrema utilidade para compreensão dos conceitos e fórmulas e são essenciais para a fixação dos temas abordados.

Diferentemente de outras obras de matemática financeira, a combinação de exercícios resolvidos com exercícios propostos torna o estudo mais eficaz, como se os autores conduzissem pela mão o estudante, antecipando e dissipando todas as suas dúvidas.

Vale a pena conferir!

Bons estudos.

Sylvio Motta

página deixada intencionalmente em branco

Sumário

CAPÍTULO 1	REGRA DE TRÊS	1
	1. Conceito	1
	2. Grandezas invariáveis.....	7
	3. Exercícios resolvidos	8
	4. Testes propostos.....	10
CAPÍTULO 2	PORCENTAGEM	14
	1. Generalidades	14
	2. Razão centesimal.....	16
	3. Taxa percentual	16
	4. Porcentagem	16
	5. Exercícios resolvidos	17
	6. Testes propostos.....	21
CAPÍTULO 3	JUROS SIMPLES.....	25
	1. O que são juros?	25
	2. Inflação	25
	3. Risco	26
	4. Taxa de juros.....	26
	4.1. Forma percentual	27
	4.2. Forma unitária.....	27
	5. Taxa de juros nominal, efetiva e real.....	27
	6. Juros simples.....	28
	6.1. Utilização da taxa de juros.....	28
	6.2. Cálculo dos juros simples	28
	7. Montante	29
	8. Taxas proporcionais	30

9.	Taxas equivalentes.....	32
10.	Juro exato e juro comercial.....	33
10.1.	Juro exato	33
10.2.	Juro comercial ou ordinário	34
11.	Prazo, taxa e capitais médios	34
11.1.	Prazo médio	35
11.2.	Taxa média	36
11.3.	Capital médio.....	37
12.	Progressão aritmética	37
12.1.	Introdução.....	37
12.2.	Termo geral de uma PA.....	38
12.3.	Propriedades das progressões aritméticas.....	39
12.4.	Soma dos n primeiros termos de uma PA.....	39
13.	Apresentação gráfica de juros simples	40
14.	Testes propostos.....	40
CAPÍTULO 4	DESCONTO SIMPLES	51
1.	Conceitos iniciais	51
2.	Desconto.....	51
3.	Desconto racional ou “por dentro”	52
4.	Desconto comercial ou “por fora”.....	55
5.	Taxa de juros efetiva (no desconto comercial)	56
6.	Relação entre desconto racional e desconto comercial	58
7.	Testes propostos.....	59
CAPÍTULO 5	EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS EM JUROS SIMPLES	67
1.	Data focal.....	67
2.	Capitais equivalentes.....	67
2.1.	Equivalência com desconto racional e comercial.....	68
3.	Testes propostos.....	69
CAPÍTULO 6	JUROS COMPOSTOS	72
1.	Montante	72
2.	Juros	73
3.	Valor atual.....	74
4.	Taxas equivalentes.....	74
5.	Períodos não inteiros.....	75
5.1.	Convenção linear.....	75
5.2.	Convenção exponencial.....	76

6.	Taxa efetiva e taxa nominal	77
6.1.	Taxa nominal.....	77
6.2.	Taxa efetiva.....	77
7.	Taxa aparente e taxa real	78
8.	Uso de logaritmos	80
8.1.	Propriedades operatórias dos logaritmos.....	80
8.2.	Aplicação a casos concretos de matemática financeira..	80
9.	Testes propostos.....	81
CAPÍTULO 7	DESCONTO COMPOSTO.....	92
1.	Desconto racional composto	92
2.	Desconto comercial composto.....	93
3.	Testes propostos.....	95
CAPÍTULO 8	EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS EM REGIME DE JUROS COMPOSTOS.....	99
1.	Cálculo do valor atual	99
2.	Testes propostos.....	100
CAPÍTULO 9	RENDAS CERTAS OU ANUIDADES.....	105
1.	Considerações iniciais	105
2.	Classificação das anuidades.....	106
3.	Calculando o valor atual em casos de rendas certas.....	106
4.	Calculando a parcela ou prestação ou termo em casos de rendas certas	111
5.	Calculando o montante em casos de rendas certas	112
6.	Relação adicional entre os fatores a_{n-1} e S_{n-1}	115
7.	Sistemas de amortização.....	116
7.1.	Sistema de amortização constante – SAC	116
7.2.	Sistema de amortização francês ou tabela price.....	118
7.3.	Sistema de amortização mista (SAM)	124
7.4.	Sistema americano amortização – SAA.....	125
8.	Taxa interna de retorno	126
9.	Testes propostos.....	129
CAPÍTULO 10	PROVAS DO CESPE	142
CAPÍTULO 11	PROVAS DA FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS – FGV	157
CAPÍTULO 12	PROVAS DA FCC.....	161

CAPÍTULO 13	RESOLUÇÃO DOS TESTES	174
	1. Regra de três	174
	2. Porcentagens	185
	3. Juros simples.....	200
	4. Desconto simples	236
	5. Equivalência simples.....	260
	6. Juros compostos.....	270
	7. Desconto composto.....	308
	8. Equivalência composta.....	320
	9. Anuidades ou rendas certas.....	338
	10. Provas do Cespe.....	379
	11. Provas da Fundação Getulio Vargas – FGV	444
	12. Provas da FCC	451
TABELAS		479
BIBLIOGRAFIA		491

Capítulo 1

Regra de três

I. CONCEITO

Regra de três é designação dada ao processo matemático utilizado para resolver problemas que envolvem duas ou mais grandezas, sejam elas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais. Ressalta-se que as grandezas devem ser proporcionais, quer de forma direta ou de forma inversa. Mas o que seriam grandezas proporcionais?

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando, ao aumentar ou diminuir o valor de uma delas, a outra também aumenta ou diminui de forma proporcional.

São inversamente proporcionais as grandezas quando a relação entre elas ocorre de forma inversa, isto é, quando aumenta o valor de uma delas, a outra diminui o seu valor e vice-versa, porém sempre guardando proporção, isto é, uma linearidade.

A título de exemplo, pode-se dizer que são grandezas diretamente proporcionais:

- o número de horas trabalhadas e o volume da produção obtida (quanto maior o número de horas trabalhadas, maior será a produção obtida);
- a quantidade de cerveja que se pode comprar com certa quantia de dinheiro (quanto maior for a quantidade de dinheiro disponível, maior será a quantidade de cervejas que se pode adquirir);
- a capacidade de um tanque e o tempo necessário para enchê-lo (quanto maior o tanque de combustível do carro, maior o tempo que se leva para enchê-lo).

Observe a tabela abaixo:

Capacidade do tanque (C)	40 litros	45 litros	50 litros	60 litros
Tempo gasto para encher o tanque vazio (T)	60seg	67,5seg	75seg	90seg
Fator (T/C)	$60/40 = 1,5$	$67,5/45 = 1,5$	$75/50 = 1,5$	$90/60 = 1,5$

Repare que, em todas as situações acima, há um fator constante que relaciona a capacidade do tanque com o tempo gasto para enchê-lo. Isto significa que as grandezas são proporcionais. Diz-se que as mesmas são diretamente proporcionais pois, à medida que aumenta a capacidade do tanque, maior é o tempo que se leva para enchê-lo.

Por outro lado, são inversamente proporcionais as grandezas que envolvem:

- a velocidade de um veículo e o tempo gasto para percorrer certa distância;
- o peso de um prego e o número de pregos para se obter 1kg;
- a vazão de uma torneira e o tempo necessário para encher um tanque;
- o tamanho de um orifício e o tempo para esvaziar um tanque;
- a eficiência de um operário e o tempo gasto na execução de um serviço.

Observe a tabela abaixo:

Peso de um prego (P)	10 gramas	20 gramas	40 gramas	50 gramas
Número de pregos para se obter 1 kg (N)	100 unidades	50 unidades	25 unidades	20 unidades
Fator (P x N)	$10 \times 100 = 1.000$	$20 \times 50 = 1.000$	$40 \times 25 = 1.000$	$50 \times 20 = 1.000$

Repare que, em todas as situações acima, há um fator constante que relaciona o peso de um prego com a quantidade de pregos necessários para obter 1kg ou 1.000 gramas. Isto significa que as grandezas são proporcionais. Diz-se que as mesmas são inversamente proporcionais pois, à medida que aumenta o peso de cada prego, menor é a quantidade de pregos necessária para que se obtenha 1kg.

Superados os conceitos de grandezas diretamente proporcionais e de grandezas inversamente proporcionais, e para que se tenha toda a estrutura conceitual que envolve o assunto em tela, resta definir o que seja uma regra de três simples e uma regra de três composta.

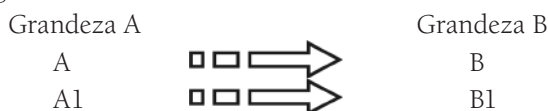
Quando o problema envolve somente duas (02) grandezas, é costume denominá-lo problema de regra de três simples. Essas grandezas podem ser diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais entre si.

Quando se está diante de um problema com três ou mais variáveis, isto é, grandezas, o problema é denominado regra de três composta. No caso de três grandezas, duas são as possibilidades:

- a) as três grandezas são diretamente proporcionais entre si;
- b) duas grandezas são diretamente proporcionais entre si e inversamente proporcionais para com uma terceira grandeza.

Assim, regra de três simples é aquela que envolve tão somente duas grandezas, quer sejam diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais. Por seu turno, regra de três composta é aquela em que estão envolvidas mais de duas grandezas.

Para solucionar esse tipo de problema, deve-se montar uma relação em “X”, da seguinte forma:



O cálculo será feito pela solução da seguinte igualdade:

$$A \times B1 = A1 \times B$$

Veja os exemplos a seguir:

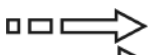
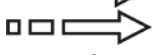
EXEMPLO 1

Uma editora oferece material de estudo completo para determinado concurso. O dito material é composto de treze livros, cujo preço unitário é de R\$ 69,00 cada. A editora não concede desconto àqueles que adquirem todo o conjunto. Desta forma, se você adquirir todos os treze livros, quanto terá que desembolsar?

Solução

Grandezas envolvidas: o número de livros e o seu preço.

Devem-se relacionar os valores de cada grandeza em colunas separadas.

Então: 1 livro  R\$ 69,00
 13 livros  R\$ X

No preço total dos treze livros, coloca-se uma variável (X). Em seguida, procede-se à multiplicação cruzada dos valores. Assim:

$$1 \times X = 13 \times \text{R\$ } 69,00$$

$$X = 13 \times \text{R\$ } 69,00 / 1$$

$$X = \text{R\$ } 897,00.$$

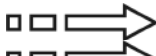
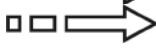
Portanto, você deverá desembolsar R\$ 897,00 para adquirir a coleção completa de treze livros. Perceba que a simples aquisição dos livros não lhe dará a garantia da aprovação. Para ser aprovado, é necessário “ralar” muito!!!

EXEMPLO 2

João Ligeiro corre 100 metros em dez segundos. Admitindo que ele mantenha a mesma velocidade, em quanto tempo percorrerá 480 metros?

Solução

Grandezas envolvidas: distância percorrida e tempo gasto.

Logo: 100m  10 s
 480m  X s

$$100\text{m} \times X = 480\text{m} \times 10 \text{ s}$$

$$X = 480\text{m} \times 10 \text{ s} / 100\text{m}$$

$$X = 48\text{s}$$

Como se percebe, os dois exemplos apresentados são de solução muito simples. Envolvem somente duas grandezas, por isso são chamados de problemas de regra de três simples. As grandezas apresentadas são diretamente proporcionais, isto é, à medida que se aumenta uma grandeza, a outra aumenta de forma diretamente proporcional. Chama-se esse tipo de problema de regra de três simples direta.

Nos problemas que envolvem grandezas inversamente proporcionais, a solução adotada envolve multiplicação na linha, igualando o produto da primeira linha com o da segunda linha. Observe:

Grandeza A		Grandeza B
A		B
A1		B1

Onde:

$$A \times B = A1 \times B1$$

EXEMPLO 3

Xykyinho “Pé-de-chinelo” percorre numa estrada a distância de 330km em três horas, perfazendo uma velocidade média de 110km/h. Se, nas pistas de corrida, onde é um pouco mais rápido, consegue imprimir a velocidade média de 165km/h, em quanto tempo ele conseguirá percorrer a mesma distância?

Solução

Variáveis envolvidas: a velocidade e o tempo gasto.

Assim, 110km/h		3h
165km/h		Xh

$$165\text{km/h} \times X \text{ h} = 110\text{km/h} \times 3\text{h}$$

$$165\text{km/h} \times X = 330\text{km}$$

$$X = 330\text{km} / (165\text{km/h})$$

$$X = 2\text{h.}$$

No exemplo acima, tratou-se de grandezas inversamente proporcionais, senão veja: quanto mais rápido o “Pé-de-chinelo” andar, menor será o tempo gasto para fazer o percurso, isto é, quanto maior a velocidade, menos tempo levará para fechar o circuito.

EXEMPLO 4

Se cinco homens, trabalhando durante seis dias, constroem 300m de uma cerca, quantos homens serão necessários para construir 600m desta mesma cerca em dez dias?

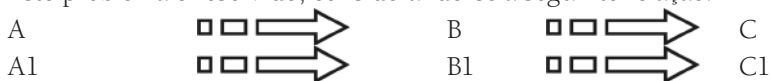
Solução

Grandezas envolvidas: o número de homens, a duração do trabalho e o comprimento da parte construída. Portanto, trata-se de uma regra de três composta.

Dessa forma, tem-se:

5H		6d		300m
XH		10d		600m

Este problema é resolvido, considerando-se a seguinte relação:



Onde:

$$A \times B \times C1 = A1 \times B1 \times C$$

Observe que, na primeira relação (A-B e A1-B1), têm-se grandezas inversamente proporcionais, isto é, quanto maior o número de pessoas que trabalham, menor será o tempo necessário para executar o serviço. Logo, na sua solução, faz-se a multiplicação na linha, conforme antes salientado.

Assim, deve-se interpretar esse tipo de problema, partindo do pressuposto de que o trabalho a ser realizado será idêntico, ou seja, também de 300 metros.

Na segunda relação, as grandezas apresentadas são diretamente proporcionais, pois, quanto mais tempo se trabalha ou quanto mais homens trabalharem, maior será o trabalho realizado.

Assim, tem-se a solução do exemplo como sendo:

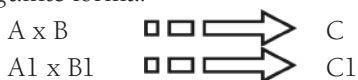
$$5H \times 6d \times 600m = XH \times 10d \times 300m$$

$$XH = [(5H \times 6d \times 600m) / (10d \times 300m)]$$

$$XH = (5 \times 6 \times 600) / (10 \times 300)$$

$$X = 6H.$$

Outra forma de resolver o exemplo é converter a regra de três composta em regra de três simples. Para tanto, basta transformar a força de trabalho em (dias x homens) da seguinte forma:



Onde:

$$5 H \times 6 d = 30 d.H$$

$$X H \times 10 d = 10X d.H.$$

Feita essa transformação, aplica-se uma regra de três simples e direta, como segue:



$$10X \times 300 = 30 \times 600$$

$$X = [(30 \times 600) / (300 \times 10)]$$

$$X = 6 \text{ homens.}$$

Percebe-se que os problemas envolvendo regra de três são, na maioria dos casos, muito fáceis, não havendo motivos para maiores preocupações. Porém, é prudente reforçar os conceitos de grandezas proporcionais. Para tanto, analise os dois exemplos seguintes.

EXEMPLO 5.

Considere as duas grandezas ou variáveis:

(comprimento)		(preço de venda)
1 metro	“custa”	R\$ 10,00
2 metros	“custam”	R\$ 20,00
3 metros	“custam”	R\$ 30,00
4 metros	“custam”	R\$ 40,00

Observa-se que, quando o comprimento da grandeza tornou-se o dobro, o triplo etc. da medida inicial, o preço de venda da peça também aumentou na mesma proporção, isto é, dobrou, triplicou etc. Portanto, as grandezas “comprimento” e “preço de venda” são diretamente proporcionais entre si.

EXEMPLO 6

Considere as duas seguintes grandezas ou variáveis:

(Velocidade)		(Tempo da viagem)
A 20km/h	“a viagem dura”	6 horas
A 40km/h	“a viagem dura”	3 horas
A 60km/h	“a viagem dura”	2 horas

Observa-se que, quando a velocidade tornou-se o dobro, o triplo do que era a velocidade inicial, o tempo de duração da viagem tornou-se, respectivamente, a metade, a terça parte do que era o tempo inicial. Portanto, as grandezas “velocidade” e “tempo de duração da viagem” são inversamente proporcionais.

OBS.: as relações de velocidade e tempo são sempre inversas. O mesmo ocorre com pessoas trabalhando e tempo gasto para a realização de um determinado trabalho, isto é, aqueles exercícios envolvendo a eficiência de trabalhadores são sempre resolvidos tendo em mente as grandezas inversamente proporcionais.

Atenção!

Para aplicar a regra de três simples ou composta, não basta observar que o aumento de uma das grandezas implica o aumento da outra ou o aumento de uma implica a redução da outra e vice-versa. É preciso que exista a mesma proporcionalidade nesse aumento ou nessa redução, ou seja, se uma grandeza aumenta, a outra deve aumentar ou diminuir na mesma proporção.

Em todos os exemplos vistos anteriormente, as grandezas aumentavam sempre na mesma proporção. Como exemplo de uma relação que NÃO ocorre na mesma proporção, pode-se citar o lado de um quadrado e a sua área. Se for aumentado ou diminuído o lado de um quadrado, a sua área também aumenta ou diminui, mas não na mesma proporção, pois, ao dobrar a medida do lado de um quadrado, sua área não dobra, mas quadruplica!!! Veja:

L = lado do quadrado

$A = L \times L = L^2$ = área do quadrado de lado L

Se for dobrado o valor do lado do quadrado para $2L$, a área passará a ser:

$A = (2L) \times (2L) = 4 L^2$ = Área do quadrado de lado $2L$.

Portanto, área do quadrado de lado $2L$, que é igual a $4L^2$, corresponde a mais que o dobro da área do quadrado de lado L , que é igual a L^2 . Nesses casos em que as grandezas não variam na mesma proporção, não se aplicam os cálculos explicitados acima para regra de três simples e composta.

2. GRANDEZAS INVARIÁVEIS

Pode ocorrer de uma determinada grandeza ser direta ou inversamente proporcional em relação a uma outra, e que uma terceira grandeza seja invariável em relação às duas primeiras.

EXEMPLO 7

O tempo necessário para construir certo trecho de uma ferrovia é diretamente proporcional ao comprimento do trecho considerado, e inversamente proporcional ao número de operários que nele trabalham.

Observe:

- 1ª) Vai-se fixar o comprimento do trecho feito em 6km. Assim:
- em 30 dias, 10 operários fazem 6km;
 - em 15 dias, 20 operários também fazem 6km;
 - em 10 dias, 30 operários também fazem 6km.

Aqui, observa-se que, com o comprimento do trecho fixo, o tempo é inversamente proporcional ao número de operários necessários para a construção de determinado trecho.

- 2ª) Agora, vai-se fixar o número de operários em 30 operários:
- 30 operários, em 10 dias, fazem 6km;
 - 30 operários, em 20 dias, fazem 12km;
 - 30 operários, em 30 dias, fazem 18km.

Nesse caso, viu-se que, com a quantidade de operários invariável, o tempo é diretamente proporcional ao comprimento do trecho feito.

- 3ª) Agora, vai-se fixar o número de dias em 10:
- 30 operários, em 10 dias, fazem 6km;
 - 20 operários, em 10 dias, fazem 4km;
 - 10 operários, em 10 dias, fazem 2km.

Nesse caso, viu-se que, com o tempo invariável, o número de operários é diretamente proporcional ao comprimento do trecho feito.

Um problema desse tipo, que envolve três grandezas, seria, em princípio, solucionado por meio de regra de três composta. Porém, quando uma determinada grandeza

permanece invariável em relação às outras duas, transforma-se em um problema de regra de três simples.

3. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

EXERCÍCIO RESOLVIDO 1

Se 5 trutas médias custam R\$ 30,00, quanto custarão 33 trutas do mesmo tamanho?

Solução

O problema envolve duas grandezas: quantidade de trutas compradas e preço total da compra.

Podemos, então, montar a seguinte tabela com duas colunas, uma para cada grandeza:

Quantidade de trutas (em unidades)	Preço total (em R\$)
(A) 5	30,00 (B)
(A1) 33	X (B1)

Agora, será avaliado o modo como a variação na quantidade de trutas afetará o preço total.

Quanto mais trutas forem compradas, maior será o preço total da compra. Assim, as grandezas preço total e quantidade de trutas são diretamente proporcionais.

Partindo da ideia desenvolvida para grandezas diretamente proporcionais, tem-se que, onde $A = 5$; $A1 = 33$; $B = \text{R\$ } 30,00$; e $B1 = X$, utilizando a multiplicação cruzada:

$$A \times B1 = A1 \times B, \text{ então:}$$

$$5 \times X = 33 \times \text{R\$ } 30,00, \text{ logo:}$$

$$X = 33 \times \text{R\$ } 30,00 / 5$$

$$X = \text{R\$ } 198,00.$$

Portanto, as 33 trutas custarão R\$ 198,00.

EXERCÍCIO RESOLVIDO 2

Em 180 dias, 24 operários constroem uma casa. Quantos operários serão necessários para fazer uma casa igual em 120 dias?

Solução

O problema envolve duas grandezas: tempo de construção e número de operários necessários, e uma constante a ser alcançada que é a construção da casa. Montaremos, então, uma tabela com duas colunas, uma para cada grandeza:

Tempo (em dias)	Nº de operários
(A) 180	24 (B)
(A1) 120	X (B1)

Agora, deve-se avaliar o modo como a variação no tempo de construção afetará o número de operários necessários.

Quanto menor for o tempo para realizar a obra, maior será o número de operários necessários. Assim, as grandezas tempo de construção e número de operários são

inversamente proporcionais; logo, a condição a ser empregada é a de que $A \times B = A1 \times B1$. Assim:

$$180 \text{ d} \times 24 \text{ operários} = 120 \text{ d} \times X \text{ operários}$$

$$180 \times 24 = 120 \times X$$

$$X = [(24 \times 180) / 120]$$

$$X = 36 \text{ operários.}$$

Portanto, serão necessários 36 operários para fazer a casa em 120 dias.

EXERCÍCIO RESOLVIDO 3

Em 12 dias de trabalho, 16 prisioneiros cavam 9,60m de um túnel. Se, para alcançar a sala de tevê, faltam 6,00m desse mesmo túnel, e considerando que 4 prisioneiros receberam a liberdade condicional, quantos dias os prisioneiros restantes terão de cavar nesse túnel para, finalmente, poder assistir aos desenhos animados e às novelas?

Solução

O problema envolve três grandezas: tempo necessário para fazer o trabalho, número de prisioneiros empenhados na obra e o comprimento do túnel.

Pode-se, então, montar uma tabela com três colunas, uma para cada grandeza:

Tempo (em dias)	Nº de prisioneiros	Tamanho do túnel
(A) 12	(B) 16	(C) 9,60 m
(A1) X	(B1) 12	(C1) 6,00 m

Analisando as grandezas envolvidas, tem-se que:

- quanto menor o número de prisioneiros empregados, maior será o tempo necessário para fazer um mesmo túnel. Portanto, o número de prisioneiros é inversamente proporcional ao tempo necessário para executar o serviço;
- quanto menor o comprimento do túnel a ser feito, menor também será o tempo necessário para fazê-lo com uma mesma equipe. Portanto, o comprimento do túnel e o tempo necessário para fazê-lo são grandezas diretamente proporcionais.

Dessa forma, tem-se, aqui, uma regra de três composta do tipo em que a primeira relação é inversamente proporcional, e a segunda relação é diretamente proporcional. Assim, a solução pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$A \times B \times C1 = A1 \times B1 \times C$$

$$12\text{d} \times 16\text{p} \times 6,00\text{m} = X\text{d} \times 12\text{p} \times 9,60\text{m}$$

$$12 \times 16 \times 6,00 = X \times 12 \times 9,60$$

$$X = [(12 \times 16 \times 6,00) / (12 \times 9,60)]$$

$$X = 10 \text{ dias.}$$

Portanto, serão necessários 10 dias de trabalho dos 12 prisioneiros restantes para realizar o serviço nas novas condições propostas no problema.

Diz um ditado que andar de bicicleta é coisa da qual não se esquece. Talvez isso seja assim porque se aprendeu a andar de bicicleta. Com o estudo, a coisa funciona de forma

análoga, pois aquilo que se aprendeu não se esquece. Pode-se demorar para lembrar, mas esquecer, não!!!

Agora, imagine que você queira participar de uma competição de ciclismo. Já não basta saber andar de bicicleta. Deve-se estar preparado, treinado e, até habituado ao caminho, do contrário não se chegará ao pódio. Em provas de concurso, acontece algo semelhante, pois não basta saber as coisas mais ou menos. Há de se saber o assunto e a resposta deve ser dada com muita rapidez. Assim, quanto mais se estuda e pratica, melhor se fica, mas, se você deixar de estudar por um tempo, seu raciocínio ficará lento e demorará demais para resolver a prova. Então, exercite, pois o trem vem embalado e está lotado. Além do mais, ele sacode muito, fazendo com que poucos cheguem à última estação. Espera-se, sinceramente, que um deles seja você.

Sugere-se que, na resolução dos testes e exercícios propostos, não façam uso de calculadoras, pois, em provas de concursos, vocês não disporão dessa ferramenta; logo, devem treinar sem ela. Ademais, o melhor treinamento é aquele em que se simula as condições do próprio jogo, vale dizer, sem uso de calculadora.

4. TESTES PROPOSTOS

- 1) **Oitenta quilogramas de trigo fornecem 48kg de farinha. Quantos quilogramas de trigo serão necessários para produzir 196,8kg dessa farinha?**
 - a) 238kg.
 - b) 832kg.
 - c) 382kg.
 - d) 283kg.
 - e) 328kg.

- 2) **Se XYKO dirige seu veículo a uma velocidade média de 60km/h, faz determinado percurso em 2 horas. Se, ao voltar desse seu passeio, imprimir velocidade média de 80km/h, em quanto tempo fará o percurso?**
 - a) 1h 50min.
 - b) 1h 40min.
 - c) 1h 30min.
 - d) 1h 20min.
 - e) 1h 10 min.

- 3) **Uma polia dá 390 voltas em 13 segundos. Quantas voltas terá dado em um minuto e meio?**
 - a) 270 voltas.
 - b) 300 voltas.
 - c) 3.000 voltas.
 - d) 2.700 voltas.
 - e) 330 voltas.

- 4) **A piscina da casa da Dinda enche em 6 horas, se for servida por um determinado registro. Outro tipo de registro faria o mesmo em 4 horas. Após a piscina estar vazia e fechado o ralo, quanto tempo Nando terá que esperar para nadar na piscina cheia, se os dois tipos de registros forem abertos simultaneamente?**
 - a) 2h 24min.
 - b) 2h 40min.
 - c) 3h 10min.
 - d) 3h 20min.
 - e) 3h 30min.

- 5) (Cespe/95 – TCU) Um carro movido à gasolina faz 12km por litro. Sabe-se que o preço do litro de álcool é fixado pelo governo como sendo 75% do preço do litro de gasolina. Um carro a álcool passa a ser mais econômico, quando comparado com um carro a gasolina, a partir de um rendimento mínimo de X km por litro. X é igual a:
- a) 7,5; d) 9,0;
b) 8,0; e) 9,5.
c) 8,5;
- 6) (Analista do Orçamento 98 – Carlos Chagas) Com 1.260kg de matéria-prima, uma fábrica pode produzir 1.200 unidades diárias de certo artigo, durante 7 dias. Nessas condições, com 3.780kg de matéria-prima, por quantos dias será possível sustentar uma produção de 1.800 unidades diárias desse artigo?
- a) 14. d) 9.
b) 12. e) 7.
c) 10.
- 7) Um atleta faz um treinamento cuja primeira parte consiste em sair de casa e correr em linha reta até certo local, à velocidade de 12km/h. Depois, sem intervalo, ele retorna andando a 8km/h. Se o tempo gasto nesse treinamento foi exatamente de 3 horas, o tempo em que ele andou superou o tempo em que correu em:
- a) 36 minutos;
b) 30 minutos;
c) 25 minutos;
d) 22 minutos;
e) 15 minutos.
- 8) (B. Brasil) Trabalhando 4 horas diárias, durante 18 dias, 64 operários abriram uma vala de 36 metros de comprimento, em terreno de dureza 3. Determinar o comprimento de outra vala, aberta por 56 operários, que trabalham 5 horas por dia, durante 16 dias, em terreno de dureza 2.
- a) 28,1m; d) 45,9m;
b) 36,3m; e) 52,5m.
c) 42,7m;
- 9) (Carlos Chagas – CEF/99) João e Maria acertaram seus relógios às 14 horas do dia 7 de março. O relógio de João adianta 20s por dia e o de Maria atrasa 16s por dia. Dias depois, João e Maria se encontraram e notaram uma diferença de 4 minutos e 30 segundos entre os horários que seus relógios marcavam. Em que dia e hora eles se encontraram?
- a) Em 12/03, à meia-noite. d) Em 13/03, ao meio-dia.
b) Em 14/03, às 14h. e) Em 14/03, às 22h.
c) Em 15/03, às 2h.
- 10) (Carlos Chagas – CEF/99) O faxineiro A limpa certo salão em 4 horas. O faxineiro B faz o mesmo serviço em 3 horas. Se A e B trabalharem juntos, em quanto tempo, aproximadamente, espera-se que o serviço seja feito?
- a) 2 horas e 7 minutos. d) 1 hora e 43 minutos.
b) 2 horas e 5 minutos. e) 1 hora e 36 minutos.
c) 1 hora e 57 minutos.

- 11) (Esaf) Uma empresa vendeu uma mercadoria com um prejuízo de 20% sobre o preço da venda. Sabendo-se que o valor do prejuízo foi de R\$ 506,00, o preço pago pela empresa na aquisição do produto foi de R\$:
- a) 2.535,00;
 - b) 2.877,00;
 - c) 2.958,00;
 - d) 3.036,00;
 - e) 3.250,00.
- 12) Um gato persegue um rato. Enquanto o gato dá dois pulos, o rato dá três pulos, mas cada pulo do gato vale dois pulos do rato. Se a distância entre eles inicialmente é de 30 pulos do gato, quantos pulos o gato terá dado até alcançar o rato?
- a) 140 pulos.
 - b) 130 pulos.
 - c) 110 pulos.
 - d) 100 pulos.
 - e) 120 pulos.
- 13) (Carlos Chagas – CEF/99) Numa pista circular de autorama, um carrinho vermelho dá uma volta a cada 72 segundos, e um carrinho azul dá uma volta a cada 80 segundos. Se os dois carrinhos partiram juntos, quantas voltas terá dado o mais lento até o momento em que ambos voltarão a estar lado a lado no ponto de partida?
- a) 6.
 - b) 7.
 - c) 8.
 - d) 9.
 - e) 10.
- 14) (Carlos Chagas – CEF/99) Em 3 dias, 72.000 bombons são embalados, usando-se 2 máquinas embaladoras funcionando 8 horas por dia. Se a fábrica usar 3 máquinas iguais às primeiras, funcionando 6 horas por dia, em quantos dias serão embalados 108.000 bombons?
- a) 3.
 - b) 3,5.
 - c) 4.
 - d) 4,5.
 - e) 5.
- 15) (TFC/96) Uma viúva recebeu um terço da herança de seu marido, e cada um de seus três filhos recebeu um terço do restante. Sabe-se que a soma da parte da viúva com a de um de seus filhos foi igual a R\$ 45.000,00. O montante total da herança foi de:
- a) R\$ 50.625,00;
 - b) R\$ 67.500,00;
 - c) R\$ 81.000,00;
 - d) R\$ 90.000,00;
 - e) R\$ 101.250,00.
- 16) (BB/SUL-Cespe/1999) Para fazer uma viagem ao exterior, um turista dispõe de R\$ 5.000,00 para comprar dólares. Parte desta quantia será usada para comprar dólares em espécie, a um custo de R\$ 2,00 por dólar, e a outra parte, na compra de cheques de viagem, a um custo de R\$ 1,95 por dólar. Sabendo que, em espécie e cheques de viagem, este turista obterá um total de 2.550 dólares ao realizar a transação de compra, a quantia de dólares em espécie que ele receberá será igual a:
- a) 500;
 - b) 550;
 - c) 600;
 - d) 650;
 - e) 700.

- 17) (TFC/98)** Uma empresa, constituída em forma de sociedade anônima, possui o seu capital dividido em 350 milhões de ações. João, um acionista, possui 0,3% do capital dessa empresa. Considerando que uma assembleia geral dos acionistas aprovou uma bonificação em ações, na qual para cada sete ações possuídas o acionista recebe uma ação bonificada, com quantas ações ao todo João ficará, após receber as ações bonificadas?
- a) 120.000.
b) 105.000.
c) 900.000.
- d) 1.050.000.
e) 1.200.000.
- 18) (TFC/98)** Um serviço deve ser realizado por indivíduos com a mesma capacidade de trabalho e trabalhando independentemente uns dos outros. Nessas condições, três indivíduos realizaram 40% do serviço em 30 horas de trabalho. À esta altura, se acrescentarmos dois novos indivíduos nas mesmas condições, em quantas horas o serviço estará terminado?
- a) 18.
b) 24.
c) 27.
- d) 100/3.
e) 75.
- 19) (Esaf)** Um pai deixou para seus filhos uma herança no valor de R\$ 5.500,00, para ser dividida entre eles na razão direta do número de dependentes de cada um. Sabendo-se que o primeiro herdeiro tem 2 dependentes, o segundo, 3, e o terceiro, 5, coube na partilha ao primeiro herdeiro a quantia de R\$:
- a) 1.000,00;
b) 1.100,00;
c) 1.200,00;
- d) 1.500,00;
e) 1.650,00.

Capítulo 2

Porcentagem

I. GENERALIDADES

Basicamente, porcentagem (ou percentagem) é a forma de representar uma fração cujo denominador é sempre 100.

Assim, se, em uma turma de 100 alunos, 65 são homens e 35 são mulheres, o percentual de homens é de 65% (ou $65/100$, ou 0,65), e o percentual de mulheres é de 35% (ou $35/100$, ou 0,35). Fácil, não?

Agora, se a turma é de 80 alunos, sendo 60 homens e 20 mulheres, há de se elaborar uma regra de três simples para determinar o percentual de cada um. Assim:

determinação do percentual de homens:

80 alunos $\longrightarrow$ 100%

60 alunos $\longrightarrow$ X

$$X \times 80 = 100\% \times 60$$

$$X = (6.000 / 80)\%$$

$$X = 75\% \text{ ou } 0,75 \text{ ou } \frac{3}{4}.$$

determinação do percentual de mulheres:

80 alunos $\longrightarrow$ 100%

20 alunas $\longrightarrow$ X

$$X \times 80 = 100\% \times 20$$

$$X = (2.000 / 80)\%$$

$$X = 25\% \text{ ou } 0,25 \text{ ou } \frac{1}{4}.$$

Segue-se, então, o desenvolvimento do assunto. O cálculo das porcentagens possui certas particularidades. Porém, de modo geral, todos sabem como calculá-las, principalmente as de situações corriqueiras. Entretanto, em algumas situações, ficam dúvidas sobre como obter o valor correto.

Imaginem a seguinte pergunta a uma pessoa menos avisada: “por quanto terei de vender uma mercadoria comprada por R\$ 200,00, se quero ganhar 20%?”.

É bem provável que essa pessoa responda que o preço de venda teria que ser de R\$ 240,00. Você concorda com esta resposta?

De certa forma, a resposta está correta, porém ela poderia ter respondido que o preço pelo qual o produto deveria ser vendido é de R\$ 250,00, o que também estaria

correto. Perceba que tudo depende do ponto de vista empregado para a análise da questão colocada!!!

Note que, no enunciado, fez-se referência a dois valores: o preço de compra e o preço de venda. Então, poder-se-ia inquirir a respeito do lucro sobre o preço de compra ou o lucro sobre o preço de venda.

Assim, se a pergunta terminasse:

- 1) ..., se quiser ganhar 20% sobre o preço de compra?
ou
- 2) ..., se quiser ganhar 20% sobre o preço de venda?

Com o complemento ou especificação sobre que valor pretende-se ganhar 20%, a questão deixaria de ser ambígua, pois teria apenas uma solução.

Vejam:

Caso 1: lucro de 20% sobre o preço de compra

Perceba que o preço de compra é a referência, é ele o elemento de comparação, o elemento paradigma, e é sobre ele que se quer saber o lucro. Portanto, ele é a unidade, o inteiro, o todo. Por isso, atribui-se a ele o valor de 100%.

Já o preço de venda, a incógnita, nesse caso, é 20% superior ao preço de compra, visto que o lucro é de 20%, e o preço de compra é de 100%.

Logo, aplicando-se a regra de três simples, o problema possui a seguinte solução:

R\$ 200,00 (PC)	—————→	100%
X (PV)	—————→	120%

PC = preço de compra

PV = preço de venda

$$X \times 100\% = R\$ 200,00 \times 120\%$$

$$X = R\$ 200,00 \times 120\% / 100\%$$

$$X = R\$ 240,00.$$

Caso 2: lucro de 20% sobre o preço de venda

Nesse caso, pode-se dizer que 20% do valor da venda equivale ao lucro. Assim, o preço de venda passa a ser o elemento paradigma, isto é, atribui-se a ele o valor de 100%.

Ora, se ao preço de venda atribuem-se 100%, e este representa 20% mais do que o preço de custo, o preço de custo só poderá ser igual a 80% ($100\% - 20\% = 80\%$).

Logo, tem-se a seguinte solução para o problema:

R\$ 200,00 (PC)	—————→	80%
X (PV)	—————→	100%

$$X \times 80\% = R\$ 200,00 \times 100\%$$

$$X = R\$ 200,00 \times 100\% / 80\%$$

$$X = R\$ 250,00.$$

Como se pode notar, o lucro, se tomado como referência o preço de venda, terá de ser de R\$ 50,00, que são os exatos 20% de R\$ 250,00, o preço de venda calculado.

Com esse exemplo, espera-se ter conseguido alertar o leitor sobre o ponto-chave dos problemas envolvendo porcentagens, qual seja: a fixação do elemento paradigma. Percebendo quem é o elemento de comparação, e atribuindo ao mesmo o valor de 100%, certamente não há a menor possibilidade de errar questões acerca do assunto.

O estudo da porcentagem é cobrado, de forma direta, em poucos concursos. Geralmente, ele fica fora do programa quando a entidade organizadora é a Esaf. Já em provas coordenadas pelo Cespe, ele é cobrado com maior incidência. Porém, não é na Matemática Financeira a sua maior aplicação. O assunto ganha relevo, inclusive nas provas da Esaf, na disciplina Contabilidade, no tópico *Operações com Mercadorias*. Por esse motivo, vale a pena fazer um estudo minucioso deste tema.

2. RAZÃO CENTESIMAL

Chama-se razão centesimal toda razão cujo conseqüente (denominador) seja igual a 100.

Exemplos:

$6/100$; $11/100$; $12/100$; $6,6/100$.

Outros nomes usados para uma razão centesimal são razão percentual e percentil.

3. TAXA PERCENTUAL

Quando se substitui o conseqüente 100 pelo símbolo “%” (lê-se “por cento”), tem-se uma taxa percentual ou taxa centesimal.

Exemplos:

$48/100 = 48\%$ (quarenta e oito por cento);

$15/100 = 15\%$ (quinze por cento).

4. PORCENTAGEM

Dada uma razão qualquer (p / v), chama-se de porcentagem do valor v todo valor de p que estabeleça uma proporção com alguma razão centesimal. Dessa forma:

$$(p / v) = (r / 100) = r\%$$

Na prática, pode-se determinar o valor p da porcentagem de duas formas:

1º modo: multiplicando-se a razão centesimal pelo valor v :

$$p = (r / 100) \times v.$$

A expressão acima justifica dizer-se que “ p é igual a $r\%$ de v ” ou “ p é igual a r por cento de v ”.

2º modo: resolvendo a regra de três que compara v a 100%:

valores		taxas
p	$\longrightarrow$	$r\%$
v	$\longrightarrow$	100%.

Atenção!!!

Nas questões de concursos públicos, é comum encontrar:

- “porcentagem” no lugar de “taxa percentual”.
Exemplo: “a porcentagem foi de 20%”;
- desconto, abatimento, lucro, prejuízo etc., indicando uma porcentagem em situações específicas;
- a expressão “principal” indicando o valor de referência (v) que corresponde a 100%.

Observe que resolver uma porcentagem ou uma taxa percentual consiste, fundamentalmente, em resolver uma proporção ou uma regra de três simples.

5. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

EXERCÍCIO RESOLVIDO 1

A conta de um restaurante indicava uma despesa de R\$ 26,00, e trazia a seguinte observação: “não incluímos os 10% de serviço”. Quanto representam, em dinheiro, os 10% de serviço, e quanto fica o total da despesa se nela incluir-se a porcentagem referente ao serviço?

Solução

$$10\% \text{ de R\$ } 26,00 = (10 / 100) \times \text{R\$ } 26,00 = 0,1 \times \text{R\$ } 26,00 = \text{R\$ } 2,60$$

Portanto, os 10% de serviço representam R\$ 2,60.

Incluindo esta porcentagem na despesa original, tem-se:

$$\text{R\$ } 26,00 + \text{R\$ } 2,60 = \text{R\$ } 28,60.$$

Assim, o total da despesa passa a ser de R\$ 28,60.

Perceba que 10% representa 10/100, ou seja, 0,10. Logo, a resposta poderia ser obtida pela multiplicação direta de R\$ 26,00 x 0,10 = R\$ 2,60.

Ainda se poderia calcular o valor final da conta mediante a multiplicação de R\$ 26,00 x 1,10 = R\$ 28,60. A esse cálculo chama-se montante, cujo assunto será visto em juros simples!!!

EXERCÍCIO RESOLVIDO 2

Num laboratório, 32% das cobaias são brancas e as outras 204 são cinzas. Quantas cobaias há neste laboratório?

Solução

O total de cobaias corresponde a 100%, como, aliás, corresponde o total de qualquer coisa. Assim:

$$\text{brancas (32\%)} + \text{cinzas (x\%)} = \text{total (100\%)}$$

$$x\% = 100\% - 32\% = 68\%.$$

Então, as 204 cobaias cinzas equivalem a 68% do total. Chamando o total de cobaias de C, poder-se escrever:

$$68\% \text{ de } C = 204 \text{ ou } 68\% \times C = 204$$

$$(68 / 100) \times C = 204$$

$$C = 204 \times 100 / 68$$

$$C = 300.$$

Portanto, há 300 cobaias no laboratório.

Veja que se poderia resolver este problema, usando a regra de três:

204 $\longrightarrow$ 68%

X $\longrightarrow$ 100%

$$X = 204 \times 100\% / 68\%$$

$$X = 300 \text{ cobaias.}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO 3

O preço de um produto A é 30% maior que o de B, e o preço deste é 20% menor que o de C. Sabe-se que A, B e C custaram, juntos, R\$ 28,40. Qual o preço de cada um deles?

Solução

Perceberam que o preço de A está sendo comparado ao preço de B, enquanto o preço de B está sendo comparado ao de C?

Desta forma, atribui-se ao preço de C o valor de 100%, pois ele é, em última análise, o elemento de comparação.

Como o preço de B é 20% menor do que o preço de C, então o preço de B será de 80%.

O preço de A é superior ao preço de B em 30%. Como se está comparando A com B, não se devem simplesmente somar 30% ao preço de B para se obter o preço de A, pois o preço de B não está referenciado a 100%. Deve-se estabelecer uma relação, considerando o preço de B como referência. Assim, se o preço de B for a base (100%), A seria igual a 130%. Comparando A e B em relação a C, sabemos que B equivale a 80% de C. Portanto, basta montar a regra de três simples abaixo para saber o preço de A (percentual) em relação a C.

Preço em relação a C

B: 80% $\longrightarrow$ 100%

A: X% $\longrightarrow$ 130%

$$A = 80\% \times 130\% / 100\%$$

$$A = 80\% \times 1,3$$

$$A = 104\%.$$

É claro que o leitor já acostumado às percentagens, sabendo que A é 30% superior a B, poderia inferir diretamente que, se B equivale a 80% de C, então A equivale a $(80 \times 1,3)\%$ de C, ou seja, a 104% de C.

Tem-se finalmente a seguinte situação em termos de porcentagens (tomando C como base, ou seja, 100%):

Preço de A = 104%

Preço de B = 80%

Preço de C = 100%

Soma das porcentagens = 284%.

Ora, a soma das porcentagens equivale ao valor total dos preços das três mercadorias, então se pode estabelecer que:

$$284\% \longrightarrow \text{R\$ } 28,40$$

$$104\% \longrightarrow A$$

$$80\% \longrightarrow B$$

$$100\% \longrightarrow C$$

$$A = \text{R\$ } 28,40 \times 104\% / 284\%$$

$$A = \text{R\$ } 10,40$$

$$B = \text{R\$ } 28,40 \times 80\% / 284\%$$

$$B = \text{R\$ } 8,00$$

$$C = 28,40 \times 100\% / 284\%$$

$$C = \text{R\$ } 10,00.$$

Uma outra maneira de resolver a questão seria a seguinte:

Considera-se que os preços dos produtos A, B e C sejam a, b e c, respectivamente:

$$a = 100\% \text{ de } b \text{ mais } 30\% \text{ de } b$$

$$a = 130\% \text{ de } b$$

$$a = 130 / 100$$

$$a = 1,3 b$$

$$b = 100\% \text{ de } c \text{ menos } 20\% \text{ de } c$$

$$b = 80\% \text{ de } c$$

$$b = 80 / 100$$

$$b = 0,8 c.$$

Comparando as duas igualdades acima, tem-se:

$$b = 0,8 c \text{ e } a = 1,3 b, \text{ portanto:}$$

$$a = 1,3 \times (0,8 c)$$

$$a = 1,04 c.$$

O preço dos três, juntos é R\$ 28,40:

$$a + b + c = \text{R\$ } 28,40$$

Como $a = 1,04 c$; $b = 0,8 c$ e $c = c$, tem-se:

$$1,04 c + 0,8 c + 1 c = \text{R\$ } 28,40$$

$$2,84 c = \text{R\$ } 28,40$$

$$c = \text{R\$ } 10,00 \text{ (valor de C)}$$

$$b = 0,8 c$$

$$b = 0,8 \times \text{R\$ } 10,00$$

$$b = \text{R\$ } 8,00 \text{ (valor de B)}$$

$$a = 1,04 c$$

$$a = 1,04 \times \text{R\$ } 10,00$$

$$a = \text{R\$ } 10,40 \text{ (valor de A).}$$

Então, tem-se os seguintes preços: A custa R\$ 10,40, B custa R\$ 8,00 e C custa R\$ 10,00.

EXERCÍCIO RESOLVIDO 4

Uma mercadoria foi vendida com lucro de 20% sobre a venda. Qual o preço de venda desta mercadoria se o seu preço de custo foi de R\$ 160,00?

Solução

A expressão lucro sobre a venda significa que, do valor da venda, 20% é lucro. Como visto antes, a referência para o cálculo do percentual de lucro sobre o preço de venda é o próprio preço de venda, ou seja, o preço de venda é o elemento paradigma. Portanto, deve-se fazer o preço de venda corresponder a 100%.

Observe, então, o esquema:



$$X\% + 20\% = 100\%$$

logo: $X\% = 80\%$ (correspondente ao preço de custo).

Tem-se, agora, uma regra de três simples:

80% correspondem a R\$ 160,00 (preço de custo)

100% correspondem a $V = ?$ (preço de venda)

Ou

$$80\% \longrightarrow \text{R\$ } 160,00$$

$$100\% \longrightarrow V$$

Resolvendo, tem-se:

$$V = \text{R\$ } 160 \times 100\% / 80\%$$

$$V = \text{R\$ } 200,00$$

Então, o preço de venda foi de R\$ 200,00.

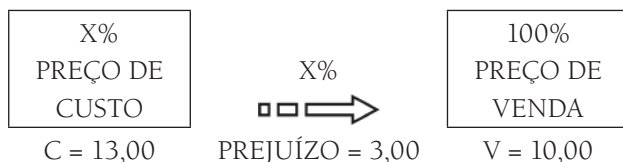
Fazendo a prova desse resultado, tem-se que 20% de R\$ 200,00, que é o preço de venda, resulta em R\$ 40,00, que é o lucro; logo, a solução está correta, porque R\$ 200,00 menos R\$ 40,00 resulta em R\$ 160,00, que é o preço de custo anunciado.

EXERCÍCIO RESOLVIDO 5

Para atrair fregueses, um supermercado anuncia por R\$ 10,00 um determinado produto que lhe custou R\$ 13,00. Determine a taxa de prejuízo sobre o preço de venda.

Solução

A expressão “prejuízo sobre o preço de venda” significa que o valor de referência para o cálculo da taxa percentual deverá ser o preço de venda. Observe o esquema:



O prejuízo de R\$ 3,00 foi determinado pela diferença entre os preços de custo e de venda:

$$\text{R\$ } 13,00 - \text{R\$ } 10,00 = \text{R\$ } 3,00.$$

Tem-se, outra vez, uma regra de três simples:

(preço de venda) = R\$ 10,00, que correspondem a 100%

(prejuízo) = R\$ 3,00, que correspondem a X.

Ou

R\$ 10,00 $\longrightarrow$ 100%

R\$ 3,00 $\longrightarrow$ X

Resolvendo, encontra-se:

$$X = 100\% \times R\$ 3,00 / R\$ 10,00$$

$$X = 30\%.$$

Então, a taxa ou percentual de prejuízo sobre a venda é de 30%.

Observe que o percentual de prejuízo sobre o custo é outro:

Preço de custo = 100%

R\$ 13,00 $\longrightarrow$ 100%

R\$ 3,00 $\longrightarrow$ X

$$X\% = 100 \times 3,00 / 13,00 = 23,08\%.$$

Atenção!!!

Questões que envolvem porcentagens geralmente são de simples solução. O macete reside em atribuir os 100% ao elemento paradigma, ou elemento de comparação. Fixado o elemento de comparação, o resto é pura diversão!!!

6. TESTES PROPOSTOS

- 1) **(Carlos Chagas – CEF/99) Uma pessoa X pode realizar uma tarefa em 12 horas. Outra pessoa, Y, é 50% mais eficiente do que X. Nessas condições, o número de horas necessárias para que Y realize essa tarefa é de**
a) 4; d) 7;
b) 5; e) 8.
c) 6;
- 2) **(Carlos Chagas – CEF/99) Antonio tem 270 reais, Bento tem 450 reais e Carlos nada tem. Antonio e Bento dão parte do seu dinheiro a Carlos, de tal maneira que todos acabam ficando com a mesma quantia. O dinheiro dado por Antonio representa, aproximadamente, quanto por cento do que ele possuía?**
a) 11,1. d) 33,3.
b) 13,2. e) 35,5.
c) 15,2.
- 3) **(CEB-Contador-IDR/94) Para obter um lucro de 25% sobre o preço de venda de um produto adquirido por R\$ 615,00, o comerciante deverá vendê-lo por quanto?**
a) R\$ 780,00. d) R\$ 860,00.
b) R\$ 820,00. e) R\$ 880,00.
c) R\$ 840,00.

- 4) (TTN/89) Antônio comprou um conjunto de sofás com um desconto de 20% sobre o preço de venda. Sabendo-se que o valor pago por Antônio foi de R\$ 1.200,00, de quanto era o preço de venda da mercadoria?
- a) R\$ 1.500,00. d) R\$ 1.400,00.
b) R\$ 1.000,00. e) R\$ 1.440,00.
c) R\$ 1.200,00.
- 5) (TTN/94) A empresa “Vestebem” comprou o produto A, pagando 10% de imposto sobre o preço de aquisição, e 30% de despesa com transporte sobre o preço da mercadoria com imposto. Sabendo-se que, na venda de A, obteve um lucro de R\$ 143,00, correspondente a 20% sobre o preço de aquisição mais despesas (imposto e transporte), o preço de aquisição da mercadoria com o imposto foi de quanto?
- a) R\$ 765,00. d) R\$ 500,00.
b) R\$ 143,00. e) R\$ 550,00.
c) R\$ 715,00.
- 6) (TTN/89) Um cliente obteve do comerciante desconto de 20% no preço da mercadoria. Sabendo-se que o preço de venda, sem desconto, é superior em 20% ao do custo, pode-se afirmar que houve, por parte do comerciante, um:
- a) lucro de 5%; d) prejuízo de 2%;
b) prejuízo de 4%; e) lucro de 20%.
c) lucro de 4%;
- 7) (TTN/89) Um terreno foi vendido por R\$ 16.500,00, com um lucro de 10%; em seguida, foi revendido por R\$ 20.700,00. O lucro total das duas transações representa sobre o custo inicial do terreno, um percentual de:
- a) 38,00%; d) 51,80%;
b) 40,00%; e) 25,45%.
c) 28,00%;
- 8) (TTN/92) Maria vendeu um relógio por R\$ 18.167,50, com um prejuízo de 15,5% sobre o preço de compra. Para que tivesse um lucro de 25% sobre o custo, ela deveria ter vendido por:
- a) 22.709,37; d) 21.497,64;
b) 26.875,00; e) 26.785,00.
c) 27.675,00;
- 9) (AFTN/96) De todos os empregados de uma grande empresa, 30% optaram por realizar um curso de especialização. Essa empresa tem sua matriz localizada na capital. Possui também duas filiais, uma em Ouro Preto e outra em Montes Claros. Na matriz, trabalham 45% dos empregados e, na filial de Ouro Preto, trabalham 20% dos empregados. Sabendo-se que 20% dos empregados da capital optaram pela realização do curso e que 35% dos empregados da filial de Ouro Preto também o fizeram, então a percentagem dos empregados da filial de Montes Claros que não optaram pelo curso é igual a:
- a) 60%; d) 21%;
b) 40%; e) 14%.
c) 35%;
- 10) (AFTN/96) O salário mensal de um vendedor é constituído de uma parte fixa igual a R\$ 2.300,00, mais uma comissão de 3% sobre o total de vendas que exceder a R\$ 10.000,00. Calcula-se em 10% o percentual de descontos diversos que incidem

sobre seu salário bruto. Em dois meses consecutivos, o vendedor recebeu, líquido, respectivamente, R\$ 4.500,00 e R\$ 5.310,00. Com esses dados, pode-se afirmar que suas vendas, no segundo mês, foram superiores às do primeiro mês em:

- a) 18%;
- b) 20%;
- c) 30%;
- d) 33%;
- e) 41%.

- 11) (TFC/98) A população de uma cidade era de 10.000 habitantes em 1970, tendo crescido 20% na primeira década seguinte, e 12% acumulativamente na segunda década seguinte. Qual a população dessa cidade em 1990?

- a) 12.000.
- b) 13.120.
- c) 13.200.
- d) 13.440.
- e) 14.400.

- 12) (MARE) Numa loja de roupas, um terno tinha um preço tão alto que ninguém se interessava em comprá-lo. O gerente da loja anunciou um desconto de 10% no preço, mas sem resultado. Por isso, ofereceu novo desconto de 10%, o que baixou o preço para R\$ 648,00. O preço inicial desse terno era superior ao preço final em:

- a) R\$ 162,00;
- b) R\$ 152,00;
- c) R\$ 132,45;
- d) R\$ 71,28;
- e) R\$ 64,00.

- 13) (AFTN/96) Em um determinado país, existem dois tipos de poços de petróleo, Pa e Pb. Sabe-se que oito poços Pa mais seis poços Pb produzem em dez dias tantos barris quantos seis poços Pa mais dez poços Pb produzem em oito dias. A produção do poço Pa, portanto, é:

- a) 60,0% da produção do poço Pb;
- b) 60,0% maior do que a produção do poço Pb;
- c) 62,5% da produção do poço Pb;
- d) 62,5% maior do que a produção do poço Pb;
- e) 75,0% da produção do poço Pb.

- 14) (Esaf/AFC-2002) Em um aquário, há peixes amarelos e vermelhos: 80% são amarelos e 20% são vermelhos. Uma misteriosa doença matou muitos peixes amarelos, mas nenhum vermelho. Depois que a doença foi controlada, verificou-se que 60% dos peixes vivos, no aquário, eram amarelos. Sabendo que nenhuma outra alteração foi feita no aquário, o percentual de peixes amarelos que morreram foi de:

- a) 20%;
- b) 25%;
- c) 37,5%;
- d) 62,5%;
- e) 75%.

- 15) (Esaf/AFC-2002) A remuneração mensal dos funcionários de uma empresa é constituída de uma parte fixa igual a R\$ 1.500,00 mais uma comissão de 3% sobre o total de vendas que exceder a R\$ 8.000,00. Calcula-se em 10% o percentual de descontos diversos que incidem sobre seu salário bruto (isto é, sobre o total da parte fixa mais a comissão). Em dois meses consecutivos, um dos funcionários dessa empresa recebeu, líquido, respectivamente, R\$ 1.674,00 e R\$ 1.782,00. Com esses dados, pode-se afirmar que as vendas realizadas por esse funcionário, no segundo mês, foram superiores às do primeiro mês em:

- a) 8%;
- b) 10%;
- c) 14%;
- d) 15%;
- e) 20%.

- 16) (Carlos Chagas – CEF /99) Em uma agência bancária, trabalham 40 homens e 25 mulheres. Se, do total de homens, 80% são fumantes e, do total de mulheres, 12% são fumantes, então o número de funcionários dessa agência que são homens ou são fumantes é de:
- a) 42; d) 48;
b) 43; e) 49.
c) 45;
- 17) (CEF/91) Num grupo de 400 pessoas, 70% são do sexo masculino. Se, nesse grupo, 10% dos homens são casados e 20% das mulheres são casadas, qual o número de pessoas casadas?
- a) 25 pessoas. d) 64 pessoas.
b) 46 pessoas. e) 72 pessoas.
c) 52 pessoas.
- 18) (Metrô-Técnico de Contabilidade-2ºG-IDR/94) João, Antônio e Ricardo são operários de uma certa empresa. Antônio ganha 30% a mais que João, e Ricardo, 10% a menos que Antônio. A soma do salário dos três, neste mês, foi de R\$ 4.858,00. Qual a quantia que coube a Antônio?
- a) R\$ 1.400,00. d) R\$ 1.840,00.
b) R\$ 1.638,00. e) R\$ 1.800,00.
c) R\$ 1.820,00.
- 19) Quanto por cento é o resultado da raiz quadrada de 64%?
- a) 80%. d) 32%.
b) 60%. e) 12%.
c) 8%.
- 20) (Metrô-Assist. Administrativo-IDR/94) Uma mercadoria custou R\$ 100,00. Para obter-se um lucro de 20% sobre o preço de venda, por quanto deverá ser vendida?
- a) R\$ 120,00.
b) R\$ 121,00.
c) R\$ 123,00.
d) R\$ 125,00.
e) R\$ 124,00.
- 21) (TTN/89) Um produto é vendido com um lucro bruto de 20%. Sobre o preço total da nota, 10% correspondem a despesas. De quanto por cento foi o lucro líquido do comerciante?
- a) 11%. d) 8%.
b) 9%. e) 12%.
c) 10%.
- 22) (PREF. RJ – 2010) Em uma determinada cidade, 25% dos automóveis são da marca A e 50% dos automóveis são da marca B. Ademais, 30% dos automóveis da marca A são pretos e 20% dos automóveis da marca B também são pretos. Dado que só existem automóveis pretos da marca A e da marca B, qual a percentagem de carros nesta cidade que são pretos?
- a) 17,5% d) 22,75%
b) 23,33% e) 50%
c) 7,5%

Capítulo 3

Juros simples

1. O QUE SÃO JUROS?

Juros vêm a ser a remuneração do capital aplicado ou investido. Ele existe porque muitos indivíduos preferem o consumo imediato de um bem ou serviço, ou necessitam consumi-lo, mesmo não dispondo do capital necessário e, para tanto, estão dispostos a pagar um preço por isso. Por outro lado, há pessoas que são capazes de esperar até possuírem a quantia suficiente para adquirir seu desejo e se dispõem a emprestar esta quantia a alguém menos paciente. É evidente que esta abstinência de consumo deve ser recompensada na proporção do tempo e risco que a operação envolver. O tempo, o risco e a quantidade de dinheiro disponível no mercado para empréstimos interferem na formação da taxa de juros.

O governo, por exemplo, quando deseja reprimir o consumo, na tentativa de conter a inflação, diminui a quantidade de dinheiro disponível no mercado para empréstimos, quer por depósitos compulsórios, quer aumentando a taxa de juros ou por outro meio. Desta forma, com a escassez do capital, a remuneração deste fica muito alta para quem paga, desmotivando o consumo. Por outro lado, essa situação é atraente para quem possui o dinheiro, estimulando-o a poupar.

2. INFLAÇÃO

O Brasil conviveu, até meados da década de 1990, com taxa de inflação galopante. Naquele período, a caderneta de poupança pagava juros de até 30% ao mês, ou mais. Isto dava a falsa sensação a algumas pessoas de enriquecimento com os altos juros pagos pelos bancos. Passava-lhes despercebido, no entanto, que, dependendo do objeto de consumo, este poderia ficar cada vez mais distante, subindo de preço numa proporção bem maior do que os valores pagos pelos bancos, haja vista que estes remuneravam por uma taxa equivalente ao aumento médio dos preços (é como era calculada a inflação).

Esse é um fato que continua acontecendo, dentro de outras proporções, pois as pessoas não possuem o conhecimento do que seja taxa real de rendimento, e se iludem com uma taxa aparente elevada.

Para obter o ganho real médio, em aplicações financeiras, é necessário que se expurgue a taxa de inflação ocorrida no período, ou, de outra forma, deve-se eliminar os efeitos da inflação para saber o ganho real das aplicações financeiras.

Assim, por exemplo, se em determinado ano houve uma inflação de 10% e uma aplicação financeira rendeu, neste mesmo período, 21%, então o rendimento real foi de apenas 10%.

Veja que, se fosse efetuada uma aplicação de R\$ 100,00, com a inflação de 10%, o rendimento mínimo aceitável para que não houvesse perda de poder aquisitivo seria de 10%. Com isso, o valor da aplicação será elevado para R\$ 110,00. Ora, 21% sobre R\$ 100,00 elevariam o capital inicial para R\$ 121,00, porém a análise do ganho real deve ser efetuada a partir do valor original corrigido pela perda do poder aquisitivo, ou seja, a partir de R\$ 110,00. Se assim, proceder, ver-se-á que o ganho real terá sido de R\$ 11,00, tomando-se como referência os R\$ 110,00. Isto representa um ganho real de 10%!!!

3. RISCO

É inegável que uma operação de empréstimo representa um risco para o indivíduo que o concede. Esse risco é variável, dependendo do grau de segurança em ver o crédito satisfeito na data apazada.

Assim, a taxa de juros cobrada pelas instituições de crédito ou por um particular inclui, além de itens como o tempo de empréstimo e expectativa de inflação para o período, o risco inerente à operação. Ela funciona como uma salvaguarda, uma espécie de seguro cobrado pelo cedente do empréstimo. Dessa forma, a taxa é formada pela remuneração do empréstimo (juros), mais o risco, além da inflação, se houver.

Nas provas de concursos, são exigidas, em grande maioria, as taxas de juros que englobam o risco e a inflação. No entanto, para algumas provas, há necessidade do conhecimento da taxa real, isto é, deve-se saber separar a taxa de inflação embutida na taxa apresentada (aparente), conforme se viu antes, cujo assunto será desenvolvido com maior profundidade em juros compostos, pois, quando se trata de inflação, está-se tratando de índices que são calculados sobre índices de períodos anteriores, o que encaixa no conceito de juros compostos.

4. TAXA DE JUROS

O juro representa a remuneração do capital aplicado a certa taxa por um determinado prazo. É de ressaltar que a taxa de juros deve se referir, sempre, à mesma unidade de tempo a que se refere o período de aplicação, vale dizer, taxa e tempo devem estar necessariamente referenciados a uma mesma unidade.

Por exemplo: 10% a.a., aplicados pelo prazo de cinco anos.

4.1. Forma percentual

É a taxa obtida por cento de capital, ou seja, a que se obtém após se dividir o capital por 100, como visto no capítulo de porcentagens.

EXEMPLO 1

Quanto rende de juro um capital de R\$ 100,00, aplicado por 1 ano, à taxa de juros de 10% ao ano?

Solução

$$\text{Juro} = (100,00/100) \times 10\% \times 1 \text{ ano}$$

$$\text{Juro} = 1 \times 10 \times 1$$

$$\text{Juro} = \text{R\$ } 10,00$$

Então, é de R\$ 10,00 o total de juros que a aplicação rende em um ano, ou seja, R\$ 10,00 de um capital de R\$ 100,00, o que representa 10%.

Como se pode perceber, a relação capital, juros e período de aplicação, em juros simples, satisfaz às propriedades das proporções, isto é, a relação é linear ou proporcional; logo, ela poderá ser calculada por regra de três.

4.2. Forma unitária

Nesta forma, a taxa se refere à unidade de capital, ou seja, calcula-se o que rende a aplicação de uma unidade de capital pela taxa referida a um intervalo. A taxa unitária é a taxa percentual dividida por 100.

Para o exemplo anterior, têm-se:

$$\text{taxa percentual} = 10\%;$$

$$\text{taxa unitária} = 10 / 100;$$

$$\text{taxa unitária} = 0,1.$$

Em que pese a possibilidade de calcular os juros simples com uso de regra de três, neste trabalho, dar-se-á ênfase à forma de cálculo com uso de fórmulas, já a partir de juros simples, pois isto facilitará o aprendizado de juros compostos, cujo cálculo somente será possível com o uso de fórmulas. Isto porque as fórmulas de juros simples se repetem em juros compostos, com pequenas adaptações ao regime de capitalização.

Como nas fórmulas de juros compostos trabalha-se exclusivamente com a taxa unitária, é interessante que você se habitue a usá-la sempre. Assim, via de regra, neste livro, os exercícios serão resolvidos com uso de fórmulas, onde a taxa adotada será sempre a unitária, visando facilitar o entendimento dos juros compostos!!!

5. TAXA DE JUROS NOMINAL, EFETIVA E REAL

A taxa, quando vem expressa por um período que não coincide com o prazo de formação dos juros (capitalização), é chamada de taxa nominal.

Ex.: 15% ao ano, cujos juros são pagos mensalmente.

Tem-se aí que a taxa de juros nominal é de 15% a.a., porém a capitalização é mensal. Por isso, esta taxa é chamada, por alguns autores, de “taxa de mentirinha”, pois não reflete uma taxa de aplicação, servindo apenas de referência a uma aplicação efetiva.

Já a taxa efetiva é a taxa obtida em um determinado período, que pode ser um mês, um semestre, um ano etc. Assim, se a aplicação do exemplo fosse por seis meses, ter-se-ia, em juros simples, uma taxa efetiva de 7,5% a.s., visto ter sido este o período de aplicação.

Assim, a taxa efetiva em juros simples é obtida a partir da taxa nominal, e consiste na divisão desta pelo número de capitalizações que a incluem, sendo acumulada (multiplicada) pelo prazo de transação.

A remuneração real, ou taxa real de uma aplicação, será calculada, excluindo-se o percentual de inflação que a taxa efetiva embute. Como a taxa de inflação de um período incide sobre a do período anterior, está-se diante de capitalização composta. Por isso, esse assunto será visto com maiores detalhes em juros compostos.

6. JUROS SIMPLES

6.1. Utilização da taxa de juros

A taxa de juros indica qual remuneração será paga ao dinheiro emprestado, para um determinado período. Ela vem normalmente expressa na forma percentual, seguida da especificação do período de tempo a que se refere:

- 36% a.a. $\Rightarrow$ (a.a. significa ao ano)
- 9% a.t. $\Rightarrow$ (a.t. significa ao trimestre)
- 3% a.m. $\Rightarrow$ (a.m. significa ao mês)
- 18% a.s. $\Rightarrow$ (a.s. significa ao semestre)
- 6% a.b. $\Rightarrow$ (a.b. significa ao bimestre)
- 12% a.q. $\Rightarrow$ (a.q. significa ao quadrimestre)
- 1% a.d. $\Rightarrow$ (a.d. significa ao dia)

Será utilizada essa notação nos cálculos, que também é a notação com que as taxas aparecem nas questões de concursos. No entanto, com uso das fórmulas, repete-se, utiliza-se a forma unitária.

O regime de juros será simples quando o percentual de juros incidir apenas sobre o valor principal (capital). Sobre os juros gerados a cada período não incidirão novos juros. Quando se calculam juros sobre juros, isto é, quando os juros são capitalizados e o juro incidir sobre o montante do período anterior, tem-se o regime de juros compostos.

6.2. Cálculo dos juros simples

Valor principal ou capital é o valor inicial emprestado ou aplicado, antes de se somarem os juros.

O juro, por sua vez, é obtido pela aplicação da taxa de juros unitária sobre o capital inicial, proporcionalmente ao tempo em que este é aplicado.

Da aplicação desta definição, tem-se a seguinte fórmula:

$$J = C.i.n$$

Onde:

J = juros

C = capital ou principal

i = taxa de juros (unitária)

n = número de períodos de aplicação do capital.

Vale repetir que a taxa e o tempo devem estar na mesma unidade. Assim, se a taxa de aplicação anunciada for o mês, o tempo com o qual se trabalha também deve ser o mês. Se o período de aplicação for anual, a taxa deve vir expressa em anos.

A partir desta fórmula, pode-se estabelecer as seguintes relações:

$$C = J / in \quad i = J / Cn \quad n = J / Ci$$

Observe que não se trata de novas fórmulas. Apenas alterou-se a incógnita na fórmula principal.

EXEMPLO 2

A empresa FMW Ltda. possui uma dívida de R\$ 20.000,00, que deve ser paga em dois meses, com juros de 8% a.m. pelo regime de juros simples. Os juros que a empresa FMW Ltda. deve pagar são de:

Solução

$$J = Cin$$

$$C = \text{R\$ } 20.000,00$$

$$i = 8\% \text{ a.m.} \Rightarrow 8 / 100 = 0,08 \text{ a.m.}$$

$$n = 2 \text{ meses}$$

$$J = Cin$$

Substituindo, tem-se

$$J = \text{R\$ } 20.000,00 \times 0,08 \times 2$$

$$J = \text{R\$ } 20.000,00 \times 0,16$$

$$J = \text{R\$ } 3.200,00.$$

7. MONTANTE

Montante, em Matemática Financeira, significa o principal de uma aplicação (capital) mais os juros por ele gerados.

Perceba que, quando se faz uma aplicação financeira de R\$ 800,00, a qual, depois de determinado prazo de aplicação, rende juros de R\$ 300,00, tem-se à disposição para saque o valor de R\$ 1.100,00, que é o montante.

Desta forma, quando se soma os juros ao valor principal ou capital, tem-se o montante.

Assim:

$$M = C + J \text{ (1)}$$

Onde:

M é o montante;

C é o capital ou principal; e

J é o juro.

Como $J = Cin$, substituindo-se em (1), tem-se:

$$M = C + Cin$$

Isolando C, tem-se:

$$M = C (1 + in)$$

EXEMPLO 3

Quanto a Cia. XMW receberá, em três anos, por um empréstimo de R\$ 30.000,00, a uma taxa de 15% a.a. pelo regime de juros simples?

Solução

Elementos do problema:

$$C = 30.000,00$$

$$i = 15\% \text{ a.a.} = 15 / 100 = 0,15 \text{ a.a.}$$

$$n = 3 \text{ anos}$$

$$M = ?$$

$$J = ?$$

Há duas opções para resolver o problema: uma é calcular os juros e adicioná-los ao capital; outra é aplicar a fórmula do montante.

$$1^a) \quad J = Cin$$

$$J = R\$ 30.000,00 \times 0,15 \times 3$$

$$J = R\$ 30.000,00 \times 0,45$$

$$J = R\$ 13.500,00$$

$$M = C + J$$

$$M = R\$ 30.000,00 + R\$ 13.500,00$$

$$M = R\$ 43.500,00.$$

$$2^a) \quad M = C (1 + in)$$

$$M = R\$ 30.000,00 (1 + 0,15 \times 3)$$

$$M = R\$ 30.000,00 \times 1,45$$

$$M = R\$ 43.500,00.$$

8. TAXAS PROPORCIONAIS

Analise-se a seguinte situação: qual a taxa de juros que renderá mais em doze meses, considerando juros simples, 1% a.m. ou 12% a.a.?

Ora, supondo o capital investido de R\$ 100,00, e aplicando a fórmula dos juros para a taxa de 1% a.m., durante doze meses, tem-se, na primeira hipótese:

$$\begin{aligned} 1^a) \quad J &= C \cdot i \cdot n \\ J &= R\$ 100,00 \times 0,01 \times 12 \\ J &= R\$ 100,00 \times 0,12 \\ J &= R\$ 12,00. \end{aligned}$$

Agora, aplicando a fórmula dos juros ao mesmo capital investido de R\$ 100,00, para a taxa de 12% a.a., durante um ano, tem-se, na segunda hipótese:

$$\begin{aligned} 2^a) \quad J &= C \cdot i \cdot n \\ J &= R\$ 100,00 \times 0,12 \times 1 \\ J &= R\$ 100,00 \times 0,12 \\ J &= R\$ 12,00. \end{aligned}$$

Portanto, ambas as taxas levaram a juros iguais! Assim, diz-se que as taxas de 1% a.m. e de 12% a.a. são equivalentes. Isto somente é verdade porque as taxas são, ao mesmo tempo, proporcionais.

Dessa forma, pode-se afirmar que, se forem tomadas duas taxas de juros quaisquer (i_1 e i_2), que se refiram, respectivamente, aos períodos n_1 e n_2 , expressos em uma mesma unidade de tempo, então essas taxas serão proporcionais, se for verificada a relação abaixo:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{Como, numa proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos, tem-se: } i_1 \times n_2 = i_2 \times n_1, \text{ o que vem a ser: } i_1 / n_1 = i_2 / n_2.$$

EXEMPLO 4

Demonstrar que as taxas de 4% ao bimestre e de 24% ao ano são proporcionais.

Solução

Tem-se:

$$i_1 = 4\% \text{ a.b.} \Rightarrow 0,04 \text{ a.b.}$$

$$i_2 = 24\% \text{ a.a.} \Rightarrow 0,24 \text{ a.a.}$$

$$n_1 = 2 \text{ meses (1 bimestre)}$$

$$n_2 = 12 \text{ meses (1 ano)}$$

Como:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Tem-se:

$$0,04 / 0,24 = 2 / 12 \Rightarrow 1/6 = 1/6.$$

$\Rightarrow$ Logo, a taxa de 4% a.b. é proporcional à taxa de 24% a.a.

9. TAXAS EQUIVALENTES

Duas taxas são equivalentes quando fazem com que um mesmo capital aplicado, por prazos iguais, produza o mesmo montante.

Ora, parece que é a mesma definição de taxas proporcionais! Parece, mas não é! Esta definição não faz muito sentido quando se está trabalhando com juros simples, haja vista que as taxas, nesse regime de capitalização, são proporcionais e equivalentes ao mesmo tempo.

Desta forma, em juros simples, a taxa de 3% ao mês equivale a 6% ao bimestre, ou a 18% ao semestre, ou a 36% ao ano. Percebe-se que se está tratando, também, de taxas proporcionais.

EXEMPLO 5

Um banco deseja captar recursos e oferece a taxa de 36% a.a. pelo regime de juros simples. Um investidor gostaria de saber quanto ganharia, se aplicasse R\$ 20.000,00 por 1 mês.

Solução

$$i = 36\% \text{ a.a. (taxa nominal)} \Rightarrow \text{equivalente a } 36/12 \text{ ao mês (3\% a.m.)}$$

$$i = 3\% \text{ a.m. (taxa proporcional ou equivalente mensal)} = 0,03 \text{ a.m.}$$

$$n = 1 \text{ mês}$$

$$C = \text{R\$ } 20.000,00$$

$$J = \text{Cin}$$

$$J = 20.000,00 \times 0,03 \times 1$$

$$J = \text{R\$ } 600,00.$$

Note que se achou primeiro a taxa mensal equivalente aos 36% a.a., ou seja, 3% a.m.

EXEMPLO 6

Qual será a taxa equivalente a uma taxa de 3% a.m., juros simples, em 24 dias de aplicação?

Solução

$$(3\% / 30 \text{ d}) \times 24 \text{ d} = 2,4\% \text{ no período.}$$

EXEMPLO 7

Quanto devo pagar por uma dívida de R\$ 550,00 a uma taxa de 12% a.t., juros simples, se já se passaram 1 ano e 4 meses?

Solução

$$i = 12\% \text{ a.t.} = 4\% \text{ a.m.} = 0,04 \text{ a.m.}$$

$$n = 1 \text{ ano e 4 meses} = 16 \text{ meses}$$

$$C = \text{R\$ } 550,00$$

$$M = ?$$

$$M = C \times (1 + i \times n)$$

$$M = \text{R\$ } 550 (1 + 0,04 \times 16)$$

$$M = \text{R\$ } 550,00 \times 1,64$$

$$M = \text{R\$ } 902,00.$$

ATENÇÃO!

No regime de juros simples, as taxas de juros proporcionais são igualmente equivalentes. É, portanto, indiferente, em juros simples, falar que duas taxas de juros são proporcionais ou que são equivalentes.

10. JURO EXATO E JURO COMERCIAL

Na maioria das aplicações, embora as taxas sejam referenciadas em anos, os prazos são fixados em dias. É o caso dos cheques especiais, se bem que, no Brasil, são cobrados juros compostos nestas operações. Nas aplicações de curto prazo, geralmente é adotado o regime de juros simples. Nestas condições, é necessário calcular a taxa proporcional diária, ou seja, de 1 dia.

Surgem, nesse momento, duas hipóteses para estabelecer a taxa diária, dependendo do número de dias que se adote para o ano:

- 1ª) ano civil $\Rightarrow$ 366 ou 365 dias, conforme o ano seja ou não bissexto;
- 2ª) ano comercial $\Rightarrow$ 360 dias $\Rightarrow$ mês com 30 dias.

Na prática, quando se adota o ano comercial (360 dias), considera-se que todos os meses possuem 30 dias. Entretanto, nas situações em que a contagem dos dias há de ser exata, consideramos o ano com 366 ou 365 dias, conforme o ano seja bissexto ou não.

EXEMPLO 8

Dada a taxa de 36% a.a., qual é a taxa proporcional a 1 dia para as convenções do ano civil e do ano comercial?

Solução

- a) pelo ano civil
$$i_{365} = 36\% / 365$$
$$i_{365} = 0,0986\% \text{ ao dia;}$$

- b) pelo ano comercial
$$i_{360} = 36\% / 360$$
$$i_{360} = 0,1\% \text{ ao dia.}$$

Assim, tem-se que a taxa obtida para o ano comercial é ligeiramente maior que a obtida para o ano civil, pois o divisor utilizado é menor.

Ressalta-se que as instituições financeiras trabalham com juros comerciais.

10.1. Juro exato

Obtém-se juro exato quando são utilizados o tempo (n) em dias e o ano civil (365 ou 366 dias). Assim, para uma taxa anual i , o juro exato é obtido pela fórmula:

$$J_e = C \cdot i / 365.$$

EXEMPLO 9

Qual é o juro exato de um capital de R\$ 20.000,00, que é aplicado por 80 dias à taxa de 36% a.a.?

Solução

$$J_e = \text{Cin} / 365$$

$$J_e = (\text{R\$ } 20.000 \times 0,36 \times 80) / 365$$

$$J_e = \text{R\$ } 1.578,08.$$

Perceba que a divisão por 365 é realizada exclusivamente para transformar a taxa anual em taxa diária, visto que a taxa e o prazo devem se referir à mesma unidade, e o período de aplicação foi estabelecido em dias.

10.2. Juro comercial ou ordinário

O juro comercial (ou ordinário) é obtido quando se adota como referência o ano comercial. Assim, para uma taxa anual i , e um prazo n , estabelecido em dias, o juro comercial é obtido pela fórmula:

$$J_c = \text{Cin} / 360.$$

EXEMPLO 10

Calcular o juro comercial correspondente ao exercício do item anterior.

Solução

$$J_c = \text{Cin} / 360$$

$$J_c = (20.000 \times 0,36 \times 80) / 360$$

$$J_c = \text{R\$ } 1.600,00.$$

Como já se havia constatado anteriormente, a taxa de juros comerciais é ligeiramente maior do que a taxa de juros exatos e, conseqüentemente, na mesma proporção, os juros comerciais também são maiores que os juros exatos.

É de ressaltar ainda que, em provas de concursos e nas situações práticas, na maioria das vezes, é utilizada a convenção do juro comercial.

Assim, a convenção do juro exato somente será utilizada se vier expresso que se trata desta modalidade de juros, cujos pressupostos são: a taxa referida ao ano e o prazo em dias. Do contrário, quando a taxa estiver em meses e o prazo também em meses, não havendo qualquer alusão a juros exatos, está-se diante do juro comercial.

Obs.: na doutrina, encontra-se autores que afirmam ser os juros comerciais a mesma coisa que os juros ordinários. Outros, entretanto, vêem diferença entre as duas designações. Em face de não haver consenso entre os autores sobre esse assunto, entende-se prudente não trazer à tona essa polêmica, visto que não traria nenhuma contribuição ao estudo.

II. PRAZO, TAXA E CAPITAL MÉDIOS

Prazo, taxa e capital médios são aqueles que substituem diversas aplicações por uma única.

11.1. Prazo médio

Considere-se a seguinte notação:

$$\sum C \text{ (lê-se somatório de } C) = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_t$$

$$\sum J \text{ (lê-se somatório de } J) = J_1 + J_2 + J_3 + \dots + J_t, \text{ onde } t = \text{quantidade total de aplicações.}$$

Assim:

$$J_1 = C_1 \times i_1 \times n_1; J_2 = C_2 \times i_2 \times n_2; \dots; J_t = C_t \times i_t \times n_t$$

Considerando $\bar{n}$ como o prazo médio, tem-se:

$$(C_1 \times i_1 + C_2 \times i_2 + \dots + C_t \times i_t) \times \bar{n} = C_1 \times i_1 \times n_1 + C_2 \times i_2 \times n_2 + \dots + C_t \times i_t \times n_t$$

$$\bar{n} \times \sum C_i = \sum C_i n_i, \text{ ou}$$

$$\bar{n} = \sum C_i n_i / \sum C_i$$

Veja de outra forma: partindo do princípio de que $J/J = 1$, tem-se:

$$\frac{C_i n_i}{C_i} = 1$$

Pode-se utilizar o mesmo raciocínio quando se possuem diversos capitais aplicados a diversas taxas em diversos períodos, assim:

$$\frac{\sum C_i n_i}{\sum C_i} = 1$$

Passando qualquer um dos três elementos do denominador como incógnita, tem-se:

$$\bar{n} = \sum C_i n_i / \sum C_i, \text{ note-se que } (n) \text{ saiu do denominador e se transformou na incógnita.}$$

Assim, pode-se afirmar que o prazo médio ($\bar{n}$) é o período de tempo pelo qual o somatório dos capitais deve ser aplicado às suas respectivas taxas, de forma a produzir juros equivalentes à soma dos juros obtidos pelo total de capitais aplicados.

EXEMPLO 11

Três meses atrás, tomei num mesmo dia e ao mesmo credor os seguintes empréstimos a juros postecipados:

$C_1 = 30.000,00$	$i = 10\% \text{ a.m.}$	prazo = 7 meses
$C_2 = 60.000,00$	$i = 11\% \text{ a.m.}$	prazo = 8 meses
$C_3 = 80.000,00$	$i = 12\% \text{ a.m.}$	prazo = 10 meses

Agora, estou negociando com o credor para trocar os três títulos por um único de valor igual ao somatório dos três originais. O credor concordou, desde que não sofresse prejuízo. Como eu também não quero ser prejudicado, qual deve ser o prazo dessa letra única?

Solução

$$\bar{n} = \frac{\sum C_i n_i}{\sum C_i}$$

$$\bar{n} = \frac{[(30.000 \times 0,1 \times 7) + (60.000 \times 0,11 \times 8) + (80.000 \times 0,12 \times 10)]}{[(30.000 \times 0,1) + (60.000 \times 0,11) + (80.000 \times 0,12)]}$$

$$\bar{n} = \frac{169.800,00}{19.200,00}$$

$$\bar{n} = 8,84375 \text{ meses}$$

1 m 30 dias

8,84375..... X dias

$X = 8,84375 \times 30 = 265$ dias.

Isto quer dizer que, se os três títulos, com os seus respectivos valores e taxas, fossem aplicados por 265 dias, eles produziram o mesmo resultado dos prazos iniciais. O prazo médio é muito utilizado em operações de desconto de títulos em bancos (como é o caso das duplicatas emitidas pelas empresas comerciais).

11.2. Taxa média

Seguindo a mesma linha de raciocínio, a taxa média ($\tilde{i}$) é a taxa que, aplicada à soma dos capitais $C_1, C_2, \dots, C_t$, pelos prazos correspondentes $n_1, n_2, \dots, n_t$, produz juros iguais à soma dos juros que seriam produzidos individualmente por cada aplicação.

Logo:

$$\sum C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_t$$

$$\sum J = J_1 + J_2 + J_3 + \dots + J_t, \text{ onde } t = \text{quantidade total de aplicações.}$$

Assim:

$$J_1 = C_1 \times i_1 \times n_1; J_2 = C_2 \times i_2 \times n_2; \dots; J_t = C_t \times i_t \times n_t$$

Considerando $\tilde{i}$ como a taxa média, tem-se:

$$(C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + \dots + C_t \times n_t) \times \tilde{i} = C_1 \times i_1 \times n_1 + C_2 \times i_2 \times n_2 + \dots + C_t \times i_t \times n_t$$

$$\tilde{i} \times \sum Cn = \sum Cin, \text{ ou}$$

$$\tilde{i} = \sum Cin / \sum Cn$$

EXEMPLO 12

Três meses atrás, tomei num mesmo dia e ao mesmo credor os seguintes empréstimos a juros postecipados:

$C_1 = 30.000,00$	$i = 10\% \text{ a.m.}$	prazo = 7 meses
$C_2 = 60.000,00$	$i = 11\% \text{ a.m.}$	prazo = 8 meses
$C_3 = 80.000,00$	$i = 12\% \text{ a.m.}$	prazo = 10 meses

Qual a taxa média de juros desses três títulos?

Solução

$$\tilde{i} = \frac{\sum Cin}{\sum Ci}$$

$$\tilde{i} = \frac{[(30.000 \times 0,1 \times 7) + (60.000 \times 0,11 \times 8) + (80.000 \times 0,12 \times 10)]}{[(30.000 \times 7) + (60.000 \times 8) + (80.000 \times 10)]}$$

$$\tilde{i} = \frac{169.800,00}{1.490.000,00}$$

$$\tilde{i} = 11,396\%.$$

Se fossem aplicados os três títulos a uma taxa única de 11,369% ao mês, ter-se-ia o mesmo resultado obtido pela aplicação com as taxas originais.

11.3. Capital médio

O capital médio ($\tilde{C}$) é o valor de um capital que, aplicado às taxas $i_1, i_2, \dots, i_t$, pelos prazos correspondentes $n_1, n_2, \dots, n_t$, produz juros iguais à soma dos juros que seriam produzidos individualmente por cada aplicação dos capitais $C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_t$.

Logo:

$$\sum C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_t$$

$$\sum J = J_1 + J_2 + J_3 + \dots + J_t, \text{ onde } t = \text{quantidade total de aplicações.}$$

$i_1, i_2, \dots, i_t$ são as taxas de cada aplicação.

Assim:

$$J_1 = C_1 \times i_1 \times n_1; J_2 = C_2 \times i_2 \times n_2; \dots; J_t = C_t \times i_t \times n_t$$

Considerando $\tilde{C}$ como o capital médio, teríamos:

$$(i_1 \times n_1 + i_2 \times n_2 + \dots + i_t \times n_t) \times \tilde{C} = C_1 \times i_1 \times n_1 + C_2 \times i_2 \times n_2 + \dots + C_t \times i_t \times n_t$$

$$\tilde{C} \times \sum Cn = \sum Cin, \text{ ou}$$

$$\tilde{C} = \sum Cin / \sum in$$

EXEMPLO 13

Três meses atrás, tomei num mesmo dia e ao mesmo credor os seguintes empréstimos a juros postecipados:

$C_1 = 30.000,00$	$i = 10\% \text{ a.m.}$	prazo = 7 meses
$C_2 = 60.000,00$	$i = 11\% \text{ a.m.}$	prazo = 8 meses
$C_3 = 80.000,00$	$i = 12\% \text{ a.m.}$	prazo = 10 meses

Qual é o capital médio desses três títulos?

Solução

$$\tilde{C} = \frac{\sum Cin}{\sum Ci}$$

$$\tilde{C} = \frac{[(30.000 \times 0,1 \times 7) + (60.000 \times 0,11 \times 8) + (80.000 \times 0,12 \times 10)]}{[(0,10 \times 7) + (0,11 \times 8) + (0,12 \times 10)]}$$

$$\tilde{C} = \frac{169.800,00}{2,78}$$

$$\tilde{C} = \text{R\$ } 61.079,14.$$

Portanto, os três títulos poderiam ter o valor de aplicação de R\$ 61.079,14 cada um, que produziriam o mesmo resultado que o obtido com os valores originais.

12. PROGRESSÃO ARITMÉTICA

12.1. Introdução

Em uma prova de Matemática Financeira, podem ser exigidos diversos conhecimentos. Em se tratando de juros simples, o examinador pode elaborar uma questão que verse sobre

capitalização, com depósitos periódicos a uma determinada taxa e períodos sequenciais, ou cobrar o valor do principal de uma suposta série de pagamentos.

Pode-se perfeitamente resolver questões dessa natureza com os ensinamentos até aqui apresentados. Porém, isto pode acarretar uma demora excessiva. Assim, precisa-se de todas as ferramentas possíveis para agilizar a resolução de questões. É nesse contexto que se desenvolverá o assunto, enfatizando os principais pontos.

Chama-se de sequência ou sucessão numérica o conjunto qualquer de números reais ou complexos, ordenados de alguma forma.

Assim, os conjuntos $Z = (1,1; 1,2; 1,3; 1,4; \dots; 2,9)$ e $W = (3,7; \dots; 3,5; \dots; 3,3; 3,1; \dots; 0,1)$ se constituem em conjuntos ordenados, sendo o primeiro de forma crescente e o segundo de forma decrescente. Os elementos desses conjuntos são chamados de termos. Veja que, no conjunto Z , o primeiro termo é 1,1 e o último termo é 2,9.

Perceba, ainda, que a diferença entre os termos vizinhos é constante. Essa diferença entre os termos chama-se razão (r).

Na primeira sequência, a razão é:

$$r = 1,2 - 1,1 = 1,3 - 1,2 = 1,4 - 1,3 = + 0,1 \text{ (razão positiva)}$$

Já na segunda sequência, a razão é:

$$r = 3,5 - 3,7 = 3,3 - 3,5 = 3,1 - 3,3 = - 0,2 \text{ (razão negativa)}$$

Desta forma, pode-se definir progressão aritmética (PA) como sendo uma sequência numérica, cujos termos, a partir do segundo, são iguais ao anterior, somado ou diminuído por um valor constante denominado razão.

Veja os seguintes exemplos:

$$K = (1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots) \text{ razão} = 1 \text{ (PA crescente)}$$

$$Y = (1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; \dots) \text{ razão} = 0,1 \text{ (PA crescente)}$$

$$W = (0,95; 0,90; 0,85; 0,80; 0,75; \dots) \text{ razão} = -0,05 \text{ (PA decrescente)}.$$

12.2. Termo geral de uma PA

Diante de uma PA genérica do tipo $Z = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_n)$, cuja razão seja r , tem-se:

$$a_2 = a_1 + r \dots\dots\dots a_2 = a_1 + 1 \times r$$

$$a_3 = a_2 + r = (a_1 + r) + r = a_1 + 2r \dots\dots\dots a_3 = a_1 + 2 \times r$$

$$a_4 = a_3 + r = (a_1 + 2r) + r = a_1 + 3r \dots\dots\dots a_4 = a_1 + 3 \times r$$

E assim por diante, até o último termo da PA, a_n .

Infere-se, a partir dessas igualdades, que:

$$a_n = a_1 + (n-1) \times r$$

Esta expressão " $a_n = a_1 + (n-1) \times r$ " chama-se *termo geral da PA*.

Com auxílio desta fórmula, pode-se determinar, por exemplo, o quadragésimo número divisível por três.

Então, tem-se:

$$\text{PA: } (3, 6, 9, 12, 15, \dots)$$

$$\text{Primeiro termo: } a_1 = 3$$

$$\text{Razão: } r = 3$$

Quer-se calcular o quadragésimo termo a_{40} . Assim:

$$n = 40.$$

Substituindo esses valores na fórmula, tem-se:

$a_{40} = a_1 + (40 - 1) \times 3 = 3 + 39 \times 3 = 3 + 117 = 120$. Isto é, 120 é o quadragésimo número divisível por três. Isto foi um exemplo simplório de PA, mas, na verdade, para se obter o quadragésimo número divisível por três, basta multiplicar 40 por 3. Assim:

$$40 \times 3 = 120.$$

12.3. Propriedades das progressões aritméticas

P_1 : numa PA, cada termo (a partir do segundo) é a média aritmética dos termos vizinhos. Assim:

$$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}; a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2}; \dots; a_n = \frac{a_{(n-1)} + a_{(n+1)}}{2}$$

P_2 : Numa PA, a soma dos termos equidistantes dos extremos é constante.

PA: (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)

$$1 + 10 = 2 + 9 = 3 + 8 = 4 + 7 = 5 + 6 = 11.$$

12.4. Soma dos n primeiros termos de uma PA

Da aplicação da propriedade P_2 acima resulta a expressão abaixo. Esta expressão é interessante de forma muito particular Matemática Financeira.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}.$$

Por esta fórmula, conclui-se que $2 \times S_n = (a_1 + a_n) \times n$, ou seja, a soma do primeiro e do último termos, multiplicada pelo número de termos, é igual a duas vezes a soma dos termos.

A importância desta fórmula reside basicamente em sua aplicação nos problemas de juros simples. Isso porque, como sabemos, os juros simples são aplicados sempre sobre o capital inicial, nunca sobre juros. Assim, o montante de determinada aplicação poderá ser obtido pela fórmula da soma dos termos da PA, sendo que a razão nada mais é do que o valor do juro.

EXEMPLO 14

Uma pessoa contrata com uma instituição financeira um empréstimo de R\$ 40.000,00 e assume o compromisso de pagá-lo em 100 prestações mensais, com uma taxa de juros simples de 2% ao mês. Qual será o valor total dos pagamentos se eles devem ocorrer no final de cada mês a partir do primeiro?

Solução

Se não fossem cobrados juros, o valor de cada parcela seria de R\$ 400,00 (R\$ 40.000,00 / 100). Porém, os juros mudam esta situação e cada uma das parcelas sofrerá a incidência de juros desde o primeiro dia até a sua quitação.

O valor dos juros é de 2% a.m. (0,02). Então, como $J = C \cdot i \cdot n$, tem-se:

primeiro mês: $J = C \cdot i \cdot n = R\$ 400,00 \times 0,02 \times 1 = R\$ 8,00$;

segundo mês: $J = C \cdot i \cdot n = R\$ 400,00 \times 0,02 \times 2 = R\$ 16,00$.

Dessa forma, a primeira parcela terá o valor de R\$ 408,00 (a_1); a segunda, de R\$ 416,00; e assim por diante. Veja-se que há um incremento de R\$ 8,00 em cada prestação (razão), então, na centésima prestação, os juros serão de R\$ 800,00 ($100 \times R\$ 8,00$), resultando que o último termo (a_n) terá o valor de R\$ 1.200,00 ($R\$ 400,00 + R\$ 800,00$).

Aplicando a fórmula da soma dos termos, tem-se:

$$2 \times S = (R\$ 408,00 + R\$ 1.200,00) \times 100$$

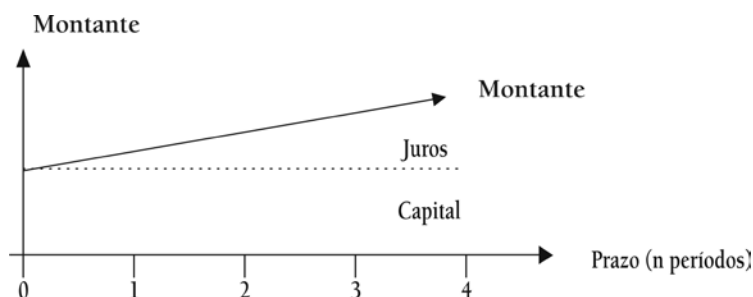
$$2 \times S = R\$ 160.800,00$$

$$S = R\$ 160.800,00 / 2$$

$$S = R\$ 80.400,00.$$

13. APRESENTAÇÃO GRÁFICA DE JUROS SIMPLES

Os juros simples se caracterizam por guardarem uma relação de proporcionalidade, isto é, se os seus valores forem representados graficamente, obtém-se uma linha reta:



Perceba que, à medida que o prazo for avançando, os juros aumentam de forma proporcional, aumentando, na mesma proporção, o montante produzido.

14. TESTES PROPOSTOS

- 1) **Uma duplicata de R\$ 300,00 venceu em 26/06/2000 e somente foi paga em 14/10/2000. Sabendo-se que o banco cobra juros simples de 72% a.a., o sacado desembolsou o montante de R\$:**
 - a) 366,00;
 - b) 373,00;
 - c) 375,00;
 - d) 376,00;
 - e) 380,00.

- 2) **O prazo em que se duplica um capital aplicado à taxa de juros simples de 4% ao mês é de:**
 - a) 1 ano;
 - b) 15 meses;
 - c) 20 meses;
 - d) 25 meses;
 - e) 3 anos.

- 3) Uma empresa pagou uma duplicata de R\$ 60.000,00 no dia 03/06/1999. Sabendo-se que o título venceu em 25/03/1999 e que o banco adota a taxa de juros simples ordinários de 6% ao mês, o montante que a firma desembolsou foi de:
- a) R\$ 68.250,00;
 - b) R\$ 68.400,00;
 - c) R\$ 68.500,00;
 - d) R\$ 68.600,00;
 - e) R\$ 68.650,00.
- 4) Dois capitais foram aplicados a uma taxa de 72% a.a., sob regime de juros simples, sendo o primeiro pelo prazo de 4 meses, e o segundo, por 5 meses. Sabendo-se que a soma dos juros totalizou R\$ 39.540,00 e que os juros do segundo capital excederam os juros do primeiro em R\$ 12.660,00, a soma dos dois capitais iniciais era de:
- a) R\$ 140.000;
 - b) R\$ 143.000;
 - c) R\$ 145.000;
 - d) R\$ 147.000;
 - e) R\$ 115.000.
- 5) Por quantos anos se deve aplicar um capital para que, a uma taxa anual de juros simples de 50%, quadruplique o valor inicial?
- a) 2.
 - b) 3.
 - c) 4.
 - d) 5.
 - e) 6.
- 6) Dois capitais foram aplicados, sob regime de juros simples, o primeiro a uma taxa anual de 10%, durante 2 anos, e o segundo, a uma taxa de 8% a.a., por 3 anos. Sabendo-se que os dois montantes totalizaram R\$ 520.000,00 e que o segundo excedeu o primeiro em R\$ 300.000,00, determine os valores dos juros percebidos pela aplicação de cada um dos capitais.
- a) 110.000,00 e 410.000,00.
 - b) 18.333,33 e 79.354,84.
 - c) 91.666,67 e 330.645,16.
 - d) 140.000,00 e 380.000,00.
 - e) 18.333,33 e 93.666,67.
- 7) Em determinada casa comercial, são concedidos descontos de 10% no preço das mercadorias, para as vendas à vista. Esta mesma casa cobra 24% de juros para as vendas com prazo de pagamento de 60 dias. Quais são as taxas mensais nominal e efetiva de juros simples?
- a) 12% e 18,89%.
 - b) 18,89% e 12%.
 - c) 24% e 37,78%.
 - d) 37,78% e 24%.
 - e) 24% e 34%.
- 8) (AFTN-Esaf/1998) Um capital é aplicado do dia 5 de maio ao dia 25 de novembro do mesmo ano, a uma taxa de juros simples ordinário de 36% ao ano, produzindo um montante de R\$ 4.800,00. Nessas condições, calcule o capital aplicado, desprezando os centavos.
- a) R\$ 4.067,00.
 - b) R\$ 3.986,00.
 - c) R\$ 3.996,00.
 - d) R\$ 3.941,00.
 - e) R\$ 4.000,00.

- 9) (AFTN-Esaf/1998) A quantia de R\$ 10.000,00 foi aplicada a juros simples exatos do dia 12 de abril ao dia 5 de setembro do corrente ano. Calcule os juros obtidos, à taxa de 18% ao ano, desprezando os centavos.
- a) R\$ 705,00. d) R\$ 720,00.
b) R\$ 725,00. e) R\$ 735,00.
c) R\$ 715,00.
- 10) (AFTN-Esaf/1998) Indique, nas opções abaixo, qual a taxa unitária anual equivalente à taxa de juros simples de 5% ao mês.
- a) 1,0. d) 12,0.
b) 0,6. e) 5,0.
c) 60,0.
- 11) (AF-CE-Esaf/1998) Um capital é aplicado a juros simples do dia 10 de fevereiro ao dia 24 de abril, do corrente ano, a uma taxa de 24% ao ano. Nessas condições calcule o juro simples exato ao fim do período, como porcentagem do capital inicial, desprezando as casas decimais superiores à segunda.
- a) 4,70%. d) 4,88%.
b) 4,75%. e) 4,93%.
c) 4,80%.
- 12) (BB-SP/98) Uma geladeira é vendida à vista por R\$ 1.000,00 ou em duas parcelas, sendo a primeira como uma entrada de R\$ 200,00 e a segunda, dois meses após, no valor de R\$ 880,00. Qual a taxa mensal de juros simples utilizada?
- a) 6%. d) 3%.
b) 5%. e) 2%.
c) 4%.
- 13) (BB-SP/98) Um investidor dispunha de R\$ 300.000,00 para aplicar. Dividiu esta aplicação em duas partes. Uma parte foi aplicada no banco Alfa, à taxa de 8% ao mês, e a outra parte no banco Beta, à taxa de 6% ao mês, ambas em juros compostos. O prazo de ambas as aplicações foi de 1 mês. Se, após este prazo, os valores resgatados forem iguais nos dois bancos, os valores de aplicação, em reais, em cada banco, foram, respectivamente:
- a) 148.598,13 e 151.401,87; d) 151.598,13 e 148.401,87;
b) 149.598,13 e 150.401,87; e) 152.598,13 e 147.401,87.
c) 150.598,13 e 149.401,87;
- 14) (BB-SP/98) Um aplicador aplica R\$ 10.000,00 em um CDB do Banco do Brasil, de 30 dias de prazo e uma taxa prefixada de 3% ao mês. Considerando o imposto de renda de 20% no resgate, o valor líquido a ser resgatado pelo aplicador, em reais, e a taxa de rentabilidade efetiva da aplicação são, respectivamente:
- a) 10.200,00 e 2,35%; d) 10.240,00 e 2,45%;
b) 10.240,00 e 2,35%; e) 10.300,00 e 2,40%.
c) 10.240,00 e 2,40%;
- 15) (FISCAL SC – 1998) Dois capitais, em juros simples, estão entre si assim como 4 está para 6. Para que, em período de tempo igual, seja obtido o mesmo rendimento, a taxa de aplicação do menor capital deve superar a do maior em:
- a) 20%; d) 50%;
b) 60%; e) 70%.
c) 40%;

- 16) (Esaf-Bacen-2001)** Uma pessoa recebeu um empréstimo de um banco comercial de R\$ 10.000,00 para pagar R\$ 12.000,00 ao final de cinco meses, mas foi obrigada a manter R\$ 2.000,00 de saldo em sua conta durante a vigência do empréstimo. Considerando que a pessoa retirou os R\$ 2.000,00 do empréstimo recebido e os utilizou para pagamento do montante no final, indique a taxa real de juros paga.
- a) 20% ao semestre.
 - b) 4% ao mês, considerando juros simples.
 - c) 10% ao mês, considerando juros simples.
 - d) 20% no período.
 - e) 5% ao mês, juros simples.
- 17) (Esaf/AFPS-2002)** Uma pessoa física recebeu um empréstimo de um banco comercial no valor de R\$ 10.000,00, por um prazo de três meses, para pagar de volta este valor acrescido de 15% de juros ao fim do prazo. Todavia, a pessoa só pôde usar em proveito próprio 75% do empréstimo, porque, por força do contrato, usou o restante para fazer uma aplicação no próprio banco, que rendeu R\$ 150,00 ao fim dos três meses. Indique qual foi a taxa efetiva de juros paga pela pessoa física sobre a parte do empréstimo que utilizou em proveito próprio.
- a) 12% ao trimestre.
 - b) 14% ao trimestre.
 - c) 15% ao trimestre.
 - d) 16% ao trimestre.
 - e) 18% ao trimestre.
- 18) (Esaf/AFRF-2002-2)** Uma conta no valor de R\$ 2.000,00 deve ser paga em um banco na segunda-feira, dia 8. O não pagamento no dia do vencimento implica uma multa fixa de 2% sobre o valor da conta mais o pagamento de uma taxa de permanência de 0,2% por dia útil de atraso, calculada como juros simples, sobre o valor da conta. Calcule o valor do pagamento devido no dia 22 do mesmo mês, considerando que não há nenhum feriado bancário no período.
- a) R\$ 2.080,00.
 - b) R\$ 2.084,00.
 - c) R\$ 2.088,00.
 - d) R\$ 2.096,00.
 - e) R\$ 2.100,00.
- 19) (Esaf/SERPRO-2001)** Uma conta no valor de R\$ 1.000,00 deve ser paga em um banco na segunda-feira, dia 5. O não pagamento no dia do vencimento implica uma multa fixa de 2% sobre o valor da conta mais o pagamento de uma taxa de permanência de 0,1% por dia útil de atraso, calculada como juros simples, sobre o valor da conta. Calcule o valor do pagamento devido no dia 19 do mesmo mês considerando que não há nenhum feriado bancário no período.
- a) R\$ 1.019,00.
 - b) R\$ 1.020,00.
 - c) R\$ 1.025,00.
 - d) R\$ 1.029,00.
 - e) R\$ 1.030,00.
- 20) (Esaf/SUSEP-2002-Analista Técnico Atuária)** Um capital é aplicado a juros simples durante três meses e dez dias a uma taxa de 3% ao mês. Calcule os juros em relação ao capital inicial.
- a) 9%.
 - b) 10%.
 - c) 10,5%.
 - d) 11%.
 - e) 12%.

- 21) A empresa “X” deve a um banco quatro notas promissórias. A primeira, de R\$ 100.000,00, com vencimento para 75 dias; a segunda, de R\$ 250.000,00, com vencimento para 153 dias; a terceira, de R\$ 280.000,00, com vencimento para 60 dias; e a última, de R\$ 120.000,00, com vencimento para 210 dias. A empresa deseja consolidar esses quatro títulos em uma única promissória de R\$ 750.000,00. Sabendo-se que o banco adota o regime de juros comerciais simples, o prazo do novo título será de:
- a) 100 dias;
 - b) 106 dias;
 - c) 112 dias;
 - d) 117 dias;
 - e) 123 dias.
- 22) (AFTN/Esaf-1998) Os capitais de R\$ 20.000,00, R\$ 30.000,00 e R\$ 50.000,00 foram aplicados à mesma taxa de juros simples mensal durante 4, 3 e 2 meses respectivamente. Obtenha o prazo médio de aplicação desses capitais.
- a) Dois meses e vinte e um dias.
 - b) Três meses.
 - c) Três meses e dez dias.
 - d) Três meses e nove dias.
 - e) Dois meses e meio.
- 23) (Esaf/AFRF-2002-1) Os capitais de R\$ 2.000,00, R\$ 3.000,00, R\$ 1.500,00 e R\$ 3.500,00 são aplicados à taxa de 4% ao mês, juros simples, durante dois, três, quatro e seis meses, respectivamente. Obtenha o prazo médio de aplicação destes capitais.
- a) Quatro meses.
 - b) Quatro meses e cinco dias.
 - c) Três meses e vinte e dois dias.
 - d) Dois meses e vinte dias.
 - e) Oito meses.
- 24) (AFRF 2000/2001-Esaf) Os capitais de R\$ 3.000,00, R\$ 5.000,00 e R\$ 8.000,00 foram aplicados todos no mesmo prazo, a taxas de juros simples de 6% ao mês, 4% ao mês e 3,25% ao mês, respectivamente. Calcule a taxa média de aplicação desses capitais.
- a) 4,83% ao mês.
 - b) 3,206% ao mês.
 - c) 4,4167% ao mês.
 - d) 4% ao mês.
 - e) 4,859% ao mês.
- 25) (Esaf-AFRF/2002-2) Os capitais de R\$ 7.000,00, R\$ 6.000,00, R\$ 3.000,00 e R\$ 4.000,00 são aplicados, respectivamente, às taxas de 6%, 3%, 4% e 2% ao mês, no regime de juros simples, durante o mesmo prazo. Calcule a taxa média proporcional anual de aplicação destes capitais.
- a) 4%.
 - b) 8%.
 - c) 12%.
 - d) 24%.
 - e) 48%.
- 26) (Esaf-ATE/MS-2001) Três capitais são aplicados a juros simples pelo mesmo prazo. O capital de R\$ 3.000,00 é aplicado à taxa de 3% ao mês, o capital de R\$ 2.000,00 é aplicado a 4% ao mês e o capital de R\$ 5.000,00 é aplicado a 2% ao mês. Obtenha a taxa média mensal de aplicação desses capitais.
- a) 3%.
 - b) 2,7%.
 - c) 2,5%.
 - d) 2,4%.
 - e) 2%.

- 27) (Esaf-AFRF/2003) Os capitais de R\$ 2.500,00, R\$ 3.500,00, R\$ 4.000,00 e R\$ 3.000,00 são aplicados a juros simples, durante o mesmo prazo, às taxas mensais de 6%, 4%, 3% e 1,5%, respectivamente. Obtenha a taxa média mensal de aplicação destes capitais.
- a) 2,9%.
b) 3%.
c) 3,138%.
- d) 3,25%.
e) 3,5%.
- 28) Quanto se deve depositar no início de cada bimestre a JUROS SIMPLES de 5% a.m., para constituir o montante de R\$ 1.950,00, imediatamente após o vigésimo depósito?
- a) R\$ 48,00.
b) R\$ 50,00.
c) R\$ 55,00.
- d) R\$ 60,00.
e) R\$ 40,00.
- 29) (Esaf-AFRF/2003) Uma pessoa tem que pagar dez parcelas no valor de R\$ 1.000,00 cada, que vencem todo dia 5 dos próximos dez meses. Todavia, ela combina com o credor um pagamento único equivalente no dia 5 do décimo mês para quitar a dívida. Calcule este pagamento, considerando juros simples de 4% ao mês.
- a) R\$ 11.800,00.
b) R\$ 12.006,00.
c) R\$ 12.200,00.
- d) R\$ 12.800,00.
e) R\$ 13.486,00.
- 30) Pedro vendeu uma máquina de calcular com um prejuízo de 20% sobre o preço de venda. Sabendo-se que o valor da perda foi de R\$ 170,00, o preço de aquisição da máquina foi de R\$:
- a) 850,00;
b) 1.000,00;
c) 1.020,00;
- d) 1.040,00;
e) 1.050,00.
- 31) Um capital de R\$ 100.000,00, aplicado à taxa de juros simples de 20% ao trimestre, ao longo de 15 meses, rende um total de juros no valor de:
- a) R\$ 30.000,00;
b) R\$ 80.000,00;
c) R\$ 100.000,00;
- d) R\$ 150.000,00;
e) R\$ 180.000,00.
- 32) Uma pessoa aplicou a juros simples ordinários ou comerciais a importância de R\$ 1.000,00, no dia 20/06/1999, e recebeu por essa aplicação o montante de R\$ 1.020,00, no dia 02/07/1999. Nessas condições, a taxa de juros mensal da operação foi de:
- a) 4,0%;
b) 4,5%;
c) 5,0%;
- d) 5,5%;
e) 6,0%.
- 33) Paulo emprestou R\$ 150,00, a juros simples comerciais, lucrando R\$ 42,00 de juros. Sabendo-se que o prazo de aplicação foi de 120 dias, a taxa de juros mensal aplicada foi de:
- a) 7%;
b) 8%;
c) 6%;
- d) 5%;
e) 4%.

- 34) João colocou metade de seu capital a juros simples pelo prazo de 6 meses e o restante, nas mesmas condições, pelo período de 4 meses. Sabendo-se que, ao final das aplicações, os montantes eram de R\$ 117.000,00 e R\$ 108.000,00, respectivamente, o capital inicial do capitalista era de:
- a) R\$ 150.000
b) R\$ 160.000
c) R\$ 170.000
d) R\$ 180.000
e) R\$ 200.000
- 35) Um investidor empregou 70% de seu capital, à taxa de 24% a.a., e o restante à taxa de 18% a.a. Admitindo-se que as aplicações foram efetuadas no regime de juros simples comerciais, pelo prazo de 10 meses e que, juntas, renderam juros no total de R\$ 38.850,00, o capital inicial do investidor era de R\$:
- a) 210.000,00;
b) 214.000,00;
c) 215.000,00;
d) 218.000,00;
e) 220.000,00.
- 36) João, Pedro e Paulo formaram uma sociedade. Após certo prazo, a empresa apresentou um lucro de R\$ 36.000,00. Na repartição do lucro, coube a Pedro R\$ 6.000,00 a mais do que a João, e Paulo recebeu R\$ 6.000,00. Sabendo-se, ainda, que o capital de Pedro era R\$ 60.000,00 superior ao de Paulo, o capital total da empresa era de:
- a) R\$ 180.000,00;
b) R\$ 200.000,00;
c) R\$ 210.000,00;
d) R\$ 216.000,00;
e) R\$ 220.000,00.
- 37) Um capitalista empregou $\frac{2}{5}$ de seu capital a juros simples comerciais, à taxa de 48% a.a., durante 5 meses, e o restante do capital também a juros simples comerciais, à taxa de 60% a.a., durante 6 meses. Sabendo-se que a soma dos montantes recebidos nas duas aplicações foi de R\$ 302.400,00, o capital inicial total era de R\$:
- a) 230.000,00;
b) 240.000,00;
c) 250.000,00;
d) 255.000,00;
e) 260.000,00.
- 38) João aplicou certa importância a uma taxa de 24% a.a., por 10 meses. Findo o prazo, reaplicou o montante por mais 5 meses, à taxa de 30% a. a.. Sabendo-se que ambas as aplicações renderam juros no total de R\$ 3.710,00 e que o regime de capitalização é o de juros simples comerciais, o capital inicial da aplicação original era de R\$:
- a) 10.000,00;
b) 10.600,00;
c) 10.700,00;
d) 10.800,00;
e) 11.000,00.
- 39) Uma duplicata de R\$ 570,00, vencida em 4/03/2000, somente foi paga em 20/06/2000. Admitindo-se que o banco cobre juros simples de 24% a.a., o montante desembolsado pelo devedor foi de R\$:
- a) 591,06;
b) 595,95;
c) 601,82;
d) 607,57;
e) 611,04.

- 40) Uma pessoa emprega seu capital nas seguintes condições: a terça parte, a 15% ao ano; a quinta parte, a 18% ao ano, e o restante, a 21% ao ano. Qual a taxa única, a que a mesma poderia empregar todo o capital, a fim de obter o mesmo rendimento anual?**
- a) 18,4%.
b) 12,8%.
c) 21,2%.
d) 15,6%.
e) 22,2%.
- 41) (Prova AFTN/91) Um capital no valor de 50, aplicado a juro simples a uma taxa de 3,6% ao mês, atinge, em 20 dias, um montante de:**
- a) 51;
b) 51,2;
c) 52;
d) 53,6;
e) 68.
- 42) Determinado capital foi aplicado a uma taxa de 3,8% a.a. de juros simples, por um período de 10 meses, sendo resgatada, ao final deste período, a importância de R\$ 20.633,33. Qual o valor do capital investido?**
- a) 10.000.
b) 20.000.
c) 6.333,33.
d) 12.000.
e) 15.000.
- 43) Dispondo de R\$ 60.000,00, João aplica 3/4 dessa importância a uma taxa mensal de 15% de juros, e o restante a 12% ao mês. Quanto receberá de juros, decorridos 10 meses?**
- a) 85.500.
b) 145.500.
c) 67.500.
d) 112.500.
e) 18.000.
- 44) Um vendedor de carros comercializa determinado veículo por 60% do valor à vista como entrada e um pagamento de R\$ 60.000,00, 30 dias depois. Sabendo que o valor à vista do veículo é de R\$ 125.000,00, qual a taxa mensal de juros cobrada?**
- a) 0,67%.
b) 2%.
c) 25%.
d) 20%.
e) 2, 5%.
- 45) Quanto tempo deve permanecer aplicado um capital para que os juros sejam equivalentes a 3 vezes este capital, num regime de juros simples a uma taxa de 12% ao trimestre?**
- a) 75 meses.
b) 75 trimestres.
c) 36 meses.
d) 25 meses.
e) 6 anos e meio.
- 46) (Prova AFTN) O preço à vista de uma mercadoria é de R\$ 100,00. O comprador pode, entretanto, pagar 20% de entrada no ato e o restante em uma única parcela de R\$ 100,16, vencível em 90 dias. Admitindo-se o regime de juros simples comerciais, a taxa de juros anuais cobrada na venda a prazo é de:**
- a) 98,4%;
b) 99,6%;
c) 100,8%;
d) 102,0%;
e) 103,2%.

- 47) Carlos empresta R\$ 200.000,00 a uma taxa de juros de 20% a.a. Decorrido certo tempo, recebe juros equivalentes a $\frac{1}{4}$ do valor cedido por empréstimo. Por quanto tempo esteve emprestado o capital de Carlos?**
- a) 12,5 anos.
 - b) 2 anos.
 - c) 1 ano e 3 meses.
 - d) 5 anos.
 - e) 20 anos.
- 48) Calcular os juros simples produzidos por certo capital que, aplicado durante 6 anos, à taxa de 2% a.a., produziu um montante de R\$ 280.000,00.**
- a) 15.000.
 - b) 20.000.
 - c) 25.000.
 - d) 30.000.
 - e) 35.000.
- 49) Se forem aplicados R\$ 87.000,00 pelo período de 8 meses e 10 dias, a uma taxa mensal de juros de 2%, qual será o montante ao fim deste período?**
- a) 522.000.
 - b) 43.500.
 - c) 101.500.
 - d) 435.000.
 - e) 263.175.
- 50) Uma loja vende um televisor por R\$ 1.800,00 a vista. A prazo, vende o aparelho por R\$ 2.800,00, com R\$ 720,00 de entrada e o saldo 3 meses após. Qual a taxa de juros simples mensal?**
- a) 30,14%.
 - b) 26,61%.
 - c) 32,18%.
 - d) 29,14%.
 - e) 30,86%.
- 51) Pedro aplicou suas economias, durante 8 meses, a uma taxa de juros simples de 12% a.a., no Banco A. Ao final deste período, retirou o capital aplicado e os juros e aplicou esta quantia total no Banco B, a uma taxa de 15% a.a. Ao fim de 6 meses, tinha um montante de R\$ 348.300,00. Qual era o valor original das economias de Pedro?**
- a) 300.000.
 - b) 250.000.
 - c) 225.000.
 - d) 200.000.
 - e) 75.000.
- 52) Apliquei minhas economias, em regime de capitalização simples, a uma taxa de 6% a.a., durante 2 anos, 1 mês e 20 dias, obtendo um rendimento de R\$ 400.000,00. Quanto resgatei após o período indicado?**
- a) 5.853.658.
 - b) 6.253.658.
 - c) 3.116.883.
 - d) 3.516.883.
 - e) 4.527.994.

- 53) Paulo toma um empréstimo bancário de R\$ 1.000.000,00, comprometendo-se a quitá-lo em três vezes: 2/5, seis meses após; 1/3 do restante, decorridos mais 2 meses; e o saldo, ao final de um ano. Considerando um regime de capitalização simples, a uma taxa de 46% a.a., quanto pagará de juros?
- a) 317.333,33.
 - b) 327.333,33.
 - c) 337.333,33.
 - d) 347.333,33.
 - e) 357.333,33.
- 54) Carlos empresta 3/7 de seu capital a 8% a.a. de juros simples e o restante, a 1% a.m., recebendo de juros, após 2 anos, R\$ 22.011,43. Qual o montante global ao fim desses 2 anos?
- a) 45.857.
 - b) 129.011.
 - c) 7.337.
 - d) 61.143.
 - e) 14.674.
- 55) Empregando R\$ 150.000,00 a 8% a.m. e R\$ 220.000,00 a 5% a.m., após quantos meses os montantes serão iguais?
- a) 40.
 - b) 50.
 - c) 60.
 - d) 70.
 - e) 80.
- 56) Dois capitais idênticos são emprestados a juros simples, o primeiro durante 3 anos, a uma taxa de 12% a.a., e o segundo por 1 ano e meio, a 8% a.a. O credor recebe como retorno de seus empréstimos a quantia total de R\$ 744.000,00. Qual o valor de cada um dos capitais?
- a) 288.000.
 - b) 600.000.
 - c) 248.000.
 - d) 144.000.
 - e) 300.000.
- 57) Por quanto tempo deve-se empregar R\$ 200.000,00, a uma taxa anual de juros simples de 10%, para produzir-se um montante de R\$ 280.000,00?
- a) 3,6 anos.
 - b) 10 anos.
 - c) 40 meses.
 - d) 36 meses.
 - e) 4 anos.
- 58) Calcule os juros simples produzidos por um capital de R\$ 20.000,00, aplicado por 129 dias, a uma taxa de 6% a.a.
- a) 430.
 - b) 1.200.
 - c) 12.900.
 - d) 1.548.
 - e) 333.

- 59) Calcule o montante gerado pela aplicação de certa quantia durante 3 anos, a uma taxa anual de 20%, e que rende R\$ 90.000,00 de juros.**
- a) 240.000.
 - b) 200.000.
 - c) 150.000.
 - d) 120.000.
 - e) 90.000.
- 60) Um capital foi aplicado durante um ano a juros simples, nos primeiros 3 meses, a uma taxa mensal de 5,2% e, no tempo restante, somado aos juros, a uma taxa de 8% a.m.; os juros resultantes desta segunda aplicação foram de R\$ 620.000,00. Qual o valor do capital inicialmente aplicado?**
- a) 724.905,80.
 - b) 744.905,80.
 - c) 764.905,80.
 - d) 784.905,80.
 - e) 804.905,80.
- 61) Se $\frac{6}{8}$ de uma quantia produzem $\frac{3}{8}$ desta mesma quantia de juros, em 4 anos, qual é a taxa aplicada?**
- a) 12,5%.
 - b) 8%.
 - c) 37,5%.
 - d) 3,75%.
 - e) 7, 5%.
- 62) (AF-CE-Esaf/1998) Os capitais de R\$ 8.000,00, R\$ 10.000,00 e R\$ 6.000,00 foram aplicados à mesma taxa de juros simples, pelos prazos de 8, 5 e 9 meses, respectivamente. Obtenha o tempo necessário para que a soma desses capitais produza juros; à mesma taxa, iguais à soma dos juros dos capitais individuais aplicados nos seus respectivos prazos.**
- a) 6 meses.
 - b) 6 meses e meio.
 - c) 7 meses.
 - d) 7 meses e dez dias.
 - e) 7 meses e dezoito dias.

Desconto simples

I. CONCEITOS INICIAIS

Imaginem que o beneficiário de um título de crédito, vencível em data futura, necessite receber o valor imediatamente. Para isso, ele recorre a uma entidade financeira, que procederá ao *adiantamento* do valor do título, mediante a cobrança de uma taxa. Sendo assim, é claro que o beneficiário receberá um valor menor do que o valor de face do seu documento. A essa transação dá-se o nome de *desconto*.

Pode-se afirmar, então, que *desconto* é a operação financeira pela qual se obtém um empréstimo, dando em garantia um título de crédito. Outra forma de desconto é aquela onde se quita ou se aceita a quitação de um determinado título antes do seu vencimento. Estão envolvidos nesta operação os conceitos de *valor nominal*, *valor atual* e *desconto*.

Valor nominal (N) → valor nominal é aquele que vem expresso no título para ser pago na data do vencimento ou em data futura. É também conhecido como valor futuro, valor de face, valor do compromisso assumido, valor a ser pago etc. O valor nominal é o valor da aplicação (ou do recebimento) em sua data de vencimento.

Valor atual (Va) → o valor atual corresponde ao valor de um compromisso de débito ou de crédito em uma determinada data compreendida entre o início e o término do compromisso. Assume, também, as designações de valor presente, valor descontado, valor hoje, valor líquido, valor efetivamente pago etc.

Desconto (D) → é o valor que se deixa de receber para dispor de um valor atual de determinado título de crédito antes do vencimento do seu valor nominal ou, em outras palavras, é o valor que alguém se dispõe a abrir mão pelo recebimento antecipado de um título de crédito ou, em outros termos, é a redução no valor do título para recebimento antecipado.

2. DESCONTO

Ao realizar uma aplicação de capital a um certo prazo de vencimento, obtém-se um comprovante, normalmente um título, como, por exemplo, a letra de câmbio, a nota promissória etc. Noutras circunstâncias, um comerciante que realizar vendas a prazo obterá, vinculado à transação, um título próprio chamado de duplicata.

Ocorre que o aplicador pode necessitar dos recursos aplicados nessas condições, antes de o título vencer, e já que não se permite o enriquecimento ilícito, não poderá ele querer receber o valor nominal, isto é, o capital aplicado mais todo o juro. Também não seria justo, pelo mesmo motivo do não enriquecimento às expensas de outrem, que o aplicador recebesse somente o capital aplicado. Faz jus aos juros já transcorridos até a data do “saque antecipado do título”.

Assim, as operações acima referidas chamam-se “operações de desconto”, e ao ato ou operação de efetuá-las designamos de “descontar um título”.

A forma de calcular qualquer tipo de desconto parte da seguinte fórmula básica:

$$D = N - VA$$

Onde:

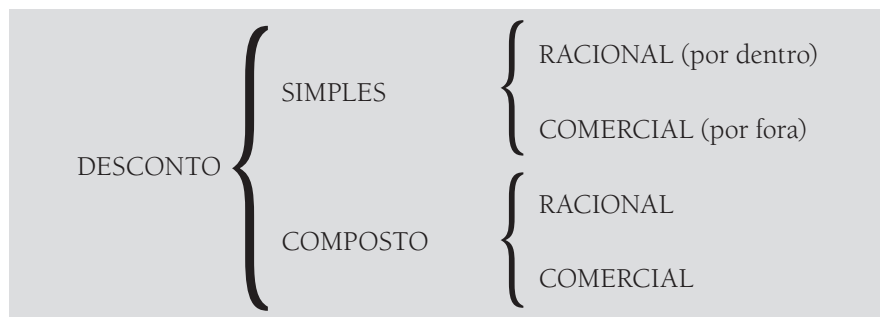
D = qualquer desconto

N = valor nominal

VA = valor atual

A diferença substancial de um tipo de desconto para outro ocorre em relação à forma de se calcular o valor atual (Va), cujo tema será desenvolvido em cada um desses tipos de desconto.

Os tipos de desconto são:



Mais uma vez frise-se: o que muda de um tipo de desconto para outro é apenas o modo de se calcular o valor atual (Va)!!!

3. DESCONTO RACIONAL OU “POR DENTRO”

É o desconto obtido pela diferença entre o valor nominal (N) e o valor atual (Va) de um compromisso que seja saldado n períodos antes do seu vencimento. Também é conhecido como desconto verdadeiro.

Desconto: é a quantia a ser abatida do valor nominal.

Valor descontado: é a diferença entre o valor nominal e o desconto, que se chama valor atual ou valor presente.

Sendo:

N = valor nominal (ou montante)

V_a = valor atual (ou valor descontado racional)

n = número de períodos antes do vencimento do título

i = taxa de desconto racional ou taxa de juros

Dr = valor do desconto racional ou por dentro

Como já foi visto:

$$D = N - V_a \quad (1).$$

Agora, lembre-se do capítulo de juros simples. O valor nominal (N), equivale ao montante da aplicação (M), enquanto o valor atual (V_a) equivale ao capital aplicado (C), sendo o desconto (D_r) correspondente ao juro (J). Vejam:

$$J = M - C; J = Cin$$

Assim, lembrando que $[M = C(1 + in)]$, o valor atual racional é determinado pela aplicação da seguinte equação:

substituindo (2) em (1), tem-se:

$$V_a = \frac{N}{(1 + in)} \quad (2)$$

$$Dr = N - \frac{N}{(1 + in)}$$

$$Dr = \frac{N + Nin - N}{(1 + in)}$$

$$Dr = \frac{N(1 + in) - N}{(1 + in)}$$

$$Dr = \frac{Nin}{(1 + in)}$$

Esta fórmula permite que seja obtido o valor do desconto racional, calculado para um dado valor nominal (N), a uma taxa de juros determinada (i), e para um dado prazo de antecipação (n).

O valor descontado ou atual, de acordo com a definição, é dado por:

$$V_a = N - Dr$$

$$V_a = N - Nin / (1 + in)$$

$$V_a = \frac{N}{1 + in}$$

Atenção!

Observa-se que, em juros simples, o valor descontado racional ou valor atual racional equivale ao capital, e o valor do desconto representa o juro, assim como o valor nominal (N) condiz com o valor do montante, ou seja, o desconto racional é obtido pelo cálculo do juros simples sobre o valor atual. Por isso, ele é comparado ao juro.

Assim,

$$Dr = N - Va$$

$$Dr = \{[Va (1 + in)] - Va\}$$

$$Dr = Va + Va.i.n - Va$$

$$Dr = Va \times i \times n.$$

EXEMPLO 1

Uma pessoa pretende saldar um título de R\$ 33.000,00, 3 meses antes de seu vencimento. Sabendo-se que a taxa de juros corrente é de 40% a.a., qual o desconto racional e qual o valor a pagar?

Solução

$$N = 33.000,00$$

$$n = 3 \text{ meses} = 1 \text{ trimestre.}$$

Calculando a taxa proporcional a 1 mês, tem-se:

$$12 \text{ meses} \longrightarrow 40\%$$

$$1 \text{ mês} \longrightarrow x$$

$$x = (1 \times 40) / 12$$

$$x = 3,33\% \text{ a.m.}$$

ou:

$$12 \text{ meses} \longrightarrow 40\%$$

$$03 \text{ meses} \longrightarrow x$$

$$x = (3 \times 40) / 12$$

$$x = 10\% \text{ a.t.}$$

Obs.: nesse caso, acha-se a taxa proporcional ao trimestre.

Pode-se calcular:

- a) o desconto

$$Dr = Nin / (1 + in)$$

$$Dr = [(33.000 \times 0,1 \times 1) / (1 + 0,1 \times 1)]$$

$$Dr = R\$ 3.000,00;$$

- b) o valor descontado

$$Vr = 33.000 - 3.000 = R\$ 30.000,00.$$

R\$ 30.000,00 é o valor atual do compromisso, que pode ser considerado o capital para uma aplicação de 3 meses por uma taxa de 40% a.a., pois se tem o montante de R\$ 33.000,00.

De fato, nos próximos 3 meses e à taxa de 40% a.a., a aplicação desse valor renderia:

$$J = Cin$$

$$J = 30.000 \times (0,40 / 12) \times 3$$

$$J = R\$ 3.000,00.$$

Assim, no regime de juros simples, o desconto racional ou desconto por dentro, aplicado ao valor nominal, é igual ao juro devido sobre o capital (valor descontado),

desde que ambos sejam calculados à mesma taxa. Isso quer dizer que a taxa de juros da operação é também a taxa de desconto.

4. DESCONTO COMERCIAL OU “POR FORA”

É aquele valor que se obtém pelo cálculo do juro simples sobre o valor nominal do compromisso que será saldado n períodos antes de seu vencimento. É o tipo de desconto praticado pelos bancos, onde a taxa de juros (i) incide sobre o valor nominal (N), e não sobre o valor atual (Va), como era o caso do desconto racional.

O cálculo é análogo ao do juro simples comercial ($J = Cin$), sendo que o “capital aplicado” é o próprio valor nominal (N). Assim:

N = valor nominal (ou montante)

Vc = valor atual comercial (ou valor descontado comercial)

n = número de períodos antes do vencimento do título

i = taxa de desconto comercial

Dc = valor do desconto comercial

Obtém-se o valor do desconto comercial, aplicando-se a definição:

$$Dc = Nin$$

O valor descontado comercial será obtido pela seguinte expressão:

$$Vc = N - Dc$$

$$Vc = N - Nin$$

$$Vc = N(1-in)$$



Valor descontado comercial ou
valor atual comercial.

EXEMPLO 2

Uma pessoa pretende saldar um título de R\$ 33.000,00, 3 meses antes de seu vencimento. Sabendo-se que a taxa de desconto é de 40% a.a., qual o valor do desconto comercial e qual o valor a pagar?

a) Desconto comercial:

$$Dc = Nin$$

$$Dc = 33.000 \times (0,4 / 12) \times 3$$

$$Dc = 33.000 \times 0,1$$

$$Dc = R\$ 3.300,00.$$

b) O valor descontado comercial:

$$Vc = N(1-in)$$

$$Vc = 33.000 [1 - (0,4 / 12) \times 3]$$

$$Vc = 33.000 \times 0,9$$

$$Vc = R\$ 29.700,00.$$

Percebam que, propositalmente, utilizou-se o mesmo enunciado do exemplo 1. Constata-se que o desconto racional resultou num valor atual maior do que o obtido no desconto comercial. Dessa forma, ao fazer um desconto comercial, a taxa de desconto utilizada não é mais igual à taxa de juros simples, capaz de reproduzir o montante. Aduz-se que *o desconto comercial é sempre maior que o desconto racional e que o valor atual racional é sempre maior do que o valor atual comercial*.

Como foi visto no desconto racional, se for aplicada a taxa usada sobre o valor atual pelo período restante, obter-se-á o valor nominal. Isto se deve ao fato de o desconto racional ser calculado sobre o valor ATUAL:

$$V_r = 30.000$$

$$i = 40\% \text{ a.a.}$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$N = V_r (1 + in)$$

$$N = 30.000 \times (1 + 0,4/12 \times 3)$$

$$N = \text{R\$ } 33.000,00.$$

Entretanto, se for adotado o desconto comercial, isto não ocorre, pois o desconto comercial incide sobre o valor NOMINAL. Perceba que, nesse caso, há uma taxa de juros implícita, que é diferente da taxa de desconto. Esta taxa de juros é sempre maior do que a taxa de desconto comercial!!!

Vamos calcular a taxa de juros anual implícita no exemplo 2. Para isso, lançaremos os valores atual e nominal na fórmula do montante, sendo N o montante e Vc o capital aplicado.

$$M = C (1 + in)$$

$$N = V_c (1 + in)$$

$$33.000 = 29.700 (1 + i \times 3/12)$$

$$i = 0,44 \text{ a.a.}$$

Isto quer dizer que a taxa de desconto comercial de 40% ao ano, submetida a um desconto com três meses antes do vencimento do título, equivale a uma taxa de juros de 44% ao ano.

Esta taxa de juros, implícita nas operações de desconto comercial, é chamada de *taxa efetiva*, por representar, efetivamente, a taxa de juros praticada na operação. Há uma fórmula para essa taxa, a ser vista no tópico seguinte.

5. TAXA DE JUROS EFETIVA (NO DESCONTO COMERCIAL)

É a taxa de juros que, aplicada sobre o valor descontado comercial, gera no período considerado um montante igual ao valor nominal.

Considerando:

$$i_{ef} = \text{taxa efetiva}$$

$$i_{dc} = \text{taxa de desconto comercial considerada}$$

$$n = \text{número de períodos de antecipação.}$$

Tem-se, no caso do desconto comercial, a seguinte relação:

$$Dc = N \times i_{dc} \times n$$

$$Dr = \frac{N \times i_{ef} \times n}{(1 + i_{ef} \times n)}$$

Igualando Dc com Dr, tem-se:

$$N \times i_{dc} \times n = \frac{N \times i_{ef} \times n}{(1 + i_{ef} \times n)}$$

Isolando i_{ef} , chegar-se a:

$$i_{ef} = \frac{i_{dc}}{1 - i_{dc} \times n}$$

Para o exemplo do item anterior, tem-se:

$$i = 40\% \text{ a.a.} = 0,40$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$i_{ef} = ?$$

$$i_{ef} = \frac{0,40}{1 - 0,40 \times 3/12}$$

$$i_{ef} = 0,40 / 0,9$$

$$i_{ef} = 0,44 \text{ ao ano} = 44\% \text{ a.a.}$$

Um fato interessante a ser destacado é que, quanto maior for o número de períodos de antecipação do desconto, em relação à data de vencimento do título, maior será a diferença entre a taxa de desconto comercial e a taxa efetiva, pois a taxa efetiva é influenciada pelo número de períodos de antecipação (n).

Assim, tome-se como exemplo a taxa de desconto comercial de 5% ao mês, considerando que determinado título possa ser submetido a um desconto comercial com antecipação de 1, 3, 5 e 10 meses, respectivamente. Tem-se, neste caso, as seguintes taxas efetivas mensais, implícitas na operação:

a) Para $n = 1$ mês

$$i_{ef} = \frac{0,05}{1 - 0,05 \times 1}$$

$$i_{ef} = 0,05/0,95$$

$$i_{ef} = 0,05263$$

$$i_{ef} = 5,263\% \text{ ao mês!!!}$$

b) Para $n = 3$ meses

$$i_{ef} = \frac{0,05}{1 - 0,05 \times 3}$$

$$i_{ef} = 0,05/0,85$$

$$i_{ef} = 0,05882$$

$$i_{ef} = 5,882\% \text{ ao mês!!!}$$

c) Para $n = 5$ meses

$$i_{ef} = \frac{0,05}{1 - 0,05 \times 5}$$

$$i_{ef} = 0,05/0,75$$

$$i_{ef} = 0,06667$$

$$i_{ef} = 6,667\% \text{ ao mês!!!}$$

d) Para $n = 10$ meses

$$i_{ef} = \frac{0,05}{1 - 0,05 \times 10}$$

$$i_{ef} = 0,05/0,5$$

$$i_{ef} = 0,1$$

$$i_{ef} = 10\% \text{ ao mês!!!}$$

Portanto, reparem na perversidade deste tipo de desconto, cuja taxa, no exemplo acima, chegou a dobrar quando, analisada em um período de 10 meses, passando de 5% a.m. (taxa de desconto comercial) para 10% a.m. (taxa efetiva).

6. RELAÇÃO ENTRE DESCONTO RACIONAL E DESCONTO COMERCIAL

Já se constatou, de forma genérica, que o desconto comercial é maior que o desconto racional quando os dois estão submetidos às mesmas condições. Isto é assim ($D_c > D_r$) porque:

$$D_r = N_{in} / (1 + in) \text{ e } D_c = N_{in}$$

Analisando as duas fórmulas, percebe-se que o desconto racional é o próprio desconto comercial dividido por $(1 + i \times n)$. Desta forma, substituindo N_{in} da fórmula do D_r por D_c , tem-se:

$$D_r = D_c / (1+in)$$

$$\Rightarrow$$

$$D_c = D_r (1+in)$$

Concluindo, o desconto comercial pode ser entendido como sendo o montante, quando tomado como capital o desconto racional, calculado para o mesmo período e à mesma taxa daquele.

Atenção!!!

Esta fórmula, que traz a relação existente entre o desconto racional simples e o desconto comercial simples, é importantíssima, pois com ela você resolve, diretamente, os problemas mais “chatos” de desconto simples.

EXEMPLO 3

O desconto comercial de um título descontado 3 meses antes de seu vencimento, e à taxa de 40% a.a., é de R\$ 3.300,00. Qual é o desconto racional?

Solução

$$D_c = D_r (1 + i_n)$$

$$3.300,00 = D_r \times [1 + (0,40 / 12) \times 3]$$

$$3.300,00 = 1,1 \times D_r$$

$$D_r = 3.300,00 / 1,1$$

$$D_r = R\$ 3.000,00.$$

Por fim, cabe um esclarecimento sobre que tipo de desconto aplicar quando este fato não está explícito na prova. Algumas vezes, a banca examinadora não informa qual tipo de desconto deve ser aplicado na resolução da questão e, mesmo assim, pode-se ter a certeza de que se trata de desconto comercial ou racional:

- a) quando a taxa informada for taxa de juros, então se está diante do desconto racional;
- b) o desconto comercial não pode ser aplicado quando o produto da taxa pelo número de períodos resultar em valor igual ou maior do que 100, isto é, o desconto comercial não poderá ser maior do que 100% do valor nominal;
- c) quando o desconto é efetuado em um banco, de regra ele será comercial; e
- d) o desconto simples bancário é sempre comercial.

7. TESTES PROPOSTOS

- 1) **(TTN/94) O valor atual racional de um título é igual à metade de seu valor nominal. Calcular a taxa de desconto, sabendo-se que o pagamento desse título foi antecipado de 5 meses.**
 - a) 200% a.a.
 - b) 20% a.m.
 - c) 25% a.m.
 - d) 28% a.m.
 - e) 220% a.a.
- 2) **(TTN/89) Utilizando o desconto racional, o valor que devo pagar por um título com vencimento daqui a 6 meses, se o seu valor nominal for de R\$ 29.500,00 e eu desejar ganhar 36% ao ano, é de:**
 - a) R\$ 24.000,00;
 - b) R\$ 25.000,00;
 - c) R\$ 27.500,00;
 - d) R\$ 18.880,00;
 - e) R\$ 24.190,00.
- 3) **(TTN/94) Admita-se que uma duplicata tenha sido submetida a dois tipos de descontos. No primeiro caso, a juros simples, a uma taxa de 10% a.a., vencível em 180 dias, com desconto comercial (por fora). No segundo caso, com desconto racional (por dentro), mantendo as demais condições. Sabendo-se que a soma dos descontos, por fora e por dentro, foi de R\$ 635,50, o valor nominal do título era de R\$:**
 - a) 6.510,00;
 - b) 6.430,00;
 - c) 6.590,00;
 - d) 5.970,00;
 - e) 6.240,00.

- 4) (TTN/94) José descontou duas duplicatas em um banco, no regime de juros simples comerciais, a uma taxa de juros de 15% a.a. O primeiro título vencia em 270 dias e o segundo, em 160 dias, sendo que o último era de valor nominal 50% superior ao primeiro. Sabendo-se que os dois descontos somaram o valor de R\$ 382,50, o título que produziu o maior desconto tinha valor nominal, em R\$, de:
- a) 1.850,00;
 - b) 1.750,00;
 - c) 1.800,00;
 - d) 1.700,00;
 - e) 1.900,00.
- 5) (Analista de Comércio Exterior–Esaf/1998) O desconto simples racional de um título descontado à taxa de 24% ao ano, três meses antes de seu vencimento, é de R\$ 720,00. Calcular o valor do desconto correspondente caso fosse um desconto simples comercial.
- a) R\$ 43,20.
 - b) R\$ 676,80.
 - c) R\$ 720,00.
 - d) R\$ 763,20.
 - e) R\$ 12.000,00.
- 6) (BB/CENTRO-OESTE/99) Uma LTN, cujo prazo a decorrer até o seu vencimento é de 36 dias, está sendo negociada com uma rentabilidade efetiva linear de 24% ao ano. A taxa de desconto anual embutida é de:
- a) 23,44%;
 - b) 23,46%;
 - c) 23,48%;
 - d) 23,50%;
 - e) 23,52%.
- 7) (AFTN/Esaf/1996) Você possui uma duplicata cujo valor de face é \$ 150,00. Esta duplicata vence em 3 meses. O banco com o qual você normalmente opera, além da taxa normal de desconto mensal (simples por fora) também fará uma retenção de 15% do valor de face da duplicata a título de saldo médio, permanecendo bloqueado em sua conta este valor desde a data do desconto até a data do vencimento da duplicata. Caso desconte a duplicata no banco, você receberá líquidos, hoje, \$ 105,00. A taxa de desconto que mais se aproxima da taxa praticada por este banco é de:
- a) 5,0%;
 - b) 5,2%;
 - c) 4,6%;
 - d) 4,8%;
 - e) 5,4%.
- 8) (AFTN/Esaf/1998) O desconto comercial simples de um título, quatro meses antes do seu vencimento, é de R\$ 600,00. Considerando uma taxa de 5% ao mês, obtenha o valor correspondente no caso de um desconto racional simples.
- a) R\$ 400,00.
 - b) R\$ 800,00.
 - c) R\$ 500,00.
 - d) R\$ 700,00.
 - e) R\$ 600,00.
- 9) (AF-CE-Esaf/1998) Qual o valor hoje de um título de valor nominal de R\$ 24.000,00, vencível ao fim de 6 meses, a uma taxa de 40% ao ano, considerando um desconto simples comercial?
- a) R\$ 19.200,00.
 - b) R\$ 20.000,00.
 - c) R\$ 20.400,00.
 - d) R\$ 21.000,00.
 - e) R\$ 21.600,00.

- 10) (FISCAL SC – 1998) O valor nominal de um título de crédito descontado quatro meses e meio antes de seu vencimento, a uma taxa de desconto de 6% ao ano que sofreu um desconto simples por fora no valor de R\$ 225,00, vale:**
- a) R\$ 100.000,00;
 - b) R\$ 10.000,00;
 - c) R\$ 1.000,00;
 - d) R\$ 40.000,00;
 - e) R\$ 30.000,00.
- 11) (AFRF-2000/2001 – Esaf) O desconto racional simples de uma nota promissória, cinco meses antes do vencimento, é de R\$ 800,00, a uma taxa de 4% ao mês. Calcule o desconto comercial simples correspondente, isto é, considerando o mesmo título, a mesma taxa e o mesmo prazo.**
- a) R\$ 960,00.
 - b) R\$ 666,67.
 - c) R\$ 973,32.
 - d) R\$ 640,00.
 - e) R\$ 800,00.
- 12) Uma operação com LTN, que tem 39 dias para o seu vencimento, está sendo negociada a uma taxa de rentabilidade de 1,20% ao mês. A taxa de desconto anual correspondente será de:**
- a) 13,58%;
 - b) 13,78%;
 - c) 13,98%;
 - d) 14,18%;
 - e) 14,48%.
- 13) (Esaf-Bacen-2001) Um título deve sofrer um desconto comercial simples de R\$ 560,00, três meses antes do seu vencimento. Todavia, uma negociação levou à troca do desconto comercial por um desconto racional simples. Calcule o novo desconto, considerando a taxa de 4% ao mês.**
- a) R\$ 500,00.
 - b) R\$ 540,00.
 - c) R\$ 560,00.
 - d) R\$ 600,00.
 - e) R\$ 620,00.
- 14) (Esaf – Pref. Fort. 2003) Um título no valor nominal de R\$ 20.000,00 sofre um desconto comercial simples de R\$ 1.800,00, três meses antes de seu vencimento. Calcule a taxa mensal de desconto aplicada.**
- a) 6%.
 - b) 5%.
 - c) 4%.
 - d) 3,3%.
 - e) 3%.
- 15) (Esaf-AFPS/2002) Um título no valor nominal de R\$ 10.900,00 deve sofrer um desconto comercial simples de R\$ 981,00 três meses antes do seu vencimento. Todavia uma negociação levou a troca do desconto comercial por um desconto racional simples. Calcule o novo desconto, considerando a mesma taxa de desconto mensal.**
- a) R\$ 890,00.
 - b) R\$ 900,00.
 - c) R\$ 924,96.
 - d) R\$ 981,00.
 - e) R\$ 1.090,00.

- 16) (Esaf/SEFA/PA-2002) Uma nota promissória sofre um desconto simples comercial de R\$ 981,00, três meses antes do seu vencimento, a uma taxa de desconto de 3% ao mês. Caso fosse um desconto simples racional, calcule o valor do desconto correspondente à mesma taxa.
- a) R\$ 1.000,00. d) R\$ 920,00.
b) R\$ 950,00. e) R\$ 900,00.
c) R\$ 927,30.
- 17) (Esaf/SUSEP-2002-Analista Técnico Atuarial) Um título sofre um desconto simples comercial de R\$ 1.856,00, quatro meses antes do seu vencimento, a uma taxa de desconto de 4% ao mês. Calcule o valor do desconto correspondente à mesma taxa, caso fosse um desconto simples racional.
- a) R\$ 1.600,00. d) R\$ 1.800,00.
b) R\$ 1.650,00. e) R\$ 1.856,00.
c) R\$ 1.723,75.
- 18) (Esaf/AFRF-2002) Um título sofre um desconto comercial de R\$ 9.810,00, três meses antes do seu vencimento, a uma taxa de desconto simples de 3% ao mês. Indique qual seria o desconto à mesma taxa, se o desconto fosse simples e racional.
- a) R\$ 9.810,00.
b) R\$ 9.521,34.
c) R\$ 9.500,00.
d) R\$ 9.200,00.
e) R\$ 9.000,00.
- 19) (AFRE-MG-2005) Um cheque pré-datado é adquirido com um desconto de 20% por uma empresa especializada, quatro meses antes de seu vencimento. Calcule a taxa de desconto mensal da operação, considerando um desconto simples por dentro.
- a) 6,25%. d) 5%.
b) 6%. e) 5,5%.
c) 4%.
- 20) (AFC/STN-2005) Marcos descontou um título 45 dias antes de seu vencimento e recebeu R\$ 370.000,00. A taxa de desconto comercial simples foi de 60% ao ano. Assim, o valor nominal do título e o valor mais próximo da taxa efetiva da operação são, respectivamente, iguais a:
- a) R\$ 550.000,00 e 3,4% ao mês;
b) R\$ 400.000,00 e 5,4% ao mês;
c) R\$ 450.000,00 e 64,8% ao ano;
d) R\$ 400.000,00 e 60% ao ano;
e) R\$ 570.000,00 e 5,4% ao mês.
- 21) Uma empresa, em 25/07/2000, descontou em um banco uma duplicata de R\$ 60.000,00, com vencimento para 23/10/2000. Sabendo-se que o banco adota o desconto simples, comercial ou por fora, a uma taxa de 96% a.a., o líquido creditado na conta corrente da empresa, na data do desconto, foi de R\$:
- a) 45.000,00;
b) 45.600,00;
c) 45.900,00;
d) 46.000,00;
e) 46.200,00.

- 22) (AFTN 85) Uma empresa descontou uma duplicata em um banco que adota uma taxa de 84% a.a. e o desconto comercial simples. O valor do desconto foi de R\$ 10.164,00. Se, na operação, fosse adotado o desconto racional simples, o valor do desconto seria reduzido em R\$ 1.764,00. Nessas condições, o valor nominal da duplicata é de:**
- a) R\$ 45.000;
 - b) R\$ 46.700;
 - c) R\$ 47.300;
 - d) R\$ 48.400;
 - e) R\$ 50.000.
- 23) O valor atual de uma duplicata é cinco vezes o valor de seu desconto comercial simples. Sabendo-se que a taxa de juros adotada é de 60% a.a., o vencimento do título expresso em dias é de:**
- a) 100;
 - b) 120;
 - c) 130;
 - d) 140;
 - e) 150.
- 24) Uma empresa descontou em um banco uma duplicata de R\$ 600.000,00, recebendo o líquido de R\$ 516.000,00. Sabendo-se que o banco cobra uma comissão de 2% sobre o valor do título, que o regime é de juros simples comerciais, sendo a taxa de juros de 96% a.a., o prazo de desconto da operação foi de:**
- a) 30 dias;
 - b) 40 dias;
 - c) 45 dias;
 - d) 50 dias;
 - e) 60 dias.
- 25) A diferença entre o desconto simples comercial e racional de uma duplicata é igual a R\$ 5.267,50. Sabendo-se que o desconto comercial é igual a R\$ 24.080,00, o valor nominal do título à taxa de 84% a.a. é de:**
- a) R\$ 34.400,00;
 - b) R\$ 18.812,50;
 - c) R\$ 62.000,00;
 - d) R\$ 86.000,00;
 - e) R\$ 74.000,00.
- 26) Um banco cobra 6% a.a. de juros simples adiantados. Se Carlos assina uma promissória para pagá-la daí a 7 meses, no valor total de R\$ 1.500,00, que soma receberá do banco?**
- a) R\$ 1.252,80.
 - b) R\$ 1.395,00.
 - c) R\$ 1.437,50.
 - d) R\$ 1.447,50.
 - e) R\$ 1.552,50.
- 27) O desconto simples comercial de um título é de R\$ 860,00, a uma taxa de juros de 60% a.a. O valor do desconto simples racional do mesmo título é de R\$ 781,82, mantendo-se a taxa de juros e o tempo. Nessas condições, o valor nominal do título é de:**
- a) R\$ 8.400,00;
 - b) R\$ 8.500,00;
 - c) R\$ 8.600,00;
 - d) R\$ 8.700,00;
 - e) R\$ 8.900,00.

- 28) O valor atual de um título cujo valor de vencimento é de R\$ 256.000,00, daqui a 7 meses, sendo a taxa de juros simples, utilizada para o cálculo, de 4% ao mês, é de:**
- a) R\$ 200.000,00;
 - b) R\$ 220.000,00;
 - c) R\$ 180.000,00;
 - d) R\$ 190.000,00;
 - e) R\$ 210.000,00.
- 29) Um título de R\$ 3.000.000,00, vencível daqui a 20 dias, é descontado hoje, à taxa de desconto comercial de 4,5% ao mês. O valor descontado do título é de:**
- a) R\$ 2.950.000,00;
 - b) R\$ 2.910.000,00;
 - c) R\$ 2.850.000,00;
 - d) R\$ 2.800.000,00;
 - e) R\$ 2.900.000,00.
- 30) Um banco, ao descontar notas promissórias, utiliza o desconto comercial a uma taxa de juros simples de 12% ao mês. O banco cobra, simultaneamente, uma comissão de 4% sobre o valor nominal da promissória. Um cliente do banco recebe R\$ 300.000,00 líquidos, ao descontar uma promissória vencível em três meses. O valor da comissão é de:**
- a) R\$ 12.000,00;
 - b) R\$ 14.600,00;
 - c) R\$ 16.000,00;
 - d) R\$ 19.200,00;
 - e) R\$ 20.000,00.
- 31) Certa duplicata foi descontada 2 meses e 8 dias antes de seu vencimento, a uma taxa anual de 22%. Calcule o valor do desconto comercial, sabendo que o valor líquido resgatado foi de R\$ 2.075.775,40.**
- a) 112.000.
 - b) 45.000.
 - c) 90.000.
 - d) 77.000.
 - e) 33.000.
- 32) Qual o desconto por dentro de uma nota promissória com valor de face de R\$ 300.000,00, resgatada 4 meses e 10 dias antes seu vencimento, a uma taxa mensal de 21%?**
- a) 10.600.
 - b) 142.932.
 - c) 130.000.
 - c) 28.940.
 - e) 157.068.
- 33) Uma letra de câmbio, vencível em 50 dias, deveria ser descontada por dentro a uma taxa de 15% a.m., mas foi, por engano, descontada por fora. Sabendo que o valor nominal do título era de R\$ 500.000,00, qual o prejuízo sofrido pelo portador da letra?**
- a) 20.000.
 - b) 25.000.
 - c) 30.000.
 - d) 35.000.
 - e) 40.000.

- 34) **Calcule o valor de face de um título de crédito descontado 2 meses e meio antes do vencimento, e que, a uma taxa de 6% a.a., sofreu um desconto por fora de R\$ 1.000,00.**
- a) 80.000. d) 130.000.
b) 100.000. e) 200.000.
c) 65.000.
- 35) **O portador de uma nota promissória com valor de face de R\$ 425.000,00 resgatou-a a uma taxa de desconto racional de 20% a.a., tendo sofrido um desconto de R\$ 24.889,00. Esta operação foi realizada a quantos dias do vencimento do título?**
- a) 72. d) 102.
b) 82. e) 112.
c) 92.
- 36) **Calcule o valor nominal de um título resgatado 120 dias antes do vencimento, a uma taxa de desconto de 12% a.a., sabendo que a diferença entre os descontos por fora e por dentro é de R\$ 76.923,08.**
- a) R\$ 1.000.000. d) R\$ 50.000.000.
b) R\$ 2.000.000. e) R\$ 1.600.000.
c) R\$ 800.000.
- 37) **Duas letras de câmbio, com valores nominais de R\$ 60.000,00 e R\$ 75.000,00 e vencíveis em 7 e 4 meses, respectivamente, sofreram desconto comercial, gerando um total de R\$ 99.000,00, correspondente à soma de seus valores atuais. Qual a taxa mensal referente a esta operação?**
- a) 6%. d) 3%.
b) 5%. e) 2%.
c) 4%.
- 38) **Utilizando o desconto racional, o valor que devo pagar por um título com vencimento daqui a 6 meses, se o seu valor nominal for de R\$ 29.500 e eu desejo ganhar 36% ao ano, é de:**
- a) 25.000; d) 20.165;
b) 4.500; e) 29.500.
c) 9.335;
- 39) **Um título de crédito, com valor de emissão de R\$ 800.000,00 e vencível daqui a 2 anos, sofreu um desconto comercial a uma taxa de 4% a.a. Se tivesse sofrido um desconto racional de mesmo valor, qual seria a nova taxa anual de desconto?**
- a) 5%. d) 3,58%.
b) 3,87%. e) 4%.
c) 4,35%.
- 40) **Quanto devo receber pelo resgate de dois títulos de R\$ 520.000,00 cada, sabendo que a taxa de desconto por fora é de 4% a.m. e que os títulos vencerão, respectivamente, dentro de 15 e 45 dias?**
- a) 312.000. d) 499.200.
b) 416.000. e) 998.400.
c) 832.000.

- 41) Qual a taxa mensal de desconto por dentro de uma duplicata no valor de R\$ 800.000,00, que sofreu um desconto de R\$ 150.000,00 por ter sido resgatada 40 dias antes do vencimento?**
- a) 14,91%.
b) 15,00%.
c) 16,12%.
d) 17,31%.
e) 18,47%.
- 42) João aplicou R\$ 1.500.000,00 em títulos de crédito, com a promessa de resgate 1 ano após, e a uma taxa de 132% a.a.; porém, antes do vencimento, decidiu resgatar o título, tendo sofrido um desconto comercial de R\$ 382.800,00. Se a taxa de desconto foi de 11% ao mês, quantos meses após a aplicação João efetuou o resgate?**
- a) 4 meses.
b) 6 meses.
c) 8 meses.
d) 11 meses.
e) 1 mês.
- 43) Vivaldo se propõe a pagar R\$ 80.000,00 ao portador de uma nota promissória vencível dentro de 3 meses. Sabendo que o negócio está sendo realizado a uma taxa de desconto racional de 5% a.m., qual o valor de emissão da nota promissória?**
- a) 82.000.
b) 87.000.
c) 92.000.
d) 97.000.
e) 99.000.
- 44) Necessitado resgata um título de R\$ 1.000.000,00, 2 meses antes do vencimento, a uma taxa de desconto comercial de 20% a.a., e aplica 2/3 do valor líquido em letras de câmbio vencíveis dentro de seis meses, capitalizadas a juros simples de 25% a.a. Qual o rendimento desta última aplicação?**
- a) 113.889.
b) 966.667.
c) 644.445.
d) 33.333.
e) 80.556.
- 45) (Esaf/AFRF-2005) Um banco deseja operar a uma taxa efetiva de juros simples de 24% ao trimestre para operações de cinco meses. Deste modo, o valor mais próximo da taxa de desconto comercial trimestral que o banco deverá cobrar em suas operações de cinco meses deverá ser igual a:**
- a) 19%.
b) 18,24%.
c) 17,14%.
d) 22%.
e) 24%.

Equivalência de capitais em juros simples

Já se viu nas operações de desconto que não raras vezes o investidor necessita antecipar o vencimento do título, concedendo por isso um desconto. Por outro lado, o tomador do empréstimo nem sempre consegue honrar o compromisso na data aprazada, necessitando nessas circunstâncias prorrogar o prazo de títulos nas operações financeiras. Quando presentes estas situações, pode ocorrer a substituição de um título por outro, ou um por vários, ou substituírem-se vários títulos por um único.

Nessas circunstâncias, está-se diante de problemas que dizem respeito à equivalência de valores diferentes referidos a datas diferentes que, no entanto, devem ter o mesmo valor em dado momento, chamado de data focal.

1. DATA FOCAL

Um aspecto de extrema relevância, no regime de juros simples, é determinar a data focal.

Data focal é aquela que se considera como base de comparação dos valores referidos a diferentes datas. É aquela na qual se foca a análise, por isso é também chamada de data de avaliação ou data de referência.

Pelo fato de não haver, em juros simples, o cálculo de juros sobre juros, característica de juros compostos, deve-se considerar como data focal sempre a data do momento zero, salvo se, no exercício, for solicitada ou indicada, expressamente, data diferente.

2. CAPITAIS EQUIVALENTES

Dois ou mais títulos de crédito ou duas ou mais formas de pagamento somente serão equivalentes numa determinada época quando, nessa época, os seus valores atuais forem iguais.

É indispensável que se saiba que tipo de desconto está sendo tratado para apuração dos valores atuais, pois, conforme se viu, há diferenças substanciais se adotado um ou outro tipo de desconto (racional ou comercial).

2.1. Equivalência com desconto racional e comercial

Pela definição, dois ou mais valores nominais (títulos) serão equivalentes quando seus valores atuais são equivalentes. Assim: os títulos $N_1, N_2, N_3, \dots, N_n$ serão equivalentes se, e somente se, seus valores atuais $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$ forem iguais.

Como no DESCONTO RACIONAL $V_a = N / (1 + i \times n)$, e adotando uma taxa de juros “i”, têm-se os títulos equivalentes na data focal zero, se:

$$V_a = \frac{N_1}{1 + i \times 1} = \frac{N_2}{1 + i \times 2} = \dots = \frac{N_n}{1 + i \times n}$$

Indica-se os valores por V_a , já que esses são os valores atuais à taxa “i” na data focal zero.

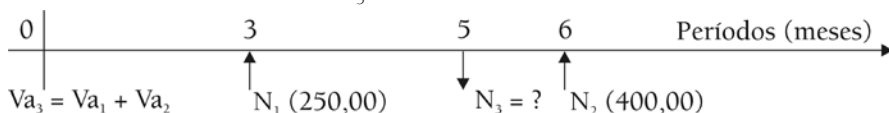
Já quando se estiver falando de DESCONTO COMERCIAL, os valores atuais serão obtidos pela aplicação da seguinte expressão:

$$V_a = N_1 (1 - i \times 1) = N_2 (1 - i \times 2) = N_3 (1 - i \times 3) = \dots = N_n (1 - i \times n).$$

EXEMPLO 1

Um cliente deve a uma firma um título de R\$ 250,00 e outro, de R\$ 400,00, vencíveis, respectivamente, em 3 e 6 meses. Prevendo que não poderá quitar o primeiro título no vencimento, procura o gerente e propõe trocar os dois títulos por um único de valor equivalente e com prazo de 5 meses. A taxa corrente de desconto comercial está em 120% a.a. Qual o valor do novo título, de forma a guardar equivalência na data da substituição?

Chame-se o novo título 3 de N_3 .



Assim, para se ter o valor de N_3 , deve-se igualar a soma dos valores atuais dos dois títulos que serão substituídos com o valor atual deste terceiro título.

O desconto em questão é comercial; logo, a fórmula a ser utilizada para apurar o valor atual é: $V_a = N(1 - i \times n)$.

$$V_{a3} = V_{a1} + V_{a2}$$

$$V_{a3} = [R\$ 250,00 (1 - 0,1 \times 3)] + [R\$ 400,00 (1 - 0,1 \times 6)]$$

$$V_{a3} = [R\$ 250,00 \times 0,7] + [R\$ 400,00 \times 0,4]$$

$$V_{a3} = R\$ 175,00 + R\$ 160,00$$

$$V_{a3} = R\$ 335,00.$$

O valor atual dos dois títulos juntos é, portanto, de R\$ 335,00. Para se saber o valor nominal do novo título, com vencimento em 5 meses, deve-se usar a fórmula do desconto comercial, haja vista a taxa dada ser taxa de desconto comercial. Caso a taxa apresentada fosse taxa de juros, estar-se-ia diante de desconto racional. Assim:

$$N_3 = V_{a3} / (1 - i \times n)$$

$$N_3 = R\$ 335,00 / (1 - 0,1 \times 5)$$

$$N_3 = R\$ 335,00 / 0,5$$

$$N_3 = R\$ 670,00.$$

Outra forma de resolver o exercício é aplicar a fórmula de modo direto para os três títulos. Assim:

$$Va_3 = Va_1 + Va_2$$

$$N_3 \times (1 - 0,1 \times 5) = [R\$ 250,00 (1 - 0,1 \times 3)] + [R\$ 400,00 (1 - 0,1 \times 6)]$$

$$N_3 = R\$ 670,00.$$

EXEMPLO 2

Qual seria o valor do N_3 do exemplo anterior, se a taxa dada fosse taxa de juros?

$$Va_3 = Va_1 + Va_2.$$

Quando, em desconto, se fala em taxa de juros, refere-se ao desconto racional. Como Va no desconto racional é:

$$Va = N / (1 + i \times n), \text{ tem-se:}$$

$$Va_3 = \{[R\$ 250,00 / (1 + 0,1 \times 3)] + [R\$ 400,00 / (1 + 0,1 \times 6)]\}$$

$$Va_3 = \{[R\$ 250,00 / 1,3] + [R\$ 400,00 / 1,6]\}$$

$$Va_3 = R\$ 192,30 + R\$ 250,00$$

$$Va_3 = R\$ 442,30.$$

Logo, o valor de N_3 será:

$$N_3 = Va_3 (1 + in)$$

$$N_3 = R\$ 442,30 (1 + 0,1 \times 5)$$

$$N_3 = R\$ 663,45.$$

Em provas de concursos, já se disse, necessita-se de agilidade e rapidez na resolução das questões. Desta forma, questões como esta devem ser assim resolvidas:

$$Va_3 = Va_1 + Va_2.$$

Como $Va_3 = N_3 (1 - in)$ ou $Va_3 = N_3 / (1 + in)$, conforme se esteja diante do desconto comercial ou racional, então, substituindo Va_3 , tem-se:

$$N_3 / (1 + in) = Va_1 + Va_2$$

$$N_3 / (1 + 0,1 \times 5) = \{[R\$ 250,00 / (1 + 0,1 \times 3)] + [R\$ 400,00 / (1 + 0,1 \times 6)]\}$$

$$N_3 / 1,5 = R\$ 442,30$$

$$N_3 = 663,46.$$

3. TESTES PROPOSTOS

- 1) **Um indivíduo deverá liquidar duas dívidas, expressas por dois títulos, um de R\$ 37.000,00 e outro de R\$ 49.800,00, vencíveis, respectivamente, em 8 e 11 meses, a partir de hoje. A taxa de juros simples é de 6% ao mês. Utilizando o critério do valor atual racional, para que uma promissória de R\$ 59.950,00 seja equivalente, hoje, aos dois títulos especificados, o prazo de vencimento da promissória deve ser de:**

- | | |
|--------------|--------------|
| a) 15 dias; | d) 134 dias; |
| b) 45 dias; | e) 148 dias. |
| c) 110 dias; | |

- 2) Um indivíduo tem uma dívida a ser paga em 3 parcelas: uma, de R\$ 10.000,00, de hoje a 6 meses; outra, de R\$ 20.000,00, de hoje a 9 meses; e uma terceira, de R\$ 30.000,00, de hoje a 12 meses. O credor aceita o pagamento da dívida em 2 parcelas iguais, no 6º mês e no 12º mês, a partir de hoje, utilizando uma taxa de juros simples de 45% a.a. O valor de cada pagamento, adotando-se desconto comercial e a data zero como referência, é, desprezados os centavos, de:
- a) R\$ 38.301; d) R\$ 28.301;
b) R\$ 37.500; e) R\$ 22.830.
c) R\$ 26.301;
- 3) (Prova AFTN/91) A uma taxa de 25% ao período, uma quantia de 100 no fim do período t , mais uma quantia de 200 no fim do período $t + 2$, são equivalentes, no fim do período $t + 1$, a uma quantia de:
- a) 406,25; d) 300,00;
b) 352,50; e) 285,00.
c) 325,00;
- 4) (AFTN – Esaf/1996) Uma firma deseja alterar as datas e os valores de um financiamento contratado. Este financiamento foi contratado há 30 dias a uma taxa de juros simples de 2% ao mês. A instituição financeira não cobra custos nem taxas para fazer estas alterações. A taxa de juros não sofrerá alterações. Condições pactuadas inicialmente: pagamento de duas prestações iguais e sucessivas de \$ 11.024,00, a serem pagas em 60 e 90 dias. Condições desejadas: pagamento em três prestações iguais: a primeira, ao final do 10º mês; a segunda, ao final do 30º mês; a terceira, ao final do 70º mês. Caso sejam aprovadas as alterações, o valor que mais se aproxima do valor unitário de cada uma das novas prestações é de:
- a) \$ 8.200,00; d) \$ 11.200,00;
b) \$ 9.333,33; e) \$ 12.933,60.
c) \$ 10.752,31;
- 5) (BB-SP/98) José vai receber os R\$ 10.000,00 da venda de seu carro em duas parcelas de R\$ 5.000,00, sendo a primeira dentro de 30 dias e a segunda, dentro de 60 dias. Considerando uma taxa de desconto de 2% ao mês, o valor atual, em reais, que José deveria receber hoje, com a certeza de estar recebendo o mesmo valor que irá receber no parcelamento, é de:
- a) 9.709,65; d) 9.739,65;
b) 9.719,65; e) 9.749,65.
c) 9.729,65;
- 6) (AFTN – Esaf/1996) Uma pessoa possui um financiamento (taxa de juros simples de 10% a. m.). O valor total dos pagamentos a serem efetuados, juros mais principal, é de \$ 1.400,00. As condições contratuais prevêm que o pagamento deste financiamento será efetuado em duas parcelas. A primeira parcela, no valor de setenta por cento do total dos pagamentos, será paga ao final do quarto mês, e a segunda parcela, no valor de trinta por cento do total dos pagamentos, será paga ao final do décimo primeiro mês. O valor que mais se aproxima do valor financiado é de:
- a) \$ 816,55; d) \$ 970,00;
b) \$ 900,00; e) \$ 995,00.
c) \$ 945,00;
- 7) (Esaf/AFRF-2002) Indique qual o capital hoje equivalente ao capital de R\$ 4.620,00, que vence dentro de cinquenta dias, mais o capital de R\$ 3.960,00,

que vence dentro de cem dias, e mais o capital de R\$ 4.000,00, que venceu há vinte dias, à taxa de juros simples de 0,1% ao dia.

- a) R\$ 10.940,00. d) R\$ 12.640,00.
b) R\$ 11.080,00. e) R\$ 12.820,00.
c) R\$ 12.080,00.
- 8) **A taxa de juros simples semestral, equivalente à taxa simples de 16% quadrimestral, é de:**
a) 30%; d) 20%;
b) 26%; e) 32%.
c) 24%;
- 9) **Um comerciante possui uma dívida com um banco no valor de R\$ 190.000,00, que vence em 30 dias. Entretanto, o comerciante não possui numerário suficiente e propõe a prorrogação da dívida por mais 90 dias. Admitindo-se a data focal atual (zero) e que o banco adote a taxa de desconto comercial simples de 72% a.a., o valor do novo título será de:**
a) R\$ 235.000; d) R\$ 243.000;
b) R\$ 238.000; e) R\$ 245.000.
c) R\$ 240.000;
- 10) **Um título de valor nominal de R\$ 51.000,00, com vencimento para 40 dias, deve ser substituído por outro, com vencimento para 80 dias. Calcule o novo valor de face, a uma taxa de desconto racional de 5% a.m.**
a) 47.812,50. d) 54.923,08.
b) 47.600,00. e) 95.200,00.
c) 54.187,50.
- 11) **Após quantos dias devo pagar uma letra de R\$ 800.000,00, que substitui outra de R\$ 600.000,00, com vencimento para 2 meses, se a taxa de desconto comercial é de 10% ao mês?**
a) 48. d) 100.
b) 80. e) 60.
c) 110.
- 12) **Carêncio, passando por dificuldades financeiras e impossibilitado de quitar duas notas promissórias, uma de R\$ 230.000,00, a ser paga dentro de 60 dias, e outra de R\$ 310.000,00, com vencimento para 3 meses, pede sua substituição por uma única letra, vencível no prazo de 5 meses. Qual o valor de emissão dessa letra, sabendo-se que a taxa de desconto comercial é de 24% a.a.?**
a) 540.000. d) 569.111.
b) 220.800. e) 291.400.
c) 512.200.
- 13) **(Esaf/AFRF-2005) Edgar precisa resgatar dois títulos. Um, no valor de R\$ 50.000,00, com prazo de vencimento de dois meses, e outro, de R\$ 100.000,00, com prazo de vencimento de três meses. Não tendo condições de resgatá-los nos respectivos vencimentos, Edgar propõe ao credor substituir os dois títulos por um único, com vencimento em quatro meses. Sabendo-se que a taxa de desconto comercial simples é de 4% ao mês, o valor nominal do novo título, sem considerar os centavos, será igual a:**
a) R\$ 159.523,00; d) R\$ 162.220,00;
b) R\$ 159.562,00; e) R\$ 163.230,00.
c) R\$ 162.240,00;

Capítulo 6

Juros compostos

No estudo sobre o regime de juros simples, constatou-se que apenas o capital inicial rendia juros e que estes eram diretamente proporcionais ao tempo e à taxa.

No regime de juros compostos, os juros são gerados a partir do montante do período anterior, isto é, os juros de cada período são capitalizados ou incorporados ao capital, e sobre eles também incidem juros. Surge, assim, a famosa expressão “juros sobre juros”, que tem sido utilizada como sinônimo de juros compostos.

O regime de juros compostos é o mais comum ou o mais largamente utilizado no sistema financeiro e, portanto, o mais útil para cálculos de problemas do dia-a-dia.

I. MONTANTE

Chama-se capitalização o momento em que os juros são incorporados ao capital ou principal.

Veja o que acontece em uma aplicação financeira por três meses, com capitalização mensal:

$$1^{\text{a}} \text{ mês} \Rightarrow M = C \times (1 + i)$$

2ª mês $\Rightarrow$ o principal ou capital é igual ao montante do mês anterior:

$$M = C \times (1 + i) \times (1 + i)$$

3ª mês $\Rightarrow$ o principal ou capital é igual ao montante do mês anterior:

$$M = C \times (1 + i) \times (1 + i) \times (1 + i)$$

Simplificando, chega-se à seguinte fórmula:

$$M = C \times (1 + i)^n$$

Onde:

M = montante

C = capital ou principal empregado

$(1 + i)^n$ = fator de acumulação de capital.

O fator de acumulação de capital pode ser obtido por cálculo ou por meio de consulta às tabelas pré-elaboradas. Ressalte-se que, em questões de prova, principalmente as

elaboradas pela Esaf, as tabelas geralmente são fornecidas, não sendo permitido o uso de calculadoras.

É importante lembrar, assim como em juros simples, que a taxa i tem que ser expressa na mesma medida do tempo “ n ”, ou seja, taxa de juros ao mês para “ n ” meses, taxa de juros ao ano para “ n ” anos, e assim por diante.

2. JUROS

Para calcular apenas os juros, basta diminuir do montante, ao final do período, o principal ou capital. Como o capital representa a unidade, os juros podem ser calculados pelo seguinte modo:

$$J = M - C$$

$$J = C \times (1 + i)^n - C$$

$$J = C [(1 + i)^n - 1]$$

EXEMPLO 1

Quanto renderá uma aplicação de R\$ 1.000,00 por 1 ano, se a taxa oferecida é de 3,5% a.m.?

$$C = \text{R\$ } 1.000,00$$

$$n = 1 \text{ ano} = 12 \text{ meses}$$

$$i = 3,5\% \text{ a.m.}$$

$$J = ?$$

$$J = C [(1 + i)^n - 1]$$

$$J = \text{R\$ } 1.000,00 [(1 + 0,035)^{12} - 1]$$

$$J = \text{R\$ } 1.000,00 [1,511068 - 1]$$

$$J = \text{R\$ } 1.000,00 \times 0,511068$$

$$J = \text{R\$ } 511,07.$$

EXEMPLO 2

Quanto devo aplicar hoje para, após 6 meses, ter R\$ 5.000,00, se a taxa é de 8% a.m.?

$$M = \text{R\$ } 5.000,00$$

$$n = 6 \text{ meses}$$

$$i = 8\% \text{ a.m.}$$

$$C = ?$$

$$M = C \times (1 + i)^n$$

$$C = M / (1 + i)^n$$

$$C = \text{R\$ } 5.000 / (1 + 0,08)^6$$

$$C = \text{R\$ } 5.000 / 1,586874$$

$$C = \text{R\$ } 3.150,84.$$

EXEMPLO 3

Que taxa está sendo paga por uma aplicação que, após 3 meses, rendeu R\$ 111,27 a um capital de R\$ 1.200,00?

$$J = \text{R\$ } 111,27$$

$$C = \text{R\$ } 1.200,00$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$i = ?$$

$$M = C + J \Rightarrow M = 1.200,00 + 111,27 = 1.311,27$$

$$M / C = (1 + i)^n$$

$$1.311,27 / 1.200,00 = (1 + i)^3$$

$$(1 + i)^3 = 1,092725.$$

Procurando na tabela $a = (1 + i)^n$ pelo valor 1,092725, com $n=3$, ele será encontrado na coluna correspondente a 3%. Portanto, a taxa mensal é de 3%.

Obs.: as tabelas financeiras são de dupla entrada. Nas linhas, têm-se os períodos e, nas colunas, as taxas. Para se procurar um determinado valor na tabela, por exemplo $(1 + i)^{12} = 1,795856$, deve-se proceder da seguinte forma: 1) localizar na linha relativa a 12 períodos o valor 1,795856; 2) uma vez encontrado o valor, subir na coluna em que este foi encontrado e, assim, verifica-se que ele representa a taxa de 5% ao período.

↓

n \ i	1,00%	2,00%	3,00%	4,00%	5,00%
1	1,010000	1,020000	1,030000	1,040000	1,050000
2	1,020100	1,040400	1,060900	1,081600	1,102500
3	1,030301	1,061208	1,092727	1,124864	1,157625
4	1,040604	1,082432	1,125509	1,169859	1,215506
5	1,051010	1,104081	1,159274	1,216653	1,276282
6	1,061520	1,126162	1,194052	1,265319	1,340096
7	1,072135	1,148686	1,229874	1,315932	1,407100
8	1,082857	1,171659	1,266770	1,368569	1,477455
9	1,093685	1,195093	1,304773	1,423312	1,551328
10	1,104622	1,218994	1,343916	1,480244	1,628895
11	1,115668	1,243374	1,384234	1,539454	1,710339
→ 12	1,126825	1,268242	1,425761	1,601032	1,795856

3. VALOR ATUAL

O valor atual, pelo que já foi exposto em juros simples, representa o valor de um título em uma certa data inferior à do vencimento.

Assim, para o regime de juros compostos, o valor atual é obtido pela aplicação da seguinte fórmula:

$$Va = \frac{N}{(1 + i)^n}$$

Tendo em vista que, em juros compostos, há a chamada capitalização, ou seja, os juros são calculados sobre o montante do período anterior, o valor atual pode ser calculado para qualquer data focal menor à do montante, ou seja, o cálculo do valor atual, em regime de juros compostos, é o inverso ao cálculo do montante. É como se estivesse sendo calculado o valor do capital numa data qualquer, já que sobre o capital incidiriam juros!

4. TAXAS EQUIVALENTES

Duas taxas ou mais são equivalentes entre si se, aplicadas a um mesmo capital, por um mesmo prazo, gerarem montantes iguais.

No regime de juros compostos, a taxa equivalente de outra, com n períodos, será a raiz enésima desta taxa. Assim:

$$i_n = \sqrt[n]{1+i} - 1$$

EXEMPLO 4

Uma aplicação de R\$ 10.000,00 renderá quanto em 1 mês, se os juros são de 15% a.a.?

A taxa mensal equivalente aos 15% anuais é de:

$$i = \sqrt[12]{1+i} - 1$$

$$i = 1,0117 - 1 = 0,0117$$

$$i = 1,17\% \text{ a.m.}$$

Obs.: se o objetivo do leitor for a preparação para concursos, ele não deve se preocupar com relação à forma de extrair a raiz duodécima, pois, de alguma forma, o seu valor será fornecido ou a resposta requerida será do tipo indicativa.

5. PERÍODOS NÃO INTEIROS

Muitas vezes os períodos de aplicação de um capital não são inteiros. Podem-se encontrar capitais aplicados por determinada taxa com capitalização mensal e o período de aplicação ser de 4 meses e 10 dias. Noutras circunstâncias, o capital pode estar aplicado a uma taxa capitalizada anualmente, e o prazo de aplicação ser de 1 ano e 9 meses. Em todas as situações, a parte fracionária do tempo merece ser remunerada, pois, do contrário, haveria locupletamento ilícito para quem não necessitasse pagar os juros desse período.

Para resolver problemas dessa ordem, isto é, para calcular os juros da parte fracionária, utilizam-se duas convenções: a linear e a exponencial.

5.1. Convenção linear

Por essa convenção, calcula-se os juros do período não inteiro por interpolação linear, que vem a ser a aplicação da fórmula do montante dos juros simples.

Neste método ou convenção, calcula-se primeiro o montante correspondente ao período inteiro. Em seguida, para a fração de tempo não inteiro restante, admite-se uma formação linear de juros, isto é, juros simples para a parte não inteira, tomando como capital o montante obtido pelo cálculo de juros compostos dos períodos inteiros.

EXEMPLO 5

Um capital de R\$ 1.000,00 é emprestado à taxa de juros compostos de 2% a.a. por 3 anos e 3 meses. Tendo por base a capitalização anual, qual será o montante, utilizando-se a convenção linear?

$$M = C (1 + i)^n$$

$$n = 3 \text{ anos e } 3 \text{ meses}$$

$$i = 2\% \text{ a.a.}$$

Capitalização anual

Primeiro, será calculado o montante relativo a 3 anos:

$$M = 1.000,00 (1 + 0,02)^3$$

$$M = 1.000,00 \times 1,061208$$

$$M = \text{R\$ } 1.061,21.$$

Após se ter esse valor, vai-se calcular o juro da parte fracionária do período.

$$1 \text{ ano (12 meses)} = 2\%$$

$$3 \text{ meses} = X$$

$$X = 0,5\%$$

$$M = 1.061,21 (1 + 0,005)$$

$$M = \text{R\$ } 1.066,51.$$

5.2. Convenção exponencial

Nesse caso, utiliza-se a taxa equivalente para o período não inteiro.

Após o cálculo do montante relativo à parte inteira do período, aplica-se uma forma exponencial com a taxa equivalente de juros compostos.

EXEMPLO 6

Um capital de R\$ 1.000,00 é emprestado à taxa de juros compostos de 2% a.a. por 3 anos e 3 meses. Tendo por base a capitalização anual, qual será o montante utilizando-se a convenção exponencial?

$$M = C (1 + i)^n$$

$$n = 3 \text{ anos e 3 meses}$$

$$i = 2\% \text{ a.a.}$$

Capitalização anual

Primeiro, calcula-se o montante relativo a 3 anos:

$$M = 1.000,00 (1 + 0,02)^3$$

$$M = 1.000,00 \times 1,061208$$

$$M = \text{R\$ } 1.061,21$$

Após se ter esse valor, calculam-se os juros da parte fracionária do período.

$$M = 1.061,21 (1 + 0,02)^{1/4}$$

$$M \approx \text{R\$ } 1.066,47.$$

Obs.: pelos exemplos apresentados, pode-se constatar que os juros calculados com uso da convenção linear são ligeiramente maiores do que os calculados por intermédio da convenção exponencial. Por essa razão, é preferível, nos casos práticos, utilizar a convenção exponencial, pois é a convenção que representa o exato segmento da curva formada no regime de juros compostos.

ATENÇÃO!!!

- 1 – Quando os períodos são inteiros, o último período pode ser calculado quer pela convenção linear, quer pela convenção exponencial, pois produzirão resultados idênticos.
- 2 – Quando o período de aplicação for unitário ($n = 1$), os juros simples e compostos serão sempre iguais.
- 3 – Para qualquer período de aplicação menor do que o período de capitalização ($n < 1$), os juros produzidos pelo regime de juros simples serão sempre maiores do que os produzidos pelo regime de juros compostos se adotada a convenção exponencial.
- 4 – Em algumas questões de prova, pode ser cobrado o cálculo pela convenção exponencial, porém não se dispõe de tabela para tal. Neste caso, como o montante produzido pela convenção exponencial é ligeiramente menor do que a convenção linear, calcula-se o montante pela convenção linear e assinala-se a alternativa cujo resultado seja ligeiramente menor.

6. TAXA EFETIVA E TAXA NOMINAL**6.1. Taxa nominal**

Uma taxa de juros compostos é apenas nominal quando sua unidade de referência de tempo não coincide com a unidade de referência de tempo do período de capitalização, isto é, a taxa nominal é referenciada a um período maior que o período de capitalização que estará contido na taxa nominal.

EXEMPLO 7

30% a.t., com capitalização mensal.

A taxa de 30% é apenas nominal, pois a taxa de capitalização proporcional é de 10% a.m., o que redonda em 33,10% ao cabo do trimestre, sendo essa a taxa efetiva ao trimestre.

$$i_{ef} = (1 + 0,1)^3 = 1,331 - 1 = 0,331 \times 100 = 33,1\%.$$

6.2. Taxa efetiva

Uma taxa de juros compostos é, ao mesmo tempo, nominal e efetiva quando sua unidade de referência de tempo coincide com a unidade de tempo do período de capitalização. Entretanto, isto dificilmente ocorre. Desta forma, o modo de calcular a taxa efetiva, dada uma taxa nominal, é o seguinte:

EXEMPLO 8

30% a.t., com capitalização trimestral.

A taxa efetiva é obtida pela seguinte fórmula:

$$i_{ef} = (1 + i/k)^k - 1$$

Onde:

i_{ef} = taxa efetiva

i = taxa nominal

k = número de capitalizações para 1 período da taxa nominal

$$i_{ef} = (1 + 0,03/1)^1 - 1$$

$$i_{ef} = 30\% \text{ a.t.}$$

EXEMPLO 9

Um capital de R\$ 1.000,00 foi aplicado por 3 anos, à taxa de 10% a.a., com capitalização semestral. Calcular o montante e a taxa efetiva da operação.

$$M = 1.000,00 (1 + 0,10/2)^6$$

$$M = \text{R\$ } 1.340,10$$

$$i = 10\% \text{ a.a.}$$

$$k = 2$$

$$n = 3 \text{ anos}$$

$$i_{ef} = (1 + 0,10/2)^2 - 1$$

$$i_{ef} = (1,05)^2 - 1$$

$$i_{ef} = 1,1025 - 1$$

$$i_{ef} = 0,1025$$

$$i_{ef} = 10,25\% \text{ a.a.}$$

EXEMPLO 10

Sabendo-se que uma taxa nominal de 12% a.a. é capitalizada trimestralmente, calcular a taxa efetiva anual.

Um ano é composto por 12 meses; logo tem-se em 1 ano 4 trimestres, o que equivale a dizer que $k = 4$.

$$i_{ef} = (1 + i/k)^k - 1$$

$$i_{ef} = 1 + 0,12/4)^4 - 1$$

$$i_{ef} = (1,03)^4 - 1$$

$$i_{ef} \cong 12,55\% \text{ a.a.}$$

Obs.: é muito comum, em questões de concursos, a taxa nominal ser dada em termos anuais e a capitalização em períodos menores, como, por exemplo, o mês, bimestre, trimestre ou semestre.

7. TAXA APARENTE E TAXA REAL

A taxa aparente, representada pela taxa nominal, é uma taxa que tem em si a taxa de inflação de dado período.

Se, em determinado período, não houver inflação, então a taxa aparente será a própria taxa real de rendimento. Se, porém, estiver presente uma inflação, por menor que ela seja, ela deverá ser expurgada da taxa aparente para obtermos a taxa real.

EXEMPLO 11

Se, em determinado ano, houver uma inflação média mensal de 0,5% e uma instituição financeira oferecer uma taxa de rentabilidade de 12% ao ano, qual será o rendimento real de uma aplicação financeira de R\$ 100,00 nesse banco?

Solução

1º passo: determinar a taxa de inflação anual.

A taxa de inflação anual é calculada mediante o uso da fórmula do montante no regime de juros compostos, pois a inflação de um mês é calculada sobre a inflação acumulada do mês anterior, ou seja, a inflação é medida consoante o regime de juros compostos.

Então, se for considerado o primeiro mês com índice de 100, ter-se-á, ao cabo de 12 meses, a seguinte inflação acumulada:

$$M = C (1 + i)^n$$

$$M = 100 (1 + 0,005)^{12}$$

$$M = 100 \times 1,061678$$

$$M = 106,1678.$$

Denota-se que a inflação acumulada no ano foi de 6,1678%.

2º passo: determinar o montante de uma aplicação de R\$ 100,00, utilizando no cálculo a taxa aparente.

$$M = C (1 + i)^n$$

$$M = R\$ 100,00 \times (1 + 0,12)^1$$

$$M = R\$ 100,00 \times 1,12$$

$$M = R\$ 112,00.$$

3º passo: expurgar a inflação e apuração da taxa real.

A taxa real ou o expurgo da inflação deve ser apurada a partir do montante obtido pela inflação, considerando este como capital, ao passo que o montante do valor efetivamente recebido será o próprio montante.

Tem-se, então, que $1 + r = M / C$.

Assim:

$$(1 + r) = 112,00 / 106,1678$$

$$(1 + r) = 1,054933793485$$

$$r = 1,054933793485 - 1$$

$$r = 0,054933793485 \text{ ou seja, a taxa real será aproximadamente de } 5,49\%.$$

A taxa real pode ainda ser obtida do seguinte modo: considerando a taxa de inflação como “if” e a taxa aparente de “ia”, então a taxa real “ir” será:

$$(1 + ir) = (1 + ia) / (1 + if)$$

EXEMPLO 12

Qual é a taxa de rendimento real de um capital aplicado por um ano, se a taxa de rentabilidade oferecida é de 15% ao ano e se, neste mesmo ano, houve uma inflação de 10%?

Solução

$$(1 + ir) = (1 + ia) / (1 + if)$$

$$(1 + ir) = (1 + 0,15) / (1 + 0,1)$$

$$(1 + ir) = 1,15 / 1,1$$

$$(1 + ir) = 1,045454545455$$

$$ir = 1,045454545455 - 1$$

$$ir = 0,045454545455$$

$$ir = 4,54\% \text{ no período.}$$

8. USO DE LOGARITMOS

Os logaritmos têm aplicação especial em Matemática Financeira, haja vista eles representarem uma forma simplificada de cálculo de exponenciais. Algumas entidades organizadoras de concursos utilizam muito a apresentação do fator de acumulação de capitais em forma de logaritmos, sendo necessário para tanto o conhecimento das propriedades operatórias dos logaritmos.

8.1. Propriedades operatórias dos logaritmos

P1 – Logaritmo de um produto

O logaritmo de um produto é igual a soma dos logaritmos dos fatores, mantendo-se a mesma base, ou seja:

$$\log_b(x \cdot y) = \log_b x + \log_b y$$

P2 – Logaritmo de um quociente

O logaritmo de quociente ou uma fração ordinária é igual a diferença entre os logaritmos do numerador da fração e do denominador, referendados a mesma base, ou seja:

$$\log_b(x/y) = \log_b x - \log_b y$$

P3 – Logaritmo de uma potência

O logaritmo de uma potência é igual ao produto do expoente pelo logaritmo da base da potência, ou seja:

$$\log_b x^n = n \cdot \log_b x$$

$$\log_b \sqrt[n]{x} = \log_b x^{1/n} = \frac{1}{n} \cdot \log_b x$$

8.2. Aplicação a casos concretos de matemática financeira

Considerando que o montante, em juros compostos, é calculado a partir da fórmula:

$M = C (1 + i)^n$, e que o fator $(1 + i)^n = M/C$, podemos aplicar logaritmos para calcular qualquer elemento da fórmula que esteja faltando, do seguinte modo:

$$n \times \log (1 + i) = \log M - \log C$$

Exemplo:

Quantos períodos deve ficar aplicado um capital de 100 a uma taxa de 5% ao período para produzir um montante de 179,58?

Se tivermos acesso às tabelas a solução se torna muito fácil. Entretanto, em algumas provas não são fornecidas as tabelas e a resposta aparece indicada por logaritmos, logo devemos saber como isto pode ser apresentado. Neste contexto, a resposta poderia ser apresentada das seguintes formas:

$$M = C (1 + i)^n$$

$$n \times \log (1,05) = \log (179,58 / 100); \text{ ou}$$

$$n = \log 1,7958 / \log 1,05, \text{ ou}$$

$$n \times \log (1,05) = \log 179,58 - \log 100.$$

Em ambos os casos o valor de n será 12.

9. TESTES PROPOSTOS

- 1) **Um automóvel foi vendido por R\$ 5.000,00, em duas parcelas iguais e semestrais, não sendo exigido entrada. Qual o valor dos pagamentos, aproximadamente em R\$, se a taxa de juros compostos considerada foi de 10% ao semestre?**
 - a) 2.995,00.
 - b) 2.890,00.
 - c) 2.980,00.
 - d) 2.881,00.
 - e) 2.180,00.
- 2) **Uma empresa aplicou R\$ 250.000,00 em um banco, a juros compostos, pelo prazo de 1 ano. Sabendo-se que, findo o prazo, recebeu de juros R\$ 198.964,08, a taxa de juros anual, com capitalização mensal, de aplicação foi de:**
 - a) 54%;
 - b) 60%;
 - c) 72%;
 - d) 80%;
 - e) 120%.
- 3) **A aplicação de um capital de R\$ 10.000,00, no regime de juros compostos, pelo período de três meses, a uma taxa de 10% ao mês, resulta, no final do terceiro mês, num montante acumulado:**
 - a) de R\$ 3.000,00;
 - b) de R\$ 13.000,00;
 - c) inferior a R\$ 13.000,00;
 - d) superior a R\$ 13.000,00;
 - e) menor do que aquele que seria obtido pelo regime de juros simples.
- 4) **A melhor aproximação do capital que, em 10 meses e 25 dias, a juros compostos de 9% a.m. calculados pela convenção linear, resultaria no montante R\$ 235.506,45 é:**
 - a) R\$ 92.540,00;
 - b) R\$ 92.572,98;
 - c) R\$ 92.586,80;
 - d) R\$ 96.800,00;
 - e) R\$ 119.243,77.

- 5) Sejam dois títulos com as seguintes características:
- A) um certificado de depósito a prazo, de R\$ 50.000,00, efetuado 17 meses atrás, que rende juros compostos de 4% ao mês. Os rendimentos são tributados em 8% (imposto de renda) no ato do resgate;
- B) uma promissória de R\$ 112.568,00, vencível de hoje a 7 meses, que pode ser resgatada mediante desconto racional composto de 5% ao mês.
- Os dois títulos, se resgatados hoje, desprezados os centavos, valem:
- a) R\$ 169.603; d) R\$ 181.204;
b) R\$ 173.603; e) R\$ 185.204.
c) R\$ 177.395;
- 6) Se um capital cresce sucessiva e cumulativamente durante 3 anos, na base de 10% ao ano, seu montante final é:
- a) 30% superior ao capital inicial;
b) 130% do valor do capital inicial;
c) aproximadamente 150% do capital inicial;
d) aproximadamente 133% do capital inicial;
e) aproximadamente o dobro do capital inicial.
- 7) Justo Veríssimo aplicou seu capital durante 3 anos, à taxa de 12% a.a., no regime de juros simples. Caso houvesse aplicado a juros compostos, à mesma taxa, com capitalização semestral, teria recebido R\$ 2.633,36 a mais. Quanto recebeu de juros?
- a) R\$ 35.033,00.
b) R\$ 21.100,00.
c) R\$ 58.613,00.
d) R\$ 45.000,00.
e) R\$ 16.200,00.
- 8) Uma pessoa aplicou 60% de seu capital na Financeira “X”, a 16% a.a., com capitalização trimestral. O restante aplicou na Financeira “Y”, a 18% a.a., com capitalização semestral. Depois de 3 anos recebeu R\$ 20.177,58 de juros compostos da Financeira “Y”. Nessas condições, o valor dos juros que recebeu da Financeira “X” foi de: (desprezar os centavos no resultado final)
- a) R\$ 48.159,00;
b) R\$ 75.400,00;
c) R\$ 26.866,00;
d) R\$ 49.978,00;
e) R\$ 71.566,00.
- 9) A população de uma cidade que tem 1.800 habitantes aumenta 20% ao ano. Quantos habitantes terá em 2 anos?
- a) 2.592. d) 2.160.
b) 2.520. e) 2.000.
c) 720.
- 10) Uma pessoa aplicou R\$ 10.000,00 a juros compostos de 15% a.a., pelo prazo de 3 anos e 8 meses. Admitindo-se a convenção linear, o montante da aplicação ao final do prazo era de:
- a) R\$ 16.590; d) R\$ 16.705;
b) R\$ 16.602; e) R\$ 16.730.
c) R\$ 16.698;

- 11) João aplicou uma determinada quantia a uma taxa de 144% a.a., sob o regime de juros simples comerciais, durante 90 dias. Terminado o prazo, retirou 40% do montante e reaplicou o restante a juros compostos, a uma nova taxa de 10% ao mês, durante 135 dias, recebendo no final da nova aplicação a importância de R\$ 642.460,00. Sabendo-se que, para o cálculo do montante, utilizou-se a convenção linear, o valor do capital inicial da primeira aplicação foi de, aproximadamente:
- a) R\$ 503.200,00;
 - b) R\$ 510.750,00;
 - c) R\$ 512.150,00;
 - d) R\$ 520.840,00;
 - e) R\$ 540.000,00.
- 12) Paulo solicita um empréstimo bancário no valor de R\$ 830.000,00, por um prazo de 1 ano. Quanto pagará de juros ao final do período, se a taxa de juros cobrada pelo banco é de 30% a.a., com capitalização mensal?
- a) 266.258.
 - b) 286.258.
 - c) 306.000.
 - d) 326.129.
 - e) 346.129.
- 13) (Prova AFTN) Uma pessoa tem um compromisso de R\$ 500.000,00 para ser pago daqui a 2 anos. Admitindo-se a taxa de juros compostos de 18% a.a., com capitalização quadrimestral, a pessoa deve depositar hoje, para poder honrar o compromisso, a importância de:
- a) R\$ 352.480,30;
 - b) R\$ 355.490,20;
 - c) R\$ 356.278,50;
 - d) R\$ 357.072,20;
 - e) R\$ 359.091,80.
- 14) Carlos aplicou suas economias a uma taxa mensal de juros compostos de 7% e recebeu R\$ 96.955,00 de rendimentos de sua aplicação. Qual o montante que resgatou após 8 meses?
- a) R\$ 135.000,00.
 - b) R\$ 231.955,00.
 - c) R\$ 96.955,00.
 - d) R\$ 171.818,00.
 - e) R\$ 268.773,00.
- 15) Por quanto tempo ficou aplicado um capital de R\$ 250.000,00, a uma taxa anual de 24%, com capitalizações bimestrais, se, após o prazo de aplicação, o investidor recebeu R\$ 450.236,00 de juros e capital?
- a) 2,5 bimestres.
 - b) 5 meses.
 - c) 30 meses.
 - d) 15 meses.
 - e) 5 anos.
- 16) (Prova AFTN) Uma financeira diz cobrar em suas operações uma taxa de juros compostos de 40% a.a., capitalizados trimestralmente. Nessas condições, a taxa de juros efetiva anual que está sendo cobrada ao devedor é de:
- a) 46,41%;
 - b) 47,26%;
 - c) 48,23%;
 - d) 49,32%;
 - e) 40,00%.

- 17) O capital de R\$ 80.000,00 foi aplicado durante 73 dias, a uma taxa anual de juros compostos de 12%, com capitalização mensal. Calcule o montante, utilizando a convenção linear.
- a) 81.946,40. d) 81.961,64.
b) 80.000,00. e) 81.960,37.
c) 81.608,00.
- 18) (Prova AFTN) Uma pessoa aplica R\$ 150.000,00 a juros compostos de 5% a.m. Ao fim de um certo tempo, recebe juros de R\$ 333.764,99. Nessas condições, o período de aplicação foi de:
- a) 20 meses. d) 25 meses.
b) 21 meses. e) 30 meses.
c) 24 meses.
- 19) Quanto devo aplicar hoje para obter um rendimento de R\$ 90.000,00 após 4 meses, a uma taxa de juros compostos de 9% a.a., com capitalização quadrimestral?
- a) 2.000.000. d) 3.000.000.
b) 1.600.000. e) 900.000.
c) 4.000.000.
- 20) (Prova AFTN/91) Uma aplicação é realizada no dia primeiro de um mês, rendendo uma taxa de 1% ao dia útil, com capitalização diária. Considerando que o referido mês possui 18 dias úteis, no fim do mês o montante será o capital inicial aplicado mais:
- a) 20,324%; d) 18,174%;
b) 19,6147%; e) 18%.
c) 19,196%;
- 21) Por quanto tempo devo deixar aplicado certo capital para auferir um montante de R\$ 121.610,00, a uma taxa de juros compostos de 12% ao ano, com capitalização trimestral? Os juros representam 21,06% do valor de resgate.
- a) 1 ano d) 6 anos
b) 2 anos e) 5 anos
c) 4 anos
- 22) O preço à vista de uma mercadoria é de R\$ 100.000,00. O comprador pode, entretanto, pagar 20% de entrada no ato e o restante em uma única parcela de R\$ 100.777,00, vencível em 90 dias. Admitindo-se o regime de juros compostos, a taxa de juros mensais cobrada na venda a prazo é de:
- a) 4%; d) 7%;
b) 5%; e) 8%.
c) 6%;
- 23) Qual o rendimento de um certificado de depósito bancário no valor de R\$ 200.000,00, aplicado por 60 dias, a uma taxa mensal de juros compostos de 30%?
- a) 369.000. d) 200.000.
b) 338.000. e) 138.000.
c) 169.000.

- 24) Dois capitais foram aplicados a uma taxa de 7% a.a., sob regime de juros compostos. O primeiro, pelo prazo de 4 anos, e o segundo, por 5 anos. Sabendo-se que a soma dos juros totalizou R\$ 39.540,00 e que os juros do segundo capital excederam os juros do primeiro em R\$ 12.660,00, a soma dos dois capitais iniciais era de:
- a) R\$ 140.000,00; d) R\$ 108.080,00;
b) R\$ 143.000,00; e) R\$ 115.080,00.
c) R\$ 147.080,00;
- 25) Uma loja vende um computador por R\$ 1.800,00 à vista. A prazo, vende o aparelho por R\$ 2.829,37, sendo R\$ 720,00 de entrada e o saldo 3 meses após. Qual a taxa de juros compostos mensal?
- a) 23%. d) 26%.
b) 24%. e) 27%.
c) 25%.
- 26) Quanto tempo deve permanecer aplicado um capital para que os juros sejam equivalentes a 3 vezes este capital num regime de juros compostos a uma taxa de 12% ao trimestre, com capitalização mensal?
- a) 11,78 trimestres
b) 35,34 trimestres
c) 35 trimestres
d) 36 trimestres
e) 12 trimestres
- 27) Se pretendo adquirir um imóvel no valor de R\$ 12.000.000,00, quanto devo investir hoje, a uma taxa de 40% a.a., com capitalização trimestral, para comprá-lo dentro de 5 anos?
- a) 1.783.723,52.
b) 2.231.213,18.
c) 1.434.235,70.
d) 7.451.055,88.
e) 745.105,59.
- 28) Um capital no valor de 50, aplicado a juros compostos a uma taxa de 36% ao mês, com capitalização diária, atinge, em 20 dias, um montante de:
- a) 51; d) 53,6;
b) 51, 2; e) 68.
c) 63,47;
- 29) Quanto investi, a uma taxa de 15% ao ano, capitalizada quadrimestralmente, se, decorridos 16 meses, resgatei um montante de R\$ 243.101,20?
- a) 200.000. d) 209.000.
b) 203.000. e) 212.000.
c) 206.000.
- 30) Calcular os juros compostos produzidos por certo capital que, aplicado durante 6 anos à taxa de 2% a.a., produziu um montante de R\$ 280.000,00.
- a) 29.368. d) 30.000.
b) 31.368. e) 35.000.
c) 32.368.

- 31) Pedro resgatou R\$ 325.000,00 de uma aplicação, que lhe rendeu R\$ 83.520,00. Sabendo que a taxa de aplicação anual era de 12%, com capitalização bimestral, por quanto tempo ficou aplicado o capital de Pedro?**
- a) 1 ano. d) 2, 5 anos.
b) 1, 5 anos. e) 3 anos.
c) 2 anos.
- 32) (Analista de Comércio Exterior – Esaf/1998) Obter a taxa anual equivalente à taxa mensal de 5%, juros compostos, com aproximação de uma casa decimal.**
- a) 60,0%. d) 77,2%.
b) 69,0%. e) 79,6%.
c) 74,9%.
- 33) (Analista de Comércio Exterior – Esaf/1998) O capital de R\$ 50.000,00, aplicado a juros compostos com capitalização trimestral, produziu o montante de R\$ 60.775,31 ao fim de um ano. Calcular a taxa de juros nominal anual, com aproximação de uma casa decimal.**
- a) 5,0%. d) 21,6%.
b) 5,4%. e) 30,4%.
c) 20,0%.
- 34) (Analista de Comércio Exterior – Esaf/1998) Um capital de R\$ 1.000,00 é aplicado à taxa de 3% ao mês, juros compostos, do dia 10 de fevereiro ao dia 30 de maio. Obtenha os juros da aplicação, usando a convenção linear.**
- a) R\$ 110,00.
b) R\$ 113,48.
c) R\$ 114,47.
d) R\$ 114,58.
e) R\$ 115,00.
- 35) (AFTN/Esaf/1996) Uma empresa aplicar R\$ 300 a taxa de juros compostos de 4% ao mês, por 10 meses. A taxa que mais se aproxima da taxa proporcional mensal dessa operação é de:**
- a) 4,60%; d) 5,20%;
b) 4,40%; e) 4,80%.
c) 5,00%;
- 36) (AFTN/Esaf/1996) A taxa de 40% ao bimestre, com capitalização mensal, é equivalente a uma taxa trimestral de:**
- a) 60,0%; d) 72,8%;
b) 66,6%; e) 84,4%.
c) 68,9%;
- 37) (BB/CENTRO-OESTE/99) Dada uma taxa efetiva anual i_e , composta mensalmente, pode-se afirmar que sua taxa nominal anual i_n correspondente é a taxa _____ mensal da taxa efetiva i_e , anualizada _____.**
- Preenche corretamente as lacunas acima a opção:**
- a) proporcional – linearmente.;
b) proporcional – exponencialmente;
c) equivalente – linearmente;
d) equivalente – exponencial mente;
e) linear expornencialmente.

- 38) (BB/CENTRO-OESTE/99) Quando se converte uma mesma taxa de juros de um prazo maior em sua taxa equivalente ou proporcional de prazo menor, como, por exemplo, de um ano para um mês, a taxa de juros obtida no regime de capitalização simples, comparada ao outro resultado no regime de capitalização composta, é:**
- a) menor;
 - b) maior;
 - c) igual;
 - d) igual ou menor;
 - e) igual ou maior.
- 39) (AF-CE-Esaf/1998) Qual a taxa efetiva, em porcentagem e aproximada em uma casa decimal, de um financiamento à taxa nominal de 36% ao ano com capitalização mensal?**
- a) 36,0% ao ano.
 - b) 39,2% ao ano.
 - c) 41,2% ao ano.
 - d) 41,9% ao ano.
 - e) 42,6% ao ano.
- 40) (AF-CE-Esaf/1998) Obter a taxa de juros anual equivalente à taxa mensal de 5%, a juros compostos, em porcentagem e com aproximação de uma casa decimal.**
- a) 60,0%.
 - b) 69,0%.
 - c) 72,8%.
 - d) 74,9%.
 - e) 79,6%.
- 41) (AFTN/Esaf/1998) Indique qual a taxa de juros anual equivalente à taxa de juros nominal de 8% ao ano com capitalização semestral.**
- a) 8,20%
 - b) 8,05%
 - c) 8,10%
 - d) 8,00%
 - e) 8,16%
- 42) (BB-SP/98) Qual a taxa semestral equivalente à taxa de 25% ao ano?**
- a) 11,40%.
 - b) 11,50%.
 - c) 11,60%.
 - d) 11,70%.
 - e) 11,80%.
- 43) (AFTN/Esaf/1998) O capital de R\$ 1.000,00 é aplicado do dia 10 de junho ao dia 25 do mês seguinte, a uma taxa de juros compostos de 21% ao mês. Usando a convenção linear, calcule os juros obtidos, aproximando o resultado em real.**
- a) R\$ 331,00.
 - b) R\$ 343,00.
 - c) R\$ 337,00.
 - d) R\$ 342,00.
 - e) R\$ 340,00.
- 44) (AF-CE-Esaf/1998) Obtenha o capital inicial que, aplicado a juros compostos durante 12 meses, à taxa de 4% ao mês, atinge o montante de R\$ 1.000,00 (aproxime o resultado para reais).**
- a) R\$ 625,00.
 - b) R\$ 630,00.
 - c) R\$ 636,00.
 - d) R\$ 650,00.
 - e) R\$ 676,00.

- 45) (AF-CE-Esaf/1998) Um capital aplicado a juros compostos, à taxa nominal de 36% ao ano, com capitalização mensal, atingiu um montante de R\$ 10.900,00, ao fim de um trimestre. Desprezando os centavos, o capital aplicado foi de:**
- a) R\$ 9.800,00;
 - b) R\$ 9.889,00;
 - c) R\$ 9.919,00;
 - d) R\$ 9.975,00;
 - e) R\$ 10.000,00.
- 46) (BB/SUL-Cespe/1999) O valor de um aluguel era de R\$ 400,00 no dia 1º de julho de 1999 e foi reajustado para R\$ 410,00 no dia 1º de agosto de 1999. Considerando que a inflação registrada no mês de julho foi de 1%, é correto afirmar que a taxa real de juros utilizada no reajuste do valor desse aluguel foi:**
- a) inferior a 1,5%;
 - b) igual a 1,5%;
 - c) superior a 1,5% e inferior a 2,0%;
 - d) igual a 2,0%;
 - e) superior a 2,0%.
- 47) Na capitalização composta:**
- a) a sequência dos juros produzidos por período é constante;
 - b) a sequência dos montantes ao fim de cada período cresce em progressão aritmética;
 - c) só rende juro o capital aplicado inicialmente;
 - d) uma taxa mensal de 2% é equivalente a uma taxa bimestral de 4%;
 - e) o capital que rende juro em um período é o montante do final do período anterior.
- 48) Uma pessoa tomou emprestada a quantia de R\$ 10.000,00, combinando fazer a devolução desse capital, com seus juros compostos, à taxa de 3% ao mês, ao completar dois meses da data do empréstimo. No dia do empréstimo, foi necessário pagar a quantia de R\$ 300,00, a título de despesas. Nessas condições, para o devedor, a taxa mensal efetiva desse empréstimo foi de, aproximadamente:**
- a) 3,5%;
 - b) 4%;
 - c) 4,5%;
 - d) 5%;
 - e) 5,5%.
- 49) (Esaf/BACEN/2001) Calcule o juro final como porcentagem do capital inicial aplicado a uma taxa de juros nominal de 24% ao ano, com capitalização mensal em um prazo de dezoito meses.**
- a) 36,00%.
 - b) 38,12%.
 - c) 40,00%.
 - d) 42,82%.
 - e) 44,75%.
- 50) (Esaf/BACEN-2001) Uma instituição financeira oferece pagar, na sua captação de recursos, juros simples de 0,5% ao mês, mais uma taxa básica de juros variável por trimestre, pagando os juros devidos ao fim do trimestre. Por sua vez, esta instituição cobra juros dos financiamentos concedidos de 3% ao mês, juros compostos, mais a mesma taxa de juros básica variável por trimestre, recebendo os juros devidos ao fim de cada trimestre. Calcule a diferença, em pontos**

percentuais, entre os juros recebidos e pagos ao fim do trimestre por R\$ 1,00 emprestado e captado pela instituição no início do trimestre, considerando que a taxa de juros variável comum no trimestre foi de 4,5% e que os juros variáveis incidem sobre o capital inicial no caso do rendimento pago pela instituição e incidem sobre o montante no caso de rendimento recebido pela instituição.

- a) 8,19 pontos percentuais.
 - b) 7,77 pontos percentuais.
 - c) 7,50 pontos percentuais.
 - d) 6,75 pontos percentuais.
 - e) 6,55 pontos percentuais.
- 51) (Esaf/BACEN-2001) O valor atual da redução de custos prevista para dois diferentes equipamentos A e B que uma empresa estuda comprar é de R\$ 18.000,00 e R\$ 15.000,00, respectivamente. A alternativa de *leasing* dos mesmos equipamentos pela empresa prevê uma redução de custos de valor atual de R\$ 14.000,00 e R\$ 12.000,00, respectivamente, para os equipamentos A e B. Considerando, porém, que o equipamento B, por produzir um produto de melhor qualidade, permite um aumento de receita líquida em relação ao equipamento A, e que o valor atual dessa receita líquida adicional é de R\$ 4.000,00, indique, pelo uso do critério do valor atual, a melhor opção para a empresa.
- a) Compra do equipamento A.
 - b) *Leasing* do equipamento A.
 - c) Compra do equipamento B.
 - d) *Leasing* do equipamento B.
 - e) Compra ou *leasing* do equipamento A.
- 52) (Esaf/Pref. Mun. Recife-2003) Usando a taxa de juros efetiva anual que corresponde à taxa de juros nominal de 24% ao ano, com capitalização trimestral, obtenha o montante obtido com a aplicação de um capital de R\$ 10.000,00, ao fim de um ano de aplicação.
- a) R\$ 12.400,00.
 - b) R\$ 12.544,00.
 - c) R\$ 12.624,76.
 - d) R\$ 12.653,19.
 - e) R\$ 12.682,42.
- 53) (Esaf/Pref. Fort. 2003) O capital de R\$ 20.000,00 é aplicado à taxa nominal de 24% ao ano com capitalização trimestral. Obtenha o montante, ao fim de dezoito meses de aplicação.
- a) R\$ 27.200,00.
 - b) R\$ 27.616,11.
 - c) R\$ 28.098,56.
 - d) R\$ 28.370,38.
 - e) R\$ 28.564,92.
- 54) (Esaf-AFPS-2002) Obtenha os juros como porcentagem do capital aplicado à taxa de juros compostos de 10% ao semestre, por um prazo de quinze meses, usando a convenção linear para cálculo do montante.
- a) 22,5%.
 - b) 24%.
 - c) 25%.
 - d) 26,906%.
 - e) 27,05%.

- 55) (AFPS-2002) Calcule o montante obtido ao fim de dezoito meses por um capital unitário, aplicado a uma taxa de juros nominal de 36% ao ano com capitalização mensal.**
- a) 1,54. d) 54%.
b) 1,7024. e) 70,24%.
c) 2,7024.
- 56) Um capital é aplicado a juros compostos à taxa de 20% ao período, durante quatro períodos e meio. Obtenha os juros como porcentagem do capital aplicado, considerando a convenção linear para cálculo do montante. Considere ainda que:**
 $1,20^4 = 2,0736$;
 $1,20^{4,5} = 2,271515$; e
 $1,20^5 = 2,48832$.
- a) 107,36%.
b) 127,1515%.
c) 128,096%.
d) 130%.
e) 148,832%.
- 57) (Esaf/AFPS-2002) O índice de preços ao consumidor de famílias de classe de renda baixa sofreu um aumento de 11,61% em um semestre e 12% no semestre seguinte. Calcule a perda do poder aquisitivo da renda dessas famílias no ano em questão.**
- a) 11,61%. d) 23,61%.
b) 12%. e) 25%.
c) 20%.
- 58) (Esaf/ATE/MS-2001) Um capital é aplicado à taxa de juros nominal de 24% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual efetiva de aplicação desse capital, em porcentagem, aproximada até centésimos?**
- a) 26,82%. d) 25,97%.
b) 26,53%. e) 25,44%.
c) 26,25%.
- 59) (Esaf/SEFA/PA-2002) Um capital é aplicado a juros compostos durante dois períodos e meio, a uma taxa de 20% ao período. Calcule o montante em relação ao capital inicial, considerando a convenção linear para cálculo do montante.**
- a) 150%.
b) 157,74%.
c) 158,4%.
d) 160%.
e) 162%.
- 60) (Esaf/SUSEP-2002-Analista Técnico Atuarial) Um capital é aplicado a juros compostos durante três períodos e meio, a uma taxa de 10% ao período. Obtenha o montante em relação ao capital aplicado, considerando a convenção linear.**
- a) 135%.
b) 136,825%.
c) 137,425%.
d) 139,755%.
e) 142%.

- 61) (GEFAZ-MG-2005) Ao fim de quantos trimestres um capital aplicado a juros compostos de 8% ao trimestre aumenta 100%.**
- a) 12,5. d) 9.
b) 12. e) 8.
c) 10.
- 62) (AFRE-MG-2005) A que taxa mensal de juros compostos um capital aplicado aumenta 80% ao fim de quinze meses?**
- a) 4%. d) 6,5%.
b) 5%. e) 7%.
c) 5,33%.
- 63) (GEFAZ-MG-2005) Um título no valor nominal de R\$ 13.400,00 é resgatado seis meses antes de seu vencimento, sofrendo um desconto de R\$ 3.400,00 sobre o seu valor nominal.**
Calcule a taxa de desconto mensal, considerando um desconto composto por dentro.
- a) 4,2%. d) 5,5%.
b) 4,5%. e) 5,67%.
c) 5%.
- 64) (AFC/STN-2005) Em uma campanha promocional, o Banco A anuncia uma taxa de juros de 60% ao ano com capitalização semestral.**
O Banco B, por sua vez, anuncia uma taxa de juros de 30% ao semestre com capitalização mensal. Assim, os valores mais próximos das taxas de juros efetivas anuais dos Bancos A e B são, respectivamente, iguais a:
- a) 69% e 60%; d) 60% e 69%;
b) 60% e 60%; e) 120% e 60%.
c) 69% e 79%;
- 65) O rendimento de uma aplicação foi de CR\$ 50.000,00. Calcule o montante, sabendo que a taxa de juros compostos foi de 20% ao ano e o prazo de aplicação, de 18 meses.**
- a) 306.250. d) 156.250.
b) 256.250. e) 206.250.
c) 106.250.
- 66) (Esaf/AFRF-2005-adaptada) Paulo aplicou pelo prazo de um ano a quantia total de R\$ 50.000,00 em dois bancos diferentes. Uma parte dessa quantia foi aplicada no Banco A, à taxa de 3% ao mês. O restante dessa quantia foi aplicado no Banco B a taxa de 4% ao mês. Após um ano, Paulo verificou que os valores finais de cada uma das aplicações eram iguais. Deste modo, o valor aplicado no Banco A e no Banco B, sem considerar os centavos, foram, respectivamente, iguais a:**
- a) R\$ 21.948,00 e R\$ 28.052,00;
b) R\$ 23.256,00 e R\$ 26.744,00;
c) R\$ 26.589,00 e R\$ 23.411,00;
d) R\$ 27.510,00 e R\$ 22.490,00;
e) R\$ 26.447,00 e R\$ 23.552,00.

Capítulo 7

Desconto composto

Nos principais concursos, geralmente, é cobrado apenas o desconto racional composto, porém, em alguns concursos, principalmente os elaborados pelo Cespe, é cobrado também o desconto comercial composto. Assim, para que se tenha todo o conteúdo de qualquer concurso, será visto também o desconto comercial composto, se bem que se dará maior ênfase ao desconto racional composto.

I. DESCONTO RACIONAL COMPOSTO

O raciocínio financeiro adotado em desconto no regime de juros compostos é idêntico ao adotado no regime de juros simples, com a única diferença quanto ao regime de capitalização.

O desconto racional é aquele obtido pela diferença entre o valor nominal e o valor atual de um título que seja descontado n períodos antes do vencimento.

Partindo novamente da premissa de que qualquer desconto (D) é obtido a partir da diferença entre o valor nominal (N) e o valor atual (Va), têm-se as seguintes fórmulas a utilizar:

$$D = N - Va$$

$$Va = N / (1 + i)^n.$$

Substituindo Va por $N / (1 + i)^n$, que representa o valor atual racional, tem-se:

$$D = N - N / (1 + i)^n$$

Isolando o N , tem-se a fórmula do desconto racional composto:

$$Dr = N \times \left[1 - \frac{1}{(1 + i)^n} \right]$$

É interessante mencionar que este desconto também pode ser obtido a partir da seguinte fórmula $Dr = N \times i \times a_n \overline{v}_i$.

Onde:

i = taxa de juros

n = número de períodos

Dr = desconto racional

$(1+i)^n$ = fator de acumulação de capital

Va = valor atual ou capital

N = valor nominal ou montante

$a_n \cdot \tau_i$ = fator de valor atual de uma série de pagamentos e é encontrado em tabelas.

Se for observada atentamente a fórmula do valor atual, perceber-se-á que ela é semelhante à fórmula utilizada para o cálculo do capital.

Assim, o desconto racional composto é igual aos juros que seriam devolvidos no intervalo de tempo compreendido entre a data de desconto e a de vencimento de determinada obrigação ou título calculado sobre o Va.

2. DESCONTO COMERCIAL COMPOSTO

É redução no valor que se obtém quando se salda uma obrigação em determinados períodos antes de sua exigibilidade.

O valor atual, ou valor descontado comercial, obtém-se da seguinte forma: calculam-se sucessivos descontos comerciais simples, de um período, até completarem-se os n períodos solicitados e subtraírem-se esses valores do valor nominal, até encontrar o valor de hoje (atual).

Então, matematicamente, tem-se a seguinte fórmula:

$$Va = N \times (1 - i)^n.$$

Substituindo na expressão geral do desconto, tem-se:

$$DC = N \times [1 - (1 - i)^n]$$

EXEMPLO 1

Seja um título de valor nominal R\$ 1.000,00, vencível em três meses. Esse título pode ser quitado hoje com desconto comercial composto de 10% a.m. Quanto terá de ser desembolsado para quitar o título?

$$N = R\$ 1.000,00$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$i = 10\% \text{ ao mês}$$

$$Va = ?$$

Há duas formas de resolver o exercício.

Primeira, sem fórmula:

$$1.000,00 \times 0,1 = 100,00$$

$$1.000,00 - 100,00 = 900,00 (n_1)$$

$$900,00 \times 0,1 = 90,00$$

$$900,00 - 90,00 = 810 (n_2)$$

$$810,00 \times 0,1 = 81,00$$

$$810,00 - 81,00 = 729,00 (n_3)$$

$$Va = R\$ 729,00.$$

Segunda, com fórmula:

$$V_a = N \times (1 - i)^n$$

$$V_a = 1.000,00 \times (1 - 0,1)^3$$

$$V_a = 1.000,00 \times (0,9)^3$$

$$V_a = 1.000,00 \times 0,729$$

$$V_a = \text{R\$ } 729,00.$$

Caso se deseja calcular o desconto, poder-se-ia simplesmente subtrair o valor atual do valor nominal ou, então, aplicar a fórmula antes desenvolvida:

$$D_c = 1.000,00 - \text{R\$ } 729,00 = \text{R\$ } 271,00$$

Ou

$$D_c = N \times [1 - (1 - i)^n]$$

$$D_c = \text{R\$ } 1.000,00 \times [1 - (0,9)^3]$$

$$D_c = \text{R\$ } 1.000,00 \times [1 - 0,729]$$

$$D_c = \text{R\$ } 1.000,00 \times 0,271$$

$$D_c = \text{R\$ } 271,00.$$

Como se depreende do exemplo, é relativamente fácil o cálculo do valor descontado ou valor atual em desconto comercial composto.

EXEMPLO 2

Determinada empresa descontou, num banco, duplicatas com valor nominal de R\$ 12.000,00, 4 meses antes do seu vencimento. Qual foi a quantia depositada em sua conta, se a taxa de desconto foi de 3% ao mês, considerando o desconto racional simples, o desconto comercial simples, o desconto racional composto e o desconto comercial composto?

No exemplo, se requer o valor atual dos quatro tipos de desconto:

1 – Desconto racional simples:

$$V_a = N / (1 + i \times n)$$

$$V_a = \text{R\$ } 12.000,00 / (1 + 0,03 \times 4)$$

$$V_a = \text{R\$ } 12.000,00 / 1,12$$

$$V_a = \text{R\$ } 10.714,29.$$

2 – Desconto comercial simples:

$$V_a = N (1 - i \times n)$$

$$V_a = \text{R\$ } 12.000,00 \times (1 - 0,03 \times 4)$$

$$V_a = \text{R\$ } 12.000,00 \times (1 - 0,12)$$

$$V_a = \text{R\$ } 12.000,00 \times 0,88$$

$$V_a = \text{R\$ } 10.560,00.$$

3 – Desconto racional composto:

$$V_a = N / (1 + i)^4$$

$$V_a = \text{R\$ } 12.000,00 / (1 + 0,03)^4$$

$$V_a = R\$ 12.000,00 / 1,125509$$

$$V_a = R\$ 10.661,84.$$

4 – Desconto comercial composto:

$$V_a = N \times (1 - i)^n$$

$$V_a = R\$ 12.000,00 \times (1 - 0,03)^4$$

$$V_a = R\$ 12.000,00 \times 0,885293$$

$$V_a = 10.623,51.$$

Conclusão

Dos quatro tipos de desconto, o mais vantajoso para quem for descontar um título é o desconto racional simples, visto que produzirá o maior valor atual; logo, é o que sofrerá o menor desconto.

Já o desconto comercial simples é o mais pernicioso para quem for descontar um título, visto ser ele o que produz o menor valor atual e o maior desconto.

Entre os descontos compostos, o mais vantajoso para o detentor do título é o desconto racional. Porém, percebe-se que a diferença entre o desconto racional e o comercial não é tão grande quanto no desconto em juros simples.

3. TESTES PROPOSTOS

- 1) **(Prova AFTN) Um *Commercial paper*, com valor de face de US \$ 1,000,000.00 e vencimento daqui a três anos deve ser resgatado hoje. A uma taxa de juros compostos de 10% ao ano e considerando o desconto racional, obtenha o valor do resgate.**
 - a) US \$ 751,314.80.
 - b) US \$ 750,000.00.
 - c) US \$ 748,573.00.
 - d) US \$ 729,000.00.
 - e) US \$ 700,000.00.
- 2) **(Prova AFTN) João foi a um banco e descontou uma nota promissória de R\$ 200.000,00, 6 meses antes de seu vencimento. Admitindo-se que tenha recebido o líquido de R\$ 149.243,04 e o regime adotado seja o desconto racional composto, a taxa de juros anual é de:**
 - a) 75,36%;
 - b) 79, 59%;
 - c) 89,83%;
 - d) 90,21%;
 - e) 91,76%.
- 3) **Uma nota promissória foi paga antes do vencimento, tendo sofrido desconto racional composto à taxa de 8% ao quadrimestre, com capitalização bimestral. Calcule o tempo de antecipação do pagamento, sabendo que o valor de emissão era de R\$ 70.000,00, e que o título foi resgatado por R\$ 64.719,00.**
 - a) 2,5 meses.
 - b) 1 trimestre.
 - c) 2 quadrimestres.
 - d) 1 bimestre.
 - e) 4 meses.

- 4) Qual o desconto racional composto sofrido por um título de R\$ 100.000,00, resgatado 5 meses antes do vencimento, a uma taxa de 24% ao ano com capitalização mensal?
- a) 8.318. d) 7.653.
b) 9.427. e) 8.819.
c) 7.536.
- 5) Calcule o valor nominal de um título que, resgatado 1 ano e meio antes do vencimento, sofreu desconto racional composto de R\$ 25.000,00, a uma taxa de 30% ao ano, com capitalização semestral.
- a) 72.996. d) 77.088.
b) 47.996. e) 67.088.
c) 52.088.
- 6) Qual a taxa de juros anual adotada no resgate de uma letra de câmbio, sabendo-se que os juros são capitalizados trimestralmente, o valor de resgate foi de R\$ 200.000,00, o desconto de R\$ 92.820,00 e a antecipação de 1 ano?
- a) 10%. d) 40%.
b) 20%. e) 50%.
c) 30%.
- 7) Calcule o valor líquido de uma letra de câmbio com valor nominal de R\$ 80.000,00, resgatada 6 meses antes do vencimento, a uma taxa de desconto racional composto de 12% a.a., capitalizada trimestralmente.
- a) 68.412,15.
b) 74.211,00.
c) 75.407,67.
d) 76.400,01.
e) 80.000,00.
- 8) Calcule o desconto racional composto sofrido por um título resgatado por R\$ 90.000,00 a 3 meses do vencimento, a uma taxa anual de 30%, com capitalização mensal.
- a) 24.253. d) 6.101.
b) 21.970. e) 6.920.
c) 9.000.
- 9) Carlos propõe-se a pagar R\$ 80.000,00 ao portador de uma nota promissória vencível dentro de 3 meses. Sabendo que o negócio está sendo realizado a uma taxa de desconto racional composto de 5% a.m., qual o valor de emissão da nota promissória?
- a) 92.610. d) 82.610.
b) 92.938. e) 91.200.
c) 92.000.
- 10) O portador de uma nota promissória com valor de face de R\$ 425.000,00 resgatou-a a uma taxa de desconto racional composto de 2% a.m., tendo sofrido um desconto de R\$ 24.513,00. Esta operação foi realizada a quantos dias do vencimento do título?
- a) 70. d) 100.
b) 80. e) 110.
c) 90.

- 11) Quantos meses antes do vencimento foi resgatada uma nota promissória de R\$ 130.000,00, sabendo-se que o valor líquido foi de R\$ 91.021,00 e a taxa da operação de 2% ao mês?
- a) 14. d) 20.
b) 16. e) 22.
c) 18.
- 12) Um título de crédito, com valor de emissão de R\$ 800.000,00 e vencível daqui a 2 anos, sofreu um desconto comercial simples a uma taxa de 3,772% a.a. Se tivesse sofrido um desconto racional composto de mesmo valor, qual seria a nova taxa anual de desconto?
- a) 3,5%. d) 5%.
b) 3%. e) 4%.
c) 3,772%.
- 13) Antônio emprestou R\$ 100.000,00 a Carlos, devendo o empréstimo ser pago após 4 meses, acrescido de juros compostos calculados a uma taxa de 15% ao mês, com capitalização diária. Três meses depois Carlos decide quitar a dívida, e combina com Antônio uma taxa de desconto racional composto de 30% ao bimestre, com capitalização mensal. Qual a importância paga por Carlos a título de quitação do empréstimo?
- a) 170.018. d) 158.209.
b) 100.000. e) 199.901.
c) 181.940.
- 14) Uma pessoa quer descontar hoje um título de valor nominal R\$ 11.245,54, com vencimento para daqui a 60 dias, e tem as seguintes opções:
- I. desconto simples racional, taxa de 3% ao mês;
II. desconto simples comercial, taxa de 2,5% ao mês;
III. desconto composto racional, taxa de 3% ao mês.
- Se ela escolher a opção I, a diferença entre o valor líquido que receberá e o que receberia se escolhesse a opção:
- a) II é R\$ 31,50; d) III é R\$ 12,00;
b) II é R\$ 39,40; e) III é R\$ 15,00.
c) III é R\$ 9,00;
- 15) Um título deveria sofrer um desconto comercial simples de R\$ 672,00, quatro meses antes do seu vencimento. Todavia, uma negociação levou à troca do desconto comercial simples por um desconto racional composto. Calcule o novo desconto, considerando a mesma taxa de 3% ao mês.
- a) R\$ 600,00. d) R\$ 643,32.
b) R\$ 620,15. e) R\$ 672,00.
c) R\$ 624,47.
- 16) (Esaf-ATE/MS-2001) Um título é descontado por R\$ 4.400,00, quatro meses antes do seu vencimento. Obtenha o valor de face do título, considerando que foi aplicado um desconto racional composto a uma taxa de 3% ao mês (despreze os centavos, se houver).
- a) R\$ 4.400,00. d) R\$ 4.952,00.
b) R\$ 4.725,00. e) R\$ 5.000,00.
c) R\$ 4.928,00.

- 17) (Esaf-AFRF/2002-A) A quantia de R\$ 500.000,00 é devida hoje e a quantia de R\$ 600.000,00 é devida no fim de um ano ao mesmo credor. Na medida em que os dois compromissos não poderiam ser honrados, uma negociação com o credor levou ao acerto de um pagamento equivalente único ao fim de dois anos e meio. Calcule o valor deste pagamento, considerando que foi acertada uma taxa de juros compostos de 20% ao ano, valendo a convenção exponencial para cálculo do montante (despreze os centavos).
- a) R\$ 1.440.000,00.
 - b) R\$ 1.577.440,00.
 - c) R\$ 1.584.000,00.
 - d) R\$ 1.728.000,00.
 - e) R\$ 1.733.457,00.
- 18) (Esaf-AFRF/2002-A) Um título sofre um desconto composto racional de R\$ 6.465,18 quatro meses antes do seu vencimento. Indique o valor mais próximo do valor descontado do título, considerando que a taxa de desconto é de 5% ao mês.
- a) R\$ 25.860,72
 - b) R\$ 28.388,72
 - c) R\$ 30.000,00
 - d) R\$ 32.325,90
 - e) R\$ 36.465,18
- 19) (Esaf-AFRF/2003) Um capital é aplicado a juros compostos, à taxa de 40% ao ano, durante um ano e meio. Calcule o valor mais próximo da perda percentual do montante, considerando o seu cálculo pela convenção exponencial em relação ao seu cálculo pela convenção linear, dado que $(1,40)^{1,5} = 1,656502$.
- a) 0,5%.
 - b) 1%.
 - c) 1,4%.
 - d) 1,7%.
 - e) 2,0%.
- 20) (Esaf-AFRF/2005) O valor nominal de uma dívida é igual a 5 vezes o desconto racional composto, caso a antecipação seja de dez meses. Sabendo-se que o valor atual da dívida (valor de resgate) é de R\$ 200.000,00, então o valor nominal da dívida, sem considerar os centavos, é igual a:
- a) R\$ 230.000,00;
 - b) R\$ 250.000,00;
 - c) R\$ 330.000,00;
 - d) R\$ 320.000,00;
 - e) R\$ 310.000,00.

Equivalência de capitais em regime de juros compostos

I. CÁLCULO DO VALOR ATUAL

Do mesmo modo que no regime de juros simples, também em juros compostos diversos capitais serão equivalentes na data zero, pelo critério de desconto racional composto à taxa de juros i , se seus valores atuais forem iguais, ou seja:

$$Va_1 = Va_2 = \dots = Va_n$$

Como $Va = C / (1 + i)^n$, tem-se a seguinte situação:

$$Va = \frac{C_1}{(1 + i)^1} = \frac{C_2}{(1 + i)^2} = \dots = \frac{C_n}{(1 + i)^n}.$$

EXEMPLO 1

Sejam dados os valores nominais seguintes, que vencem nas datas estipuladas – $C_1 = 1.100,00 \Rightarrow 1^{\text{a}}$ ano; $C_2 = 1.331,00 \Rightarrow 3^{\text{a}}$ ano e $C_3 = 1.610,51 \Rightarrow 5^{\text{a}}$ ano – verificar se tais capitais são equivalentes à taxa de 10% a.a., sob o critério de desconto racional composto.

$$Va_1 = C_1 / (1+i)^1 \Rightarrow 1.100 / (1+0,1)^1$$

$$Va_1 = 1.100,00 / 1,1 = 1.000,00$$

$$Va_2 = C_2 / (1+i)^2 \Rightarrow 1.331,00 / (1+0,1)^3$$

$$Va_2 = 1.331,00 / 1,331 = 1.000,00$$

$$Va_3 = C_3 / (1+i)^3 \Rightarrow 1.610,51 / (1+0,1)^5$$

$$Va_3 = 1.610,51 / 1.61051 = 1.000,00.$$

Nota-se que, nos três casos, encontra-se igual valor atual, isto é, os três capitais são equivalentes.

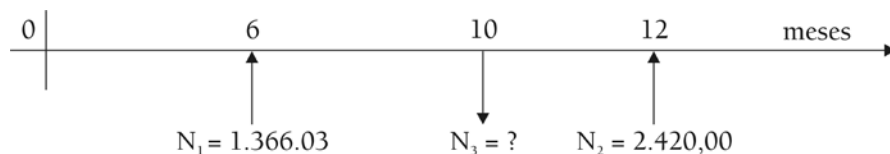
No capítulo relativo à equivalência de capitais em juros simples, enfatizou-se a necessidade de os valores atuais serem levados à data focal zero. Isto se deve ao fato de que, caso se procedesse de forma diferente estar-se-ia fazendo juros sobre juros, o que é próprio do regime de juros compostos.

Desta forma, em se tratando de equivalência de capitais no regime de juros compostos, não há mais a necessidade de calcular os valores atuais na data zero. Pode-se, inclusive, calcular o montante quando a equivalência for feita a uma data posterior ao do vencimento do título original, pois é próprio deste regime a capitalização.

EXEMPLO 2

Qual é o valor de um título vencível em 10 meses, que substitui dois outros com valores de R\$ 1.366,03 e R\$ 2.420,00, cujos vencimentos ocorrem, respectivamente, em 6 meses e 12 meses, se a taxa de juros da operação for de 10% ao mês?

$i = 10\%$ ao mês



Para calcular o valor de N_3 pode-se calcular o montante de N_1 até N_3 ($n = 4$) e o valor atual de N_2 até N_3 ($n = 2$).

$$N_3 = M + Va$$

$$N_3 = N_1 (1 + i)^4 + N_2 / (1 + i)^2$$

$$N_3 = R\$ 1.366,03 \times (1,1)^4 + R\$ 2.420,00 / (1,1)^2$$

$$N_3 = R\$ 1.366,03 \times 1,4641 + R\$ 2.420 / 1,21$$

$$N_3 = R\$ 2.000,00 + R\$ 2.000,00$$

$$N_3 = R\$ 4.000,00.$$

2. TESTES PROPOSTOS

- 1) **(Prova AFTN) Paulo é devedor de dois títulos: o primeiro, de R\$ 20.000,00, com vencimento para 1 ano, e o segundo, de R\$ 30.000,00, com vencimento para 3 anos. Por problemas financeiros, pretende pagar esses dois compromissos de uma só vez, mas somente daqui a 4 anos. Nessas condições, adotando-se i taxa nominal de juros compostos de 10% a.a., capitalizado semestralmente, o valor do novo título deve ser de (desprezando os centavos):**
 - a) R\$ 58.325,00;
 - b) R\$ 59.237,00;
 - c) R\$ 59.876,00;
 - d) R\$ 60.535,00;
 - e) R\$ 59.620,00
- 2) **(Prova AFTN) Paulo deve a Pedro um título de R\$ 100.000,00 e outro de R\$ 200.000,00, vencíveis em 3 e 5 anos, respectivamente, e propõe substituir esses títulos por 2 outros de igual valor, vencíveis no quarto e quinto anos. Sabendo-se que a taxa nominal de juros compostos adotada é de 20% a.a., capitalizados semestralmente, o valor desses novos pagamentos é de (desprezando os centavos):**
 - a) R\$ 154.223,00;
 - b) R\$ 154.327,00;
 - c) R\$ 155.578,00;
 - d) R\$ 156.746,00;
 - e) R\$ 157.873,00.

- 3) **Determine o valor de duas notas promissórias, uma vencível em 6 meses e outra em 9 meses, que, a uma taxa de 3% ao trimestre, com capitalização mensal, substituem uma terceira com valor de emissão de R\$ 180.000,00, cujo vencimento está marcado para daqui a um ano.**
- a) 89.210.
 - b) 90.110.
 - c) 86.049.
 - d) 77.454.
 - e) 88.745.
- 4) **Qual a taxa de juros compostos anuais utilizada na substituição de um título de R\$ 400.000,00, vencível dentro de 2 anos, por outro de R\$ 576.000,00, com vencimento para daqui a 4 anos?**
- a) 20%.
 - b) 21%.
 - c) 22%.
 - d) 24%.
 - e) 25%.
- 5) **Após quantos dias devo pagar uma letra de R\$ 800.000,00 que substitui outra de R\$ 601.052,00, com vencimento para 2 meses, se a taxa de desconto racional composto é de 10% ao mês?**
- a) 48.
 - b) 80.
 - c) 150.
 - d) 120.
 - e) 60.
- 6) **O preço à vista de certa mercadoria é de R\$ 80.000. Esta mesma mercadoria é vendida a prazo, em três prestações mensais, a uma taxa de 30% ao mês de juros compostos. Qual o valor das prestações?**
- a) 26.000.
 - b) 44.050.
 - c) 34.200.
 - d) 29.399.
 - e) 42.500.
- 7) **Uma dívida de R\$ 140.000,00, vencível em 10 meses, é substituída por uma parcela de R\$ 20.000,00, com vencimento para 2 meses, outra de R\$ 15.000,00 com vencimento para 5 meses, e uma terceira a ser paga na data do vencimento da dívida original. Qual o valor da terceira parcela, sabendo-se que a taxa de desconto racional composto é de 20% ao mês?**
- a) 16.679.
 - b) 15.000.
 - c) 20.000.
 - d) 105.000.
 - e) 35.082.
- 8) **(AFTN/Esaf/1998) Obtenha o valor hoje de um título de R\$ 10.000,00 de valor nominal, vencível ao fim de três meses, a uma taxa de juros de 3% ao mês, considerando um desconto racional composto e desprezando os centavos.**
- a) R\$ 9.140,00.
 - b) R\$ 9.126,00.
 - c) R\$ 9.100,00.
 - d) R\$ 9.174,00.
 - e) R\$ 9.151,00.

- Considere os fluxos de caixa mostrados na tabela abaixo, para a resolução da questão a seguir. Os valores constantes desta tabela ocorrem no final dos meses ali indicados.

Fluxos	Meses							
	1	2	3	4	5	6	7	8
UM	1.000	1.000	500	500	500	500	250	050
DOIS	1.000	500	500	500	500	500	500	300
TRÊS	1.000	1.000	1000	500	500	100	150	050
QUATRO	1.000	1.000	800	600	400	200	200	100
CINCO	1.000	1.000	800	400	400	400	200	100

- 10) (AFTN/Esaf/1996) Considere uma taxa efetiva (juros compostos) de 4,0% ao mês. O fluxo de caixa, da tabela acima, que apresenta o maior valor atual (valor no mês zero) é:
- a) fluxo UM;
b) fluxo DOIS;
c) fluxo TRÊS;
d) fluxo QUATRO;
e) fluxo CINCO.
- 11) (AFTN/Esaf/1996) Uma empresa obteve um financiamento de \$ 10.000,00 por uma taxa de 120% ao ano, capitalizados mensalmente (juros compostos). A empresa pagou \$ 6.000,00, ao final do primeiro mês, e \$ 3.300,00, ao final do terceiro mês. O valor que deverá ser pago, ao final do terceiro mês, para liquidar o financiamento (juros + principal) é de:
- a) \$ 3.250,00;
b) \$ 3.100,00;
c) \$ 3.050,00;
d) \$ 2.975,00;
e) \$ 2.750,00.
- 12) (AFTN/Esaf/1996) Uma pessoa tomou um empréstimo, à taxa de 4% ao mês, com juros compostos capitalizados mensalmente. Este empréstimo deve ser pago em duas parcelas mensais e iguais de \$ 1.000, daqui a 13 e 14 meses respectivamente. O valor que mais se aproxima do valor de um único pagamento, no décimo quinto mês, que substitui estes dois pagamentos é de:
- a) \$ 2.012,00;
b) \$ 2.121,60;
c) \$ 2.333,33;
d) \$ 2.484,84;
e) \$ 2.516,16.

- 13) Uma dívida no valor de R\$ 20.000,00 vence hoje, enquanto outra, no valor de R\$ 30.000,00, vence em 6 meses. À taxa de juros compostos de 4% ao mês e considerando um desconto racional, obtenha o valor da dívida equivalente às duas anteriores, com vencimento ao fim de 3 meses, desprezando os centavos.
- a) R\$ 48.800,00. d) R\$ 49.039,00.
b) R\$ 49.167,00. e) R\$ 50.000,00.
c) R\$ 49.185,00.
- 14) (Esaf/Pref. Fort.–2003) Qual o capital hoje que é equivalente a uma taxa de juros compostos de 10% ao semestre, a um capital de R\$ 100.000,00, que venceu há um ano, mais um capital de R\$ 110.000,00, que vai vencer daqui a seis meses?
- a) R\$ 210.000,00.
b) R\$ 220.000,00.
c) R\$ 221.000,00.
d) R\$ 230.000,00.
e) R\$ 231.000,00.
- 15) (AFC/STN–2005) Uma pessoa contraiu uma dívida no regime de juros compostos, que deverá ser quitada em três parcelas. Uma parcela de R\$ 500,00, vencível no final do terceiro mês; outra de R\$ 1.000,00, vencível no final do oitavo mês, e a última, de R\$ 600,00, vencível no final do décimo segundo mês. A taxa de juros cobrada pelo credor é de 5% ao mês.
- No final do sexto mês, o cliente decidiu pagar a dívida em uma única parcela. Assim, desconsiderando os centavos, o valor equivalente a ser pago será igual a:
- a) R\$ 2.535,00;
b) R\$ 2.100,00;
c) R\$ 2.153,00;
d) R\$ 1.957,00;
e) R\$ 1.933,00.
- 16) (AFC/STN–2005) Uma imobiliária coloca à venda um apartamento por R\$ 85.000,00 à vista. Como alternativa, um comprador propõe uma entrada de R\$ 15.000,00, mais três parcelas: duas iguais e uma de R\$ 30.000,00. Cada uma das parcelas vencerá em um prazo a contar do dia da compra.
- A primeira parcela vencerá no final do sexto mês. A segunda, cujo valor é de R\$ 30.000,00, vencerá no final do décimo segundo mês, e a terceira no final do décimo oitavo mês. A transação será realizada no regime de juros compostos a uma taxa de 4% ao mês. Se a imobiliária aceitar essa proposta, então o valor de cada uma das parcelas iguais, desconsiderando os centavos, será igual a:
- a) R\$ 35.000,00; d) R\$ 39.925,00;
b) R\$ 27.925,00; e) R\$ 35.500,00.
c) R\$ 32.500,00;
- 17) (AFC/STN–2005) Um carro pode ser financiado no regime de juros compostos em dois pagamentos. Uma entrada de R\$ 20.000,00 e uma parcela de R\$ 20.000,00, seis meses após a entrada. Um comprador propõe como segunda parcela o valor de R\$ 17.000,00, que deverá ser pago oito meses após a entrada. Sabendo-se que a taxa contratada é de 2% ao mês, então, sem considerar os centavos, o valor da entrada deverá ser igual a:
- a) R\$ 23.455,00; d) R\$ 25.455,00;
b) R\$ 23.250,00; e) R\$ 26.580,00.
c) R\$ 24.580,00;

Rendas certas ou anuidades

I. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As transações financeiras, de um modo geral, compreendem empréstimos ou capitalizações. Neste contexto, se inserem as rendas certas ou anuidades, como também são chamadas.

Os empréstimos constituem operações de financiamento, cujo capital, ou seja, a devolução do principal, pode ser exigido de uma só vez ou amortizado por sucessivos pagamentos ou recebimentos periódicos.

As capitalizações se caracterizam por depósitos únicos ou periódicos. Trata-se de uma “poupança” para constituir um montante de determinada quantia em data futura.

Chama-se de rendas certas aquelas operações nas quais, depois de definidas as condições inerentes à duração ou prazo, as taxas, os valores dos desembolsos ou entradas, o valor financiado ou valor atual e o montante ou soma da capitalização não sofrem alterações, isto é, uma vez estabelecidas as condições, elas serão imutáveis.

Os elementos que compõem uma renda certa ou anuidade são os seguintes:

- parcelas (P) são os valores periódicos ou unitários que constituem a renda, quer numa amortização ou numa capitalização. A parcela é também chamada de prestação;
- período é o intervalo temporal entre duas parcelas (ex.: 30 dias ou um mês, 60 dias ou 1 bimestre, 1 semestre, 1 ano etc.);
- duração da anuidade (n) geralmente representa a soma dos períodos, isto é, é o número de parcelas representado por “ n ”;
- valor atual (V_a) é a soma dos valores atuais de cada uma das parcelas de uma anuidade, considerando-se, sempre, a mesma data focal e mesma taxa (i);
- montante (M) ou soma (S) é a soma dos montantes de cada uma de suas parcelas, aplicadas a uma mesma taxa de juros para uma determinada data;
- taxa de juros (i) é a taxa de juros tomada para o período, considerando-se, sempre, o mesmo período referido nas parcelas e o regime de juros compostos, salvo se pactuado de forma diversa.

2. CLASSIFICAÇÃO DAS ANUIDADES

Serão tratadas as anuidades consideradas como modelo básico, isto é, aquelas que são concomitantemente temporárias, constantes, imediatas (antecipadas ou postecipadas), e que sejam periódicas, cuja taxa de juros se refira ao mesmo período das parcelas.

Temporárias são aquelas de duração limitada ou predeterminada.

Constantes são aquelas em que todas as parcelas são iguais.

Imediatas, quando as parcelas são exigíveis a partir do primeiro período. Podem ser postecipadas ou vencidas e antecipadas:

- postecipadas ou vencidas são aquelas em que se exigem as parcelas no final de cada período;
- antecipadas são aquelas em que as parcelas devem ser satisfeitas no início de cada período.

Periódicas, quando o período entre as datas correspondentes aos termos tiver o mesmo intervalo de tempo, isto é, quando todos os períodos forem iguais entre si.

Obs.: em questões de concursos públicos, os conhecimentos exigidos restringem-se, em sua grande maioria, à solução de problemas envolvendo essa classificação. Entretanto, em raros concursos e raras questões, podem ser exigidos conhecimentos de anuidades diferidas, que são aquelas em que as parcelas são exigidas a partir de uma data que não seja o primeiro período. As anuidades diferidas recebem, também, a designação de “com período ou prazo de carência”. Portanto, serão desenvolvidas, também, esse tópico.

Assim, tem-se que anuidades ou rendas certas é nome que se dá aos pagamentos sucessivos, quer se esteja diante de amortização de financiamentos ou de capitalização em investimentos.

Exemplos de anuidades

Um financiamento de casa própria é um caso de renda certa temporária e periódica.

Um financiamento de eletrodoméstico é um caso de renda certa temporária, de parcela constante (você sabe quanto pagará de juros em cada prestação e quanto está amortizando do principal) e periódica.

3. CALCULANDO O VALOR ATUAL EM CASOS DE RENDAS CERTAS

Reitera-se que, neste trabalho, tratar-se-á de cálculos de rendas certas do tipo periódicas, de parcelas constantes e temporárias, as quais são, usualmente, as mais cobradas em concursos.

Inicialmente, cabe esclarecer que a prestação ou parcela ou termo representa, em verdade, o valor nominal (N) de uma prestação, visto em juros compostos.

Para determinar o valor atual (V_a) na data zero de um determinado compromisso, (valor nominal) usa-se, em juros compostos, a fórmula:

$$V_{a_1} = V_{a_2}$$

Como $Va = N / (1 + i)^n$, então:

$$Va_1 = N_2 / (1 + i)^n.$$

Assim, partindo desta fórmula geral, basta substituir o valor nominal (N) pela parcela ou prestação (P) e obtem-se o valor atual de uma única parcela na data zero:

$$Va = P / (1 + i)^n.$$

Agora, se houver, por exemplo, uma série de 12 parcelas ou prestações, a serem satisfeitas no final de cada período com a primeira no final do primeiro período, o valor atual na data zero será obtido pelo somatório dos valores atuais individuais de cada uma das 12 parcelas na data zero:

$$Va = P / (1+i)^1 + P / (1+i)^2 + \dots + P / (1+i)^{12}.$$

Colocando o P em evidência, tem-se:

$$Va = P [1 / (1+i)^1 + 1 / (1+i)^2 + \dots + 1 / (1+i)^{12}].$$

O valor entre colchetes, se efetuado, fornece a seguinte expressão:

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}, \text{ a qual se denomina } a_{n \overline{i}}.$$

Por $a_{n \overline{i}}$ lê-se “a, n cantoneira i” ou, simplesmente, “a, n, i”. O nome “a, n cantoneira i” vem do fato de as tabelas financeiras serem de dupla entrada e, em “n”, tem-se a coluna dos períodos, e na linha, encontradas as taxas “i”.

O valor de $a_{n \overline{i}}$ é obtido pela soma dos termos de uma progressão geométrica.

Os valores de $a_{n \overline{i}}$ são tabulados e, geralmente, quando exigidos em questões de prova, e se não for permitido o uso de calculadoras financeiras ou científicas, essas tabelas são fornecidas para a solução das questões.

Dessa forma, o valor atual de uma série de pagamentos postecipados, consecutivos, periódicos e iguais, com taxa de juros idênticas, poderá ser obtido pela aplicação da seguinte fórmula:

$$Va = Px \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \qquad Va = Px \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}.$$

Substituindo a expressão por $a_{n \overline{i}}$ obtem-se a fórmula simplificada:

$$VA = P \times a_{n \overline{i}}$$

Conforme se viu, as rendas periódicas podem ser divididas em:

- postecipadas;
- antecipadas; e
- diferidas.

As postecipadas são aquelas na qual os pagamentos são efetuados no fim de cada período, e não na origem. O sistema de amortização francês ou *Price*, em sua essência, contempla esta hipótese, haja vista que o pagamento dado na data zero deve ser considerado como entrada, isto é, é uma parcela à vista. E, sobre valores à vista, vale repetir, não cabe a cobrança ou pagamento de juros.

EXEMPLO 01

Aquisição, a prazo, de um bem com as seguintes condições: 6 pagamentos mensais e sucessivos, sem entrada, vencendo-se a primeira prestação após 30 dias da compra.

Percebe-se que se está diante de um caso de renda certa postecipada. Para o cálculo do Va , nesse caso, usa-se a seguinte fórmula:

$$Va = Px \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

As antecipadas são aquelas na qual os pagamentos são feitos no início de cada período respectivo.

Como salientado antes, o sistema francês ou *Price* se constitui num típico exemplo de renda postecipada, sendo que esta hipótese se constitui numa anomalia para o sistema.

EXEMPLO 02

Aquisição, a prazo, de um bem com as seguintes condições: 6 pagamentos mensais e sucessivos, sendo a primeira no ato da compra.

Veja que a primeira prestação é paga no ato da compra, isto é, é uma parcela à vista. Para o cálculo do Va , nesse caso, usa-se a seguinte fórmula:

$$Va = P + Px \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

Chama-se atenção ao fato de que o “n”, neste caso, será de apenas 5, e não 6, visto que uma das parcelas é dada de entrada, ou seja, à vista.

Por fim, as diferidas são aquelas na qual o primeiro pagamento é feito após um determinado período, ou seja, há um período de carência.

EXEMPLO 03

Promoções do tipo “compre hoje e pague a primeira prestação somente no ano que vem ou daqui a X dias ou X meses”.

Para o cálculo do Va , nesse caso, usa-se a seguinte fórmula:

$$Va = \frac{Px \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]}{(1+i)^m}$$

Onde “m” representa o período de carência. Salienta-se, entretanto, que “m” é sempre uma unidade menor do que o período a calcular, ou seja, se a venda é feita em prestações, e a primeira vence ao final do 3º mês, então “m” será igual a 2, pois a fórmula geral de cálculo do Va atual é a postecipada, e nela a primeira prestação já vence no final do 1º mês.

Percebe-se, desta forma, que a expressão equivalente a a_{n-1} se faz presente em todas as fórmulas de cálculo do Va e representa, de forma direta, o cálculo de uma série postecipada. As variantes (antecipadas ou diferidas) são calculadas com as adaptações já vistas.

Para obter o valor de a_{n-1} , pode-se:

- usar as tabelas financeiras que se encontram no final deste livro;
- ou
- calcular pela fórmula:

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

EXEMPLO 04

Um carro é vendido a prazo em 12 pagamentos mensais e iguais de R\$ 2.800,00, sendo a primeira prestação no ato da compra, ou seja, a famosa compra “com entrada”, ou, ainda, um caso de renda certa antecipada. Sabendo que a concessionária opera a uma taxa de juros de 2% a.m., calcule o preço à vista desse carro.

Solução

Elementos do problema:

$i = 2\%$ ao mês

$n = 12$ meses

$P = \text{R\$ } 2.800,00$

$Va = ?$

Para se calcular o preço à vista, isto é, o valor atual, em problemas de renda certa antecipada, deve-se usar a seguinte fórmula:

$$Va = P + P \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

A expressão $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ representa o a_{n-1} que é encontrado na tabela ao final. Como, no caso, têm-se 12 prestações com a primeira no ato (entrada), o “n” assumirá o valor de 11, pois sobre a primeira prestação não incidirão juros, já que a operação é à vista. Assim, para $n = 11$ e $i = 2\%$, tem-se: a_{11-1} , que se busca na tabela, onde se encontra:

$a_{11-1} = 9,786848$

Portanto, a solução do problema, ou seja, encontrar o preço à vista do carro passa a ser bastante simples:

Preço à vista = entrada + valor atual

Preço à vista = R\$ 2.800,00 + R\$ 2.800,00 x 9,786848

Preço à vista = R\$ 30.203,17.

Atenção!!!

Como encontrar os valores de a_{n-1} nas tabelas financeiras?

As tabelas financeiras são tabelas de dupla entrada. Na primeira linha, têm-se as taxas em percentual e, na primeira coluna, tem-se o número de períodos.



n\i	1%	2%	3%
1	0,990099	0,980392	0,970874
2	1,970395	1,941561	1,91347
3	2,940985	2,883883	2,828611
4	3,901966	3,807729	3,717098
5	4,853431	4,71346	4,579707
6	5,795476	5,601431	5,417191
7	6,728195	6,471991	6,230283
8	7,651678	7,325481	7,019692
9	8,566018	8,162237	7,786109
10	9,471305	8,982585	8,530203
11	10,36763	9,786848	9,252624
12	11,25508	10,57534	9,954004

Assim, obtive-se o valor de 9,786848 da seguinte forma: encontra-se, na 1ª linha, a taxa de 2% e se desce nessa coluna até ser encontrada a linha relativa ao $n = 11$, ou na linha relativa a 11 períodos, e se encontra o valor procurado. Nesta célula (a sombreada), encontra-se o valor de 9,786848, que é o valor do a_{n-1} procurado.

EXEMPLO 05

Um dormitório é vendido em 4 prestações de R\$ 1.750,00, com o primeiro pagamento para 3 meses após a compra (esse é um caso da famosa renda diferida). Sabendo que a loja trabalha com juros de 3% a.m., calcule o valor à vista.

Solução

Elementos do problema:

$n = 4$ prestações

$P = \text{R\$ } 1.750,00$

$i = 3\%$ ao mês

$Va = ?$

$m = 2$, posto que o diferimento é de 3 meses e m é sempre o período de diferimento menos 1.

Para calcular o preço à vista, isto é, o valor atual, em problema de renda certa diferida, deve-se usar a seguinte fórmula:

$$Va = \frac{Px \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]}{(1+i)^m}$$

Onde a expressão $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ representa o $a_{\overline{n}|i}$ que é encontrado na tabela ao final. Como, no caso, têm-se 4 prestações postecipadas, n será igual a 4. Assim, para $n = 4$ e $i = 3\%$, tem-se: $a_{\overline{4}|3\%}$, que se busca na tabela, e se encontra o valor de:

$$a_{\overline{4}|3\%} = 3,717098.$$

Portanto, substituindo os valores na fórmula, tem-se:

$$Va = R\$ 1.750,00 \times 3,717098 / (1 + 0,03)^2$$

$$Va = R\$ 1.750,00 \times 3,717098 / 1,0609$$

$$Va = R\$ 6.131,51.$$

Desta forma, o preço à vista dos móveis, praticados pela loja, é de R\$ 6.131,51.

4. CALCULANDO A PARCELA OU PRESTAÇÃO OU TERMO EM CASOS DE RENDAS CERTAS

As parcelas ou prestações podem ser calculadas a partir do conhecimento do valor atual, aplicando as mesmas fórmulas utilizadas para aquele cálculo. Em lugar de ter como incógnita o valor atual, tem-se como incógnita o valor da parcela (P).

EXEMPLO 06

(MARE/97) Uma dívida, no valor de R\$ 9.159,40, vai ser paga em 5 prestações mensais iguais e consecutivas, a primeira delas vencendo ao completar 3 meses da data do contrato. Os juros são compostos, à taxa de 3% ao mês. O valor de cada uma das prestações deve ser de:

(A) R\$ 1.793,77;

(B) R\$ 2.121,80;

(C) R\$ 2.185,45;

(D) R\$ 2.251,01;

(E) R\$ 2.612,76.

Solução

Elementos do problema:

$$Va = R\$ 9.159,40$$

$n = 5$ prestações mensais, a primeira três meses após, isto é, com diferimento.

$i = 3\%$ ao mês

$P = ?$

$m = 3 \text{ meses} - 1 \text{ mês} = 2 \text{ meses}.$

Trata-se de um problema de renda certa diferida, onde se procura conhecer o valor da parcela (P). Logo, a fórmula a aplicar é:

$$Va = \frac{Px \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]}{(1+i)^m}$$

Como se pode notar, a parcela $(1+i)^m$ que está no denominador passa multiplicando pelo Va e, a parcela $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ será dividida pelo produto anteriormente obtido. Dessa forma, o valor de P será:

$$P = Va \times (1+i)^m / \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

Como a expressão entre colchetes representa o nosso a_{n-i} , substituindo os valores, tem-se:

$$P = 9.159,40 \times (1 + 0,03)^2 / a_{5-3}$$

Buscando na tabela o valor de a_{5-3} , encontra-se: 4,579707 e, para o valor de $(1,03)^2$, tem-se o valor de 1,0609. Dessa forma, o valor de P será:

$$P = 9.159,4 \times 1,0609 / 4,579707$$

$$P = \text{R\$ } 2.121,80.$$

Portanto, a resposta correta é a letra (B).

5. CALCULANDO O MONTANTE EM CASOS DE RENDAS CERTAS

Desde o estudo de juros simples, está-se tratando de montante, e lá se viu que montante (M ou S) é a soma do capital mais os juros por ele produzidos em certo tempo de aplicação.

Em um processo de capitalização em que são aplicadas n parcelas iguais a P, periódicas e postecipadas, a uma taxa de juros i , referida ao mesmo período das parcelas, o montante (S ou M) na data focal n é o resultado da soma dos montantes de cada uma dessas parcelas.

EXEMPLO 07

Assim, se alguém tivesse resolvido fazer uma capitalização postecipada, com o depósito de parcelas mensais no final de cada mês, a partir de janeiro de 2003, no valor de R\$ 300,00 cada parcela, e se essa capitalização fosse feita em uma instituição financeira que oferecesse uma taxa de juros de 24% ao ano, com capitalização mensal, qual seria o montante que se teria obtido em 31 de dezembro do mesmo ano?

Solução

Elementos do problema:

$$P = \text{R\$ } 300,00$$

$$i = 2\% \text{ ao mês}$$

$$n = 12 \text{ parcelas}$$

$$M \text{ ou } S = ?$$

$$M_1 = P(1+i)^{12}$$

$$M_2 = P(1+i)^{11}$$

...

$$M_{12} = P(1+i)^1$$

Assim,

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_{12}.$$

Resolvendo desta forma, tem-se:

$M_1 =$	$300 \times (1,02)^{11} =$	$300 \times 1,243374 =$	R\$ 373,01
$M_2 =$	$300 \times (1,02)^{10} =$	$300 \times 1,218994 =$	R\$ 365,70
$M_3 =$	$300 \times (1,02)^9 =$	$300 \times 1,195092 =$	R\$ 358,53
$M_4 =$	$300 \times (1,02)^8 =$	$300 \times 1,171659 =$	R\$ 351,50
$M_5 =$	$300 \times (1,02)^7 =$	$300 \times 1,148685 =$	R\$ 344,61
$M_6 =$	$300 \times (1,02)^6 =$	$300 \times 1,126162 =$	R\$ 337,85
$M_7 =$	$300 \times (1,02)^5 =$	$300 \times 1,104080 =$	R\$ 331,22
$M_8 =$	$300 \times (1,02)^4 =$	$300 \times 1,082432 =$	R\$ 324,73
$M_9 =$	$300 \times (1,02)^3 =$	$300 \times 1,061208 =$	R\$ 318,36
$M_{10} =$	$300 \times (1,02)^2 =$	$300 \times 1,040400 =$	R\$ 312,12
$M_{11} =$	$300 \times (1,02)^1 =$	$300 \times 1,020000 =$	R\$ 306,00
$M_{12} =$	$300 \times (1,02)^0 =$	$300 \times 1,000000 =$	R\$ 300,00
Total			R\$ 4.023,63

Para cálculos com poucos períodos, não há maiores dificuldades de usar o somatório de montantes dos juros compostos obtidos individualmente. Porém, quando se está diante de número de períodos expressivo (mais de três) e as parcelas forem periódicas, iguais e referidas a uma mesma taxa de juros, é conveniente usar a fórmula do montante em capitalização:

$$S = Px \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Onde a expressão $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ é conhecida como $S_{n \cdot i}$, e tem os seus valores tabulados em tabelas.

Assim, pode-se escrever a fórmula da seguinte maneira:

$$M = P \times S_{n \cdot i}$$

Agora, já há condições de resolver o nosso exemplo:

$$S_{n \cdot i} = S_{12 \cdot 2}, \text{ buscando na tabela esse valor, encontra-se: } 13,41209$$

Assim, o montante será:

$$M = 300,00 \times 13,41209$$

$$M = \text{R\$ } 4.023,63.$$

ATENÇÃO!!!

Da mesma forma que no valor atual, se pode ter uma capitalização antecipada, que é aquela em que os depósitos são efetuados no início de cada período, ou, então, em outras situações, onde a capitalização poderá ser diferida.

Para o caso de capitalização antecipada, deve-se multiplicar o valor do modelo básico por $(1 + i)$, pois, no último período, o depósito é feito no início do período e rende juros até o final da aplicação, ficando a fórmula com a seguinte apresentação:

$$S = Px \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] x(1+i).$$

EXEMPLO 08

Tome-se o exemplo anterior e passem-se os depósitos para o início de cada mês. Tem-se, assim, uma capitalização antecipada, com o depósito de parcelas mensais no início de cada mês, a partir de janeiro de 2003, no valor de R\$ 300,00 cada parcela. Se essa capitalização fosse feita em uma instituição financeira que oferecesse uma taxa de juros de 24% ao ano, com capitalização mensal, ter-se-ia o seguinte montante, em 31 de dezembro do mesmo ano: inicialmente, calculando o montante de cada uma das parcelas individualmente, tem-se:

$M_1 =$	$300 \times (1,02)^{12} =$	$300 \times 1,268241 =$	R\$ 380,47
$M_2 =$	$300 \times (1,02)^{11} =$	$300 \times 1,243374 =$	R\$ 373,01
$M_3 =$	$300 \times (1,02)^{10} =$	$300 \times 1,218994 =$	R\$ 365,70
$M_4 =$	$300 \times (1,02)^9 =$	$300 \times 1,195092 =$	R\$ 358,53
$M_5 =$	$300 \times (1,02)^8 =$	$300 \times 1,171659 =$	R\$ 351,50
$M_6 =$	$300 \times (1,02)^7 =$	$300 \times 1,148685 =$	R\$ 344,61
$M_7 =$	$300 \times (1,02)^6 =$	$300 \times 1,126162 =$	R\$ 337,85
$M_8 =$	$300 \times (1,02)^5 =$	$300 \times 1,104080 =$	R\$ 331,22
$M_9 =$	$300 \times (1,02)^4 =$	$300 \times 1,082432 =$	R\$ 324,73
$M_{10} =$	$300 \times (1,02)^3 =$	$300 \times 1,061208 =$	R\$ 318,36
$M_{11} =$	$300 \times (1,02)^2 =$	$300 \times 1,040400 =$	R\$ 312,12
$M_{12} =$	$300 \times (1,02)^1 =$	$300 \times 1,020000 =$	R\$ 306,00
Total			R\$ 4.104,10

Agora, aplicando a fórmula para o cálculo do montante diretamente, tem-se:

$$S = Px \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] x(1+i)$$

Substituindo os elementos na fórmula:

S ou M = R\$ 300,00 $\times$ 13,41209 $\times$ 1,02

S ou M = R\$ 4.104,099 ou, aproximadamente, R\$ 4.104,10.

Já para o caso de capitalização diferida ou diferenciada, após determinar o resultado de S_{n-1} , deve-se analisar o efeito do diferimento. Em muitos casos, pode-se transformar a capitalização diferida numa capitalização postecipada ou antecipada, conforme o caso, pois se considera para o “n” apenas o número de depósitos realizados. Assim, não há uma fórmula preestabelecida para este modelo.

EXEMPLO 09

Calcule o montante obtido ao final do 50º mês, resultante de depósitos periódicos de R\$ 500,00, realizados a partir do 16º mês até o 41º mês, considerando a taxa de 2% ao mês e depósitos postecipados.

Solução:

Considerando que do 16º mês até o mês 50 temos 35 meses e que do mês 41 até o mês 50 temos 9 meses, é possível resolver o exercício mediante o emprego da seguinte expressão:

$$M = R\$ 500,00 \times [S_{35} \cdot i - S_9 \cdot i]$$

$$M = R\$ 500,00 \times [49,99448 - 9,754628]$$

$$M = R\$ 500,00 \times 40,239852$$

$$M = R\$ 20.119,92.$$

Ou, considerando que houve apenas 26 depósitos, e o período de diferimento é de 9 meses, pode-se ter:

$$M = R\$ 500,00 \times S_{26} \cdot i \times (1,02)^9$$

$$M = R\$ 500,00 \times 33,67091 \times 1,195092$$

$$M = R\$ 20.119,92.$$

6. RELAÇÃO ADICIONAL ENTRE OS FATORES $a_{n \cdot i}$ E $S_{n \cdot i}$

Em questões de prova, somos submetidos aos mais esdrúxulos questionamentos. Assim, pode ocorrer que o examinador de determinado concurso exija que você saiba a relação existente entre o $a_{n \cdot i}$ e o $S_{n \cdot i}$.

EXEMPLO 10

Um servidor público federal, prevendo em 1998 que ficaria sem aumento por, pelo menos, mais 4 anos, e para enfrentar prováveis crises financeiras no futuro, resolveu fazer uma capitalização mensal de R\$ 200,00, pelo período de 4 anos. Obteve, com essa aplicação, um $S_{n \cdot i}$ de 79,35352. Se estivesse amortizando uma dívida, com parcelas de mesmo valor e mesmo período, o $a_{n \cdot i}$ teria sido de 30,67312. Dessa forma, qual foi a taxa de aplicação que ele conseguiu?

Solução

Quando fornecidos os valores de $S_{n \cdot i}$ e de $a_{n \cdot i}$, pode-se obter a taxa empregada sem auxílio de tabelas financeiras, pois existe a seguinte relação entre estas taxas:

$$\frac{1}{a_{n \cdot i}} = \frac{1}{S_{n \cdot i}} + i$$

Assim, aplicando os valores apresentados, tem-se a seguinte solução:

$$(1 / 30,67312) = (1 / 79,35352) + i$$

$$i = (1 / 30,67312) - (1 / 79,35352)$$

$$i = 0,0326018 - 0,0126018$$

$$i = 0,02$$

$$i = 0,02 \times 100$$

$$i = 2\% \text{ ao mês.}$$

Perceba que, neste caso, bastam os valores de S_{n-1} e a_{n-1} , sem o fornecimento do número de períodos!

7. SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

Sistemas de amortização são formas de pagamentos de empréstimos onde as prestações que vão sendo pagas correspondem aos juros e mais uma parcela de amortização do capital ou principal.

Nos sistemas de empréstimos ou amortizações que serão estudados, os juros são sempre calculados sobre o saldo devedor do período anterior à amortização.

Também se deve atentar ao fato de que uma prestação (P) é, em geral, a composição de dois outros elementos, quais sejam: a amortização (A) e os juros (J).

Assim:

$$P = A + J$$

Uma exceção a essa regra é o sistema americano, no qual os juros são pagos periodicamente e, no último período, são pagos os juros e todo o capital; logo, não há amortização periódica.

Existem, no mundo afora, diversos sistemas de amortização. No Brasil, por exemplo, há um sistema que é utilizado pela Caixa Econômica Federal na amortização dos financiamentos da casa própria, chamado de SACRE, que é uma variante do Sistema de Amortização Constante – SAC. Muitos desses sistemas são anômalos e variantes dos sistemas originais, contendo complexidades diversas. Assim, por razões óbvias, ater-se-á ao estudo aos modelos básicos ou clássicos, pois estes são os cobrados nas provas dos concursos.

7.1. Sistema de amortização constante – SAC

Neste sistema, o devedor obriga-se a restituir o principal em n prestações, nas quais as cotas de amortização são sempre constantes, ou seja, o principal da dívida é dividido pela quantidade de períodos e os juros são calculados em relação aos saldos existentes mês a mês com aplicação da taxa predeterminada. O valor de cada prestação é obtido pela soma de cada parcela de amortização com o respectivo juro.

Não há necessidade de fórmulas complexas, por isso, em termos práticos, é o mais fácil dos sistemas a ser estudado. Porém, quando se está diante de períodos mais ou menos longos, é conveniente construir uma planilha de amortização. Este sistema de amortização é utilizado em certas transações do Sistema Financeiro da Habitação – SFH e em empréstimos às empresas privadas, realizados por entidades governamentais.

EXEMPLO 11

Na compra de um apartamento no valor de R\$ 80.000,00, uma pessoa faz um financiamento em um banco, com juros de 2% a.m., a ser pago em 5 meses. Calcule o valor de cada prestação mensal.

O valor da amortização (A) é obtido mediante a divisão do principal pela quantidade de períodos, ou seja, R\$ 80.000,00 por 5, o que dá R\$ 16.000,00.

Os juros (J) são calculados sobre os saldos devedores (SD) do período anterior ao da amortização. Assim:

$$J_1 = SD_0 \times i$$

$$J_2 = SD_1 \times i$$

$$J_3 = SD_2 \times i$$

$$J_n = SD_{n-1} \times i.$$

Desta forma, nesse exercício, têm-se os seguinte valores de juros:

$$1^{\text{a}} \text{ mês: } R\$ 80.000 \times 2\% = R\$ 1.600,00$$

$$2^{\text{a}} \text{ mês: } R\$ 64.000 \times 2\% = R\$ 1.280,00$$

$$3^{\text{a}} \text{ mês: } R\$ 48.000 \times 2\% = R\$ 960,00$$

$$4^{\text{a}} \text{ mês: } R\$ 32.000 \times 2\% = R\$ 640,00$$

$$5^{\text{a}} \text{ mês: } R\$ 16.000 \times 2\% = R\$ 320,00.$$

Os saldos devedores (SD) de cada período são obtidos a partir do saldo devedor do período anterior, diminuídos da amortização do período atual. Por exemplo, no primeiro mês, o valor da prestação é de R\$ 17.600,00 ($P = A + J$), porém do saldo devedor será subtraído apenas o valor da amortização, que é R\$ 16.000,00, e por aí vai...

Isso quer dizer que, ao final, você pagará R\$ 84.800,00 em 5 prestações, sendo a primeira de R\$ 17.600,00, a segunda de R\$ 17.280,00, a terceira de R\$ 16.960,00, a quarta de R\$ 16.640,00 e a quinta de R\$ 16.320,00. De tudo isso, R\$ 80.000,00 correspondem ao principal e R\$ 4.800,00, aos juros.

Agora, vai-se construir a planilha de financiamento para este exemplo:

Período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
(n)	(SD)	(A)	(J)	(P)
0	80.000	-	-	-
1	64.000	16.000	1.600	17.600
2	48.000	16.000	1.280	17.280
3	32.000	16.000	960	16.960
4	16.000	16.000	640	16.640
5	0	16.000	320	16.320
TOTAL	-	80.000	4.800	84.800

Como se pode perceber, os juros de cada período foram calculados à razão de 2% sobre o saldo devedor do período anterior, com uso da seguinte fórmula:

$$J_n = i \times SD_{n-1}$$

O saldo devedor do penúltimo período é exatamente o valor da amortização do último período e o saldo devedor de cada período é obtido pela diferença do saldo devedor do período anterior (n-1), menos a amortização do período atual (n).

$$SD_n = SD_{n-1} - A_n$$

A prestação de cada período é a soma dos juros do período e da amortização do período, que é constante.

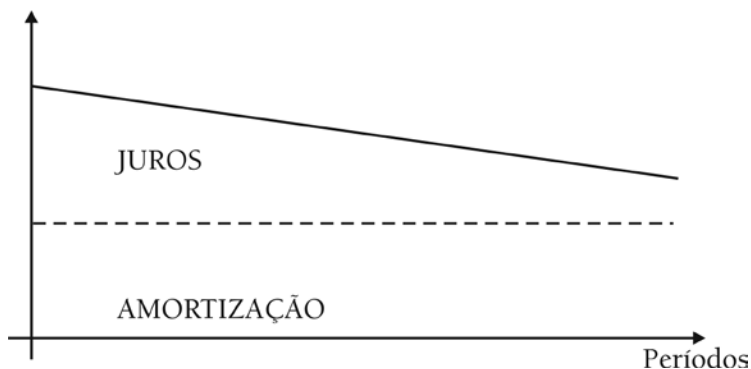
$$P_n = A + J_n$$

A amortização do período é obtida pela divisão do valor originário (saldo devedor inicial) pelo número de parcelas.

$$A = SD_0 / n$$

Finalizando, conclui-se, de forma enfática, que, no sistema de amortização constante SAC, as amortizações são constantes, as prestações são decrescentes e os juros também são decrescentes. Atente-se ao fato de que os juros e a prestação decrescem de forma linear.

Assim, pode-se estabelecer o seguinte gráfico para demonstrar este sistema de amortização:



Perceba que os juros decrescem linearmente e, em consequência, o valor das prestações também decresce linearmente.

7.2. Sistema de amortização francês ou tabela price

A principal característica desse sistema é que o mutuário é obrigado a devolver os juros mais o principal em prestações periódicas e constantes. Assim, quando se depara com questões de provas que possuem o seguinte enunciado “(...) em X prestações iguais e sucessivas (...)”, está-se diante do sistema de amortização francês ou tabela *price*.

Para a aplicação deste sistema de amortização, depara-se com quatro dificuldades para construir a planilha financeira:

- 1) como obter o valor das prestações;
- 2) qual o valor dos juros em cada prestação;
- 3) qual é o valor da amortização em cada prestação; e
- 4) qual é o saldo devedor após o pagamento de cada parcela.

Partindo, novamente, do pressuposto de que a prestação representa a soma da amortização com os juros, chega-se às três relações a seguir:

$$P = A + J; A = P - J; J = P - A.$$

A prestação, como já foi visto antes, pode ser calculada a partir da fórmula que definimos para o cálculo do Va :

$$Va = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

Passando P , a incógnita, para a esquerda, tem-se:

$$P = Va / \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

Como a expressão $\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$ representa o a_{n-i} , pode-se escrever a fórmula do seguinte modo:

$$P = Va / a_{n-i}.$$

O valor dos juros é obtido pela multiplicação da taxa de juros unitária do período (n) pelo saldo devedor do período anterior ($n-1$).

$$J = SD_{n-1} \times i$$

O valor da amortização de determinado período é obtido pela diferença entre o valor da prestação e o valor dos juros do mesmo período da amortização.

$$A = P - J$$

O saldo devedor de um período “ n ” é obtido a partir do saldo devedor do período anterior ($n-1$), subtraindo deste o valor da amortização do período (n).

$$SD_n = SD_{n-1} - A_n$$

Atenção!!!

Nas provas de concursos, as questões relativas à amortização de empréstimos geralmente versam sobre este tipo de amortização. Por isso, vai-se aprofundar o assunto com um exemplo completo e analisá-lo sob todos os aspectos possíveis, inclusive apresentando alguns “macetes” para simplificar os cálculos!!!

EXEMPLO 12

Suponha que você queira adquirir um veículo, cujo preço à vista seja de R\$ 20.441,07. Você se propõe a comprá-lo em 12 prestações trimestrais. A financeira propõe uma taxa de juros de 40% ao ano, com capitalização trimestral. O negócio é realizado sem que você desembolse qualquer quantia no ato, isto é, todo o valor é financiado. Nestas condições, após calcular o valor de cada prestação, pode-se montar a planilha financeira.

Solução

O primeiro passo é calcular o valor de cada uma das prestações que, neste sistema, são sempre todas iguais. Para tanto, vale-se da seguinte fórmula:

$$P = Va / \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

Segundo o enunciado do exercício, os elementos fornecidos são:

$$Va = \text{R\$ } 20.441,07$$

$$n = 12 \text{ prestações trimestrais}$$

$$i = 40\% \text{ ao ano} = 10\% \text{ ao trimestre.}$$

Procurando na tabela o valor de $a_{n|i}$, com $n = 12$ e $i = 10\%$, encontra-se o valor: 6,813692. Dessa forma, o valor de P será:

$$P = \text{R\$ } 20.441,07 / a_{12|10}$$

$$P = \text{R\$ } 20.441,07 / 6,813692$$

$$P = \text{R\$ } 3.000,00$$

Planilha financeira do sistema de amortização francês ou *Price*.

$i = 10\% \text{ a. t.}$

n	Saldo devedor (SD)	Amortização (A)	Juros (J)	Prestação (P)
0	20.441,07	0	0	0
1	19.485,18	955,89	2.044,11	3.000,00
2	18.433,71	1.051,47	1.948,53	3.000,00
3	17.277,09	1.156,62	1.843,38	3.000,00
4	16.004,80	1.272,29	1.727,71	3.000,00
5	14.605,29	1.399,51	1.600,49	3.000,00
6	13.065,82	1.539,47	1.460,53	3.000,00
7	11.372,41	1.693,41	1.306,59	3.000,00
8	9.509,66	1.862,75	1.137,25	3.000,00
9	7.460,63	2.049,03	950,97	3.000,00
10	5.206,70	2.253,93	746,07	3.000,00
11	2.727,37	2.479,33	520,67	3.000,00
12	0,10	2.727,26	272,74	3.000,00

Conclusões

1 – O saldo devedor final ($n = 12$) de R\$ 0,10 não significa que você ficará devendo após pagar todas as prestações e, tampouco, que a financeira não receberá o inicialmente pactuado, pois o valor do principal e os juros estão calculados na prestação, e com o pagamento destas, o compromisso se extingue. Este saldo decorre apenas do processo de arredondamento utilizado nos cálculos.

2 – O saldo devedor teórico imediatamente após o pagamento da penúltima prestação é igual à amortização relativa à última prestação. Isso decorre do raciocínio natural de que quando se paga a última prestação, está-se liquidando a dívida e, com isso, o saldo devedor se anula.

3 – As prestações são sempre fixas, isto é, todas as prestações são iguais.

4 – A amortização é crescente de forma não linear, isto é, cresce de forma exponencial. Com isso, ocorre uma menor amortização na fase inicial e uma maior amortização mais no final do período do empréstimo ou financiamento.

5 – O valor dos juros é decrescente de forma não linear, isto é, decresce de forma exponencial.

6 – O valor da última amortização pode ser obtido da seguinte expressão:

$$P = A + J$$

Como os juros incidem sobre o valor do saldo devedor do período anterior, e como o valor da última amortização é, teoricamente, idêntico ao saldo devedor anterior, pois se amortiza todo saldo devedor com a última prestação, então os juros incidem sobre a própria última amortização. Cuidado! Esse raciocínio só é aplicável após o pagamento da penúltima prestação, isto é, vale apenas para valores da última amortização, prestação, juros ou saldo devedor.

Nessas condições, tem-se que:

$$P = A_n + (A_n \times i)$$

Conferindo com o exemplo, tem-se que:

$$P = \text{R\$ } 3.000,00$$

$$A_{12} = ?$$

$$i = 10\% \text{ ao trimestre, logo}$$

$$3.000,00 = A_{12} + (A_{12} \times 0,1)$$

$$3.000,00 = A_{12} + 0,1 A_{12}$$

$$1,1 A_{12} = 3.000,00$$

$$A_{12} = 3.000,00 / 1,1$$

$$A_{12} = \text{R\$ } 2.727,27.$$

7 – Agora, uma novidade!!!

Você sabia que o valor A_{12} , ou outro A_n qualquer, pode ser obtido pela aplicação da fórmula do montante de juros compostos?

Então, veja:

$$A_{12} = A_1 \times (1+i)^{n-1}$$

$$A_{12} = A_1 \times (1,1)^{11}$$

$$A_{12} = 955,89 \times 2,853117$$

$$A_{12} = \text{R\$ } 2.727,27.$$

Assim, se você se deparar diante de uma questão de prova, em que seja solicitado o valor originário de um financiamento, e a banca examinadora apresentar uma planilha financeira somente com elementos abaixo, não se apavore, pois há solução, senão veja:

Planilha financeira do sistema de amortização francês ou *Price*.

n	Saldo devedor (SD)	Amortização (A)	Juros (J)	Prestação (P)
0		0	0	0
1				
2				
3		1.156,62		
4				
5				
6			1.460,53	
7				
8				
9		2.049,03		
10				
11				
12				

Como foi visto antes, o valor de A_n pode ser obtido pela fórmula do montante.

Assim, o valor de A_9 representa o montante de A_3 , com n sendo igual a seis períodos.

O primeiro passo a executar é calcular a taxa de juros que está embutida nessa planilha.

Para isso, basta dividir o valor de A_9 pelo valor de A_3 e será obtido o valor de $(1+i)^6$. Esse é o raciocínio utilizado lá em juros compostos, em que se tinha:

$$(1+i)^n = M/C.$$

Uma vez obtido o valor de $(1+i)^6$, procura-se na tabela, na linha de seis períodos, até encontrar-se o valor.

Então:

$$(1+i)^6 = A_9 / A_3$$

$$(1+i)^6 = 2.049,03 / 1.156,62$$

$(1+i)^6 = 1,77156$, valor encontrado na coluna de 10%; logo, a taxa utilizada é de 10% ao período.

Conhecida a taxa, agora é só achar o valor da 6ª amortização, para somá-la aos juros e obter o valor da prestação. Assim:

$$A_6 = A_3 \times (1 + 0,1)^3$$

$$A_6 = 1.156,62 \times 1,331$$

$$A_6 = 1.539,46.$$

Dessa forma, o valor da prestação será:

$$P = A_6 + J_6$$

$$P = 1.539,47 + 1.460,53$$

$$P = \text{R\$ } 3.000,00.$$

Mas ainda não se encontrou o valor do financiamento. Para isso, precisa-se conhecer o valor dos juros embutidos na 1ª prestação, e esse valor será obtido pela diferença entre a prestação e o valor da amortização. Então, tem-se que calcular o valor da 1ª amortização:

$$A_3 = A_1 \times (1,1)^2$$

$$1.156,62 = A_1 \times 1,21$$

$$A_1 = 1.156,62 / 1,21$$

$$A_1 = 955,89.$$

Logo, os juros da 1ª prestação são:

$$J = P - A$$

$$J = 3.000,00 - 955,89$$

$$J = 2.044,11.$$

Finalmente, pode-se achar o valor do financiamento, pois se sabe que o valor dos juros representa 10% do valor do saldo devedor anterior, ou seja, do valor do financiamento.

Dessa forma, o valor financiado é de:

$$2.044,11 \quad \boxed{\square} \Rightarrow 10\%$$

$$X \quad \boxed{\square} \Rightarrow 100\%$$

$$X = 2.044,10 \times 100 / 10.$$

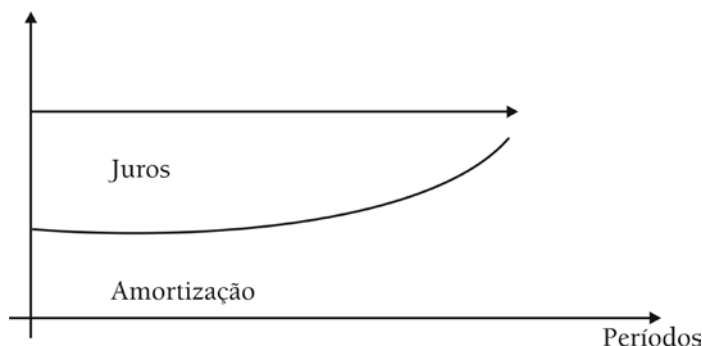
$$X = \text{R\$ } 20.441,00$$

A constatação pelo exercício autoriza a repetir que, no sistema de amortização francês ou *Price*, as prestações são constantes (iguais), os juros são decrescentes de forma exponencial, a amortização é crescente de forma exponencial e o saldo devedor é decrescente de forma exponencial.

Portanto, as diferenças entre o sistema francês e o SAC são:

	SAC	FRANCÊS
Prestação	Decrescente	Constante
Amortização	Constante	Crescente exponencial
Juros	Decrescente linear	Decrescente exponencial
Saldo devedor	Decrescente linear	Decrescente

Graficamente, este sistema pode ser representado da seguinte forma:



Perceba que a área dos juros diminui com o passar do tempo, ao passo que a área da amortização aumenta dentro de uma área maior, representada pela prestação, que é constante.

ATENÇÃO!!!

Nos concursos, em quase sua totalidade, os sistemas cobrados nas questões são os acima vistos. Portanto, vale a pena vê-los novamente se você ainda não possui absoluto domínio sobre os seus mecanismos.

7.3. Sistema de amortização mista (SAM)

Este sistema se constitui na média aritmética dos dois sistemas anteriores (SAC e PRICE). Calcula-se o valor das prestações por cada um dos sistemas anteriores, somando-os, e efetua-se a divisão por 2.

Ressalte-se que este método ou sistema de amortização praticamente não é cobrado em provas de concursos. Entretanto, ele representa mais uma alternativa de amortização de empréstimos.

EXEMPLO 13

Na compra de um apartamento no valor de R\$ 300.000,00, você faz um financiamento em um banco com juros de 4% a.m., a ser pago em 5 meses. Calcule a prestação mensal.

Resolvendo, pelo SAC, tem-se:

Período (n)	Saldo devedor (SD)	Amortização (A)	Juros(J)	Prestação (P)
0	300.000	-	-	-
1	240.000	60.000	12.000	72.000
2	180.000	60.000	9.600	69.600
3	120.000	60.000	7.200	67.200
4	60.000	60.000	4.800	64.800
5	0	60.000	2.400	62.400
Somas	300.000	36.000	336.000	

Já pelo sistema francês, temos:

$$P = R\$ 300.000,00 / a_n \cdot i$$

$$P = R\$ 300.000,00 / 4,451822$$

$$P = R\$ 67.388,14.$$

Pelo sistema francês, haverá um pagamento total de R\$ 336.940,70 (R\$ 67.388,14 x 5).

Pelo sistema misto, tem-se:

$$P_1 = [67.388,14 + 72.000,00] / 2 = R\$ 69.694,07$$

$$P_2 = [67.388,14 + 69.600,00] / 2 = R\$ 68.494,07$$

$$P_3 = [67.388,14 + 67.200,00] / 2 = R\$ 67.294,07$$

$$P_4 = [67.388,14 + 64.800,00] / 2 = R\$ 66.094,07$$

$$P_5 = [67.388,14 + 62.400,00] / 2 = R\$ 64.894,07$$

$$\text{Somos} = [336.940,70 + 336.000,00] / 2 = R\$ 336.470,34.$$

Ou seja: ao final, você pagará R\$ 336.470,34 em 5 prestações, sendo a primeira de R\$ 69.694,06, a segunda de R\$ 68.494,07, a terceira de R\$ 67.294,07, a quarta de R\$ 66.094,07 e a quinta de R\$ 64.894,07. Disso, R\$ 300.000,00 correspondem ao principal e R\$ 36.470,35, aos juros. Outra conclusão que se pode extrair desse cálculo é que o sistema francês é mais perverso do que o SAC para quem paga, que acaba pagando mais com esta modalidade de amortização.

7.4. Sistema americano amortização – SAA

Neste sistema, o devedor obriga-se a devolver o *principal* em um único pagamento, normalmente ao final, enquanto os *juros* são pagos periodicamente. Nesse caso, não existem cálculos complexos. Se for uma taxa de juros fixa, basta usar um cálculo de *juros simples* que você terá o total de juros, dividindo o mesmo pelo período terá os pagamentos mensais.

EXEMPLO 14

Na compra de um imóvel de R\$ 300.000,00, você faz um financiamento em um banco com juros de 4% a.m., a ser pago em 5 meses. Elabore a planilha de desembolsos, considerando o sistema americano de amortização (SAA).

Solução

Conforme se definiu, neste sistema não há amortização periódica. Apenas os juros são pagos periodicamente e no vencimento do empréstimo, juntamente com os juros, paga-se todo o principal.

Desta forma, os juros periódicos são os seguintes:

$$300.000 \times 4\% = R\$ 12.000,00$$

$$R\$ 12.000,00 \times 5 = R\$ 60.000,00.$$

Ou seja: ao final, pagar-se-á R\$ 360.000,00 em 5 prestações, correspondendo R\$ 300.000,00 ao valor de amortização, paga de uma única vez ao final do período, e R\$ 60.000,00 de juros, pagos em 5 prestações iguais de R\$ 12.000,00.

Planilha financeira do sistema de amortização americano

Este sistema não vinha sendo cobrado nos concursos, porém, a partir do ano de 2001, ele tem aparecido em quase todas as provas da Esaf. As questões vêm com pequenas variantes, como ágio ou deságio sobre o valor nominal, que é a parcela ou principal a ser devolvido no vencimento junto com o juro.

Veja nos testes propostos como este assunto tem sido cobrado.

8. TAXA INTERNA DE RETORNO

Considerando os valores que ingressam como parte positiva e os valores desembolsados como sendo a parte negativa de um fluxo de caixa, tem-se que a taxa de retorno é aquela taxa de juros que iguala esses valores em uma data focal qualquer.

Assim, a taxa interna de retorno é aquela taxa capaz de anular a diferença entre ingressos e desembolsos.

Existem, basicamente, dois tipos de fluxos de caixa: num deles, os valores dos desembolsos ou de ingressos são uniformes; noutro, esses valores não são uniformes.

Quando os valores são uniformes, pode-se determinar a taxa de retorno diretamente através da tabela $a_{n|i}$, se os valores forem coincidentes ou por interpolação linear.

EXEMPLO 15

Uma pessoa tinha um veículo usado que estava em péssimas condições. Passou na revenda e submeteu o referido veículo a uma avaliação, com o fim de entregá-lo como entrada na aquisição de outro veículo novo. O veículo usado foi avaliado em R\$ 8.500,00, ao passo que o veículo novo está cotado em R\$ 20.500,00. A concessionária aceita efetuar a transação, porém a diferença deve ser financiada por uma financeira que cobra uma taxa de abertura de crédito de R\$ 190,00, que também pode ser financiada. O comprador aceitou as condições apresentadas, quais sejam: 18 parcelas de R\$ 829,13. Qual é a taxa de juros implicada na transação?

Pela definição, a taxa interna de retorno é aquela que iguala os valores ingressos e os egressos.

O valor do ingresso, neste caso, é o valor financiado, ou seja, R\$ 12.190,00.

Os desembolsos são 18 parcelas de R\$ 829,13.

Assim:

$$R\$ 12.190,00 = R\$ 829,13 \times a_{18|i}$$

$$a_{18|i} = R\$ 12.190,00 / R\$ 829,13$$

$$a_{18|i} = 14,702157.$$

Consultando a tabela, verifica-se na linha relativa a 18 períodos que o valor 14,702157 está entre a coluna representativa de 2% e 2,5%.

Para $i = 2\%$, tem-se o valor de 14,992031; e para $i = 2,5\%$, o valor é de 14,353364.

A diferença entre os dois valores equivale a uma diferença de taxa de 0,5%. Assim, $14,992031 - 14,353364 = 0,638667$, o que equivale a uma taxa de 0,5%.

Como o valor que se calcula é de 14,702157, se ele for subtraído de 14,992031, tem-se o valor de 0,289874, que equivale ao valor a ser adicionado a 2%.

Desta forma, a taxa de juros é de 2%, mais o valor encontrado a seguir:

$$0,638667 \longrightarrow 0,5\%$$

$$0,289874 \longrightarrow X$$

$$X = 0,289874 \times 0,5\% / 0,638667$$

$$X = 0,2269\%.$$

Assim, a taxa interna de retorno do referido financiamento é de 2,2269% ao mês.

Noutras situações, quando as parcelas não possuem valores constantes ou uniformes, a taxa de retorno somente poderá ser conseguida por um processo chamado de tentativa e erro.

Este processo consiste em aplicar taxas crescentes até que o valor atual na data focal zero se torne nulo.

Alcançada esta etapa, faz-se a interpolação para se obter a taxa de retorno. Porém, esta taxa continua com erro, pois, na interpolação, está-se trabalhando de forma linear. Para ajustar este erro ao mínimo, deve-se fazer interações sucessivas até chegar-se muito próximo de tornar os valores atuais nulos.

EXEMPLO 16

(AFPS-2002) Obtenha o valor mais próximo da taxa interna de retorno do fluxo de caixa abaixo.

Ano	0	1 a 2	3 a 10
Fluxo (em R\$ 1.000,00)	- 20.000	2.000	4.000

a) 8% ao ano;
 b) 9% ao ano;
 c) 10% ao ano;
 d) 11% ao ano;
 e) 12% ao ano.

Solução:

Conforme se frisou, deve-se aplicar taxas crescentes sucessivas até que o valor atual se torne negativo. Este procedimento é por tentativas. Comece-se com a taxa de 10%, por ser a taxa média entre as apresentadas nas respostas (nestas circunstâncias, de tentativas, é sempre conveniente que se parta do valor médio ou intermediário, pois se fará um menor número de cálculos, o que diminuirá em muito o tempo gasto na resolução das questões).

$$Va_1 = Va_2 + Va_3 \quad (1)$$

$$Va_1 = - \text{R\$ } 20.000,00$$

$$Va_2 = \text{R\$ } 2.000,00 \times a_{2|10} = \text{R\$ } 2.000,00 \times 1,735537$$

$$Va_2 = \text{R\$ } 3.471,07$$

$$Va_3 = \text{R\$ } 4.000,00 \times a_{8|10} / (1,1)^2 = \text{R\$ } 4.000,00 \times 6,144567 / 1,21$$

$$Va_3 = \text{R\$ } 20.312,61.$$

Com isto, testando a igualdade (1), tem-se:

- R\$ 20.000,00 = R\$ 3.471,07 + R\$ 20.312,61
- R\$ 20.000,00 = R\$ 23.783,68.

Perceba que não há igualdade entre os valores atuais, cujo valor continua positivo. Isto quer dizer que a taxa deve ser maior, pois, quanto maior for a taxa, para um dado valor e período, menor será o seu valor atual.

Note que, quando se aumenta a taxa da parte que fica à direita, o seu valor atual diminui.

Tentativa com a taxa de 11%:

$$Va_1 = Va_2 + Va_3 \quad (1)$$

$$Va_1 = -R\$ 20.000,00$$

$$Va_2 = R\$ 2.000,00 \times a_{2|11} = R\$ 2.000,00 \times 1,712523$$

$$Va_2 = R\$ 3.425,04$$

$$Va_3 = R\$ 4.000,00 \times a_{8|11} / (1,11)^2 = R\$ 4.000,00 \times 5,146123 / 1,2321$$

$$Va_3 = R\$ 16.706,83.$$

Se for testada a igualdade em (1), tem-se:

- R\$ 20.000,00 = R\$ 3.425,04 + R\$ 16.706,83
- R\$ 20.000,00 = R\$ 20.131,87; logo, o valor continua positivo em R\$ 131,87, isto quer dizer que a taxa deve ser maior do que 11%.

Testando com a taxa de 12%:

$$Va_1 = Va_2 + Va_3 \quad (1)$$

$$Va_1 = -R\$ 20.000,00$$

$$Va_2 = R\$ 2.000,00 \times a_{2|12} = R\$ 2.000,00 \times 1,690051$$

$$Va_2 = R\$ 3.380,10$$

$$Va_3 = R\$ 4.000,00 \times a_{8|12} / (1,12)^2 = R\$ 4.000,00 \times 4,96764 / 1,2544$$

$$Va_3 = R\$ 15.840,68.$$

Testando novamente a igualdade em (1), tem-se:

- R\$ 20.000,00 = R\$ 3.380,10 + R\$ 15.840,68
- R\$ 20.000,00 = R\$ 19.220,78; logo, o valor passou a ser negativo com o valor de – R\$ 779,22. Com isto, conclui-se que a taxa interna de retorno está entre 11% e 12%, e, pelos valores apurados, a taxa interna de retorno está mais próxima de 11% do que de 12%. Isto já daria a resposta da questão. Mas, se quiser saber a taxa exata, ou próxima da exata, tem-se que seguir no cálculo.

Assim, por meio de uma interpolação linear, chega-se muito próximo a taxa de retorno:

$$11\% \longrightarrow +R\$ 131,87$$

$$12\% \longrightarrow -R\$ 779,22$$

$$X\% \longrightarrow R\$ 0,00$$

$$X\% - 11\% / 12\% - 11\% = R\$ 0,00 - R\$ 131,87 / -R\$ 779,22 - R\$ 131,87$$

$$X\% - 11\% = -131,87 / -911,09$$

$$X\% - 11\% = 0,144738$$

$$X\% = 11\% + 0,144738\%$$

$$X\% = 11,144738\% \text{ ou, aproximadamente, } 11,15\%.$$

Perceba que, se for testada a igualdade com esta taxa de 11,15%, não se anulará o valor atual:

$$Va_1 = -R\$ 20.000,00$$

$$Va_2 = R\$ 2.000,00 \times a_{2 \overline{11,15}}$$

$$Va_2 = R\$ 2.000,00 \times [(1,1115)^2 - 1] / [0,1115 \times (1,1115)^2]$$

$$Va_2 = R\$ 2.000,00 \times [1,235432 - 1] / [0,1115 \times 1,235432]$$

$$Va_2 = R\$ 2.000,00 \times 0,235432 / 0,137750$$

$$Va_2 = R\$ 2.000,00 \times 1,709116 = R\$ 3.418,23$$

$$Va_3 = R\$ 4.000,00 \times a_{8 \overline{11,15}} / (1,1115)^2$$

$$Va_3 = R\$ 4.000,00 \times [(1,1115)^8 - 1] / [0,1115 \times (1,1115)^8] / 1,235432$$

$$Va_3 = R\$ 4.000,00 \times [2,329570 - 1] / [0,1115 \times 2,329570] / 1,235432$$

$$Va_3 = R\$ 4.000,00 \times [1,329570 / 0,259747] / 1,235432$$

$$Va_3 = R\$ 4.000,00 \times 4,143256 = R\$ 16.573,02.$$

A igualdade dos valores atuais será:

$$- R\$ 20.000,00 + R\$ 3.418,23 + R\$ 16.573,02 = - R\$ 8,75.$$

Isto quer dizer que a taxa interna de retorno efetiva é um pouco inferior a 11,15%, e, para aproximá-la mais, teriam que ser feitas outras iterações. Porém, este não é o objetivo deste trabalho e, como visto, nas questões de provas, é solicitado para assinalar a taxa mais próxima da taxa interna de retorno.

Para o exemplo que se desenvolveu, a resposta correta é a letra “D”, pois 11% é a taxa mais próxima da taxa interna de retorno.

9. TESTES PROPOSTOS

- 1) **Qual o preço à vista de um automóvel, que a prazo é vendido com uma entrada de R\$ 18.000,00 e 12 prestações trimestrais de R\$ 1.000,00, calculadas a uma taxa de 40% ao ano?**
 - a) 24.813,69.
 - b) 22.527,21.
 - c) 21.431,12.
 - d) 20.112,00.
 - e) 18.456,88.
- 2) **Uma loja vende um aparelho de som em 3 parcelas bimestrais de R\$ 200,00, considerando uma taxa de juros de 6% ao bimestre, e oferece como alternativa a venda em 6 prestações mensais, cobrando 3% de juros mensais. Qual o valor das parcelas mensais?**
 - a) R\$ 97,41.
 - b) R\$ 98,68.
 - c) R\$ 100,00.
 - d) R\$ 103,21.
 - e) R\$ 105,12.
- 3) **Com quantas prestações mensais de R\$ 50.000,00 posso adquirir uma fazenda de R\$ 1.000.000,00, se pago R\$ 149.440,00 de entrada e negocio o saldo a uma taxa anual de 24%, com capitalização mensal?**
 - a) 19.
 - b) 20.
 - c) 21.
 - d) 22.
 - e) 23.

- 4) Se aplico hoje R\$ 100.000,00 num fundo de capitalização, que paga uma taxa de 3,5% a.m. de juros compostos, e três meses após, dou início a uma série de 8 aplicações mensais de R\$ 10.000,00, quanto terei ao final de 1 ano?
- a) R\$ 248.071,00.
b) R\$ 96.964,00.
c) R\$ 151.107,00.
d) R\$ 90.517,00.
e) R\$ 187.481,00.
- 5) João pretende constituir um fundo de R\$ 2.500.000,00 ao fim de 2 anos de aplicações mensais iguais, operando a uma taxa de juros compostos de 15% ao mês. Quanto deverá aplicar mensalmente para atingir seu objetivo?
- a) 50.000.
b) 100.000.
c) 104.167.
d) 18.417.
e) 13.575.
- 6) Um banco de desenvolvimento empresta sob as seguintes condições:
I. taxa nominal de juros de 6% a. a., com capitalização semestral;
II. prestações semestrais;
III. sistema de amortização constante – SAC ou sistema francês
Pede-se: para um empréstimo de R\$ 12.000.000,00, qual seria o valor da primeira prestação pelo sistema de amortização constante – SAC, se pelo sistema francês as prestações são iguais a R\$ 1.406.766,00?
- a) R\$ 1.560.000,00.
b) R\$ 1.776.000,00.
c) R\$ 1.512.000,00.
d) R\$ 1.680.000,00.
e) R\$ 1.726.000,00.
- 7) Com base nas informações constantes da planilha abaixo, calcular o valor do empréstimo, sabendo-se que foi utilizado o sistema francês de amortização.

ANO	PRESTAÇÃO	JUROS	AMORTIZAÇÃO DO PRINCIPAL	SALDO DEVEDOR
0				
1				
2			157.953,76	
3		31.982,00		
4			177.476,84	
5				
TOTAL				

- a) R\$ 835.500,00.
b) R\$ 840.000,00.
c) R\$ 835.000,00.
d) R\$ 844.500,00.
e) R\$ 825.000,00.

- 8) Um auditor fiscal da Receita Federal, cujo salário é de R\$ 6.000,00, resolveu fazer uma capitalização pelos restantes 35 anos de trabalho que lhe restam antes de se aposentar. Para tanto, ele irá depositar mensalmente, ao final de cada mês, o correspondente a 11% do seu salário bruto. Pesquisando no mercado financeiro, foi-lhe garantida uma taxa real de 6% ao ano, com capitalização mensal. Quanto terá nessa capitalização quando se implementarem as condições para poder se aposentar?
- a) R\$ 277.200,00.
 - b) R\$ 859.320,00.
 - c) R\$ 1.136.520,00.
 - d) R\$ 1.845.780,00.
 - e) R\$ 940.308,79.
- 9) (Prova AFTN/91) O pagamento de um empréstimo no valor de 1.000 unidades de valor será efetuado por intermédio de uma anuidade composta por seis prestações semestrais, a uma taxa de 15% ao semestre, sendo que a primeira prestação vencerá seis meses após o recebimento do empréstimo. O valor da referida prestação será de:
- a) $1.000 / 6$;
 - b) $1.000 \times 2,31306$;
 - c) $1.000 / 3,784482$;
 - d) $1.000 / 8,753738$;
 - e) $1.000 / 2,31306$.
- 10) (Prova AFTN/91) João pretende comprar um terreno cujo preço é de R\$ 2.000.000,00. Não dispondo de recursos suficientes, o vendedor propõe-lhe a venda financiada com 30% de entrada e 12 prestações iguais e sucessivas de R\$ 226.011,54. Nessas condições, a taxa de juros mensais, compostos, pretendida pelo vendedor é de:
- a) 5%;
 - b) 6%;
 - c) 10%;
 - d) 12%;
 - e) 15%.
- 11) (Prova AFTN/91) Quanto devo depositar, mensalmente, para obter um montante de 12.000, ao fim de um ano, sabendo-se que a taxa mensal de remuneração do capital é de 4% e que o primeiro depósito é feito ao fim do primeiro mês?
- a) $12.000 / 15,025805$.
 - b) $12.000 / (12 \times 1,48)$.
 - c) $12.000 / 9,385074$.
 - d) $12.000 / (12 \times 1,601032)$.
 - e) $12.000 / 12$.
- 12) (Prova AFTN/91) Pedro aplicou R\$ 100.000,00 a juros compostos, capitalizados mensalmente, e, depois de 2 anos, tinha R\$ 322.509,99. José quer ter a mesma soma, no final do mesmo período, à mesma taxa de juros compostos, mas desembolsando quantias iguais no final de cada mês. Nessas condições, os depósitos devem ser de:
- a) R\$ 7.247,09.
 - b) R\$ 7.580,10.
 - c) R\$ 7.632,70.
 - d) R\$ 7.825,65.
 - e) R\$ 7.955,30.

- 13) (Prova AFTN/91) Um microcomputador é vendido pelo preço à vista de R\$ 2.000.000,00, mas pode ser financiado com 20% de entrada e a uma taxa de juros de 96% a.a., Tabela *Price*. Sabendo-se que o financiamento deve ser amortizado em 5 meses, o total de juros pagos pelo comprador é de, aproximadamente:
- a) R\$ 403.652,00;
 - b) R\$ 408.239,00;
 - c) R\$ 410.737,00;
 - d) R\$ 411.393,00;
 - e) R\$ 420.225,00.
- 14) (Prova AFTN/91) Uma alternativa de investimento possui um fluxo de caixa com um desembolso de 20.000, no início do primeiro ano, um desembolso de 20.000, no fim do primeiro ano, e dez entradas líquidas anuais e consecutivas de 10.000, a partir do fim do segundo ano, inclusive. A uma taxa de 18% ao ano, obtenha o valor atual desse fluxo de caixa, no fim do primeiro ano.
- a) 24.940,86.
 - b) 11.363,22.
 - c) 5.830,21.
 - d) 4.940,86.
 - e) 40,86.
- 15) (AFTN/Esaf/1996) Uma pessoa paga uma entrada no valor de \$ 23,60 na compra de um equipamento, e paga mais quatro prestações mensais, iguais e sucessivas, no valor de \$ 14,64 cada uma. A instituição financeira cobra uma taxa de juros de 120% ao ano, capitalizados mensalmente (juros compostos). Com base nestas informações, pode-se afirmar que o valor que mais se aproxima do valor à vista do equipamento adquirido é:
- a) \$ 70,00;
 - b) \$ 76,83;
 - c) \$ 86,42;
 - d) \$ 88,00;
 - e) \$ 95,23.
- 16) (AFTN/Esaf/1996) Um empréstimo de \$ 20.900 foi realizado com uma taxa de juros de 36% ao ano, capitalizados trimestralmente, e deverá ser liquidado através do pagamento de duas prestações trimestrais, iguais e consecutivas (primeiro vencimento ao final do primeiro trimestre, segundo vencimento ao final do segundo trimestre). O valor que mais se aproxima do valor de cada prestação é de:
- a) \$ 10.350,00;
 - b) \$ 10.800,00;
 - c) \$ 11.881,00;
 - d) \$ 12.433,33;
 - e) \$ 12.600,00.
- 17) (AFTN/Esaf/1998) Uma compra no valor de R\$ 10.000,00 deve ser paga com uma entrada de 20% e o saldo devedor financiado em doze prestações mensais iguais, vencendo a primeira prestação ao fim de um mês, a uma taxa de 4% ao mês. Considerando que este sistema de amortização corresponde a uma anuidade ou renda certa, em que o valor atual da anuidade corresponde ao saldo devedor e que os termos da anuidade correspondem às prestações, calcule a prestação mensal, desprezando os centavos.
- a) R\$ 986,00.
 - b) R\$ 852,00.
 - c) R\$ 923,00.
 - d) R\$ 900,00.
 - e) R\$ 1.065,00.

- 18) (AFRF-2000/2001 – Esaf) Um indivíduo faz um contrato com um banco para aplicar mensalmente R\$ 1.000,00 do primeiro ao quarto mês, R\$ 2.000,00 mensalmente do quinto ao oitavo mês, R\$ 3.000,00 mensalmente do nono ao décimo segundo mês. Considerando que as aplicações são feitas ao fim de cada mês, calcule o montante ao fim dos doze meses, considerando uma taxa de juros compostos de 2% ao mês (despreze os centavos).
- a) R\$ 21.708,00. d) R\$ 22.663,00.
b) R\$ 29.760,00. e) R\$ 26.116,00.
c) R\$ 35.520,00.
- 19) (AFRF-2000/2001 – Esaf) Uma empresa deve pagar R\$ 20.000,00 hoje, R\$ 10.000,00 ao fim de trinta dias e R\$ 31.200,00 ao fim de noventa dias. Como ela só espera contar com os recursos necessários dentro de sessenta dias e pretende negociar um pagamento único ao fim desse prazo, obtenha o capital equivalente que quita a dívida ao fim dos sessenta dias, considerando uma taxa de juros compostos de 4% ao mês.
- a) R\$ 63.232,00. d) R\$ 62.200,00.
b) R\$ 64.000,00. e) R\$ 64.513,28.
c) R\$ 62.032,00.
- 20) (AFRF-2000/2001 – Esaf) Uma pessoa faz uma compra financiada em doze prestações mensais e iguais de R\$ 210,00. Obtenha o valor financiado, desprezando os centavos, a uma taxa de juros compostos de 4% ao mês, considerando que o financiamento equivale a uma anuidade e que a primeira prestação vence um mês depois de efetuada a compra.
- a) R\$ 3.155,00. d) R\$ 2.530,00.
b) R\$ 2.048,00. e) R\$ 2.423,00.
c) R\$ 1.970,00.
- 21) (Esaf/AFRF-2002) Uma empresa recebe um financiamento para pagar por meio de uma anuidade postecipada constituída por vinte prestações semestrais iguais, no valor de R\$ 200.000,00 cada. Imediatamente após o pagamento da décima prestação, por estar em dificuldades financeiras, a empresa consegue com o financiador uma redução da taxa de juros de 15% para 12% ao semestre e um aumento no prazo restante da anuidade de dez para quinze semestres. Calcule o valor mais próximo da nova prestação do financiamento.
- a) R\$ 136.982,00. d) R\$ 165.917,00.
b) R\$ 147.375,00. e) R\$ 182.435,00.
c) R\$ 151.342,00.
- 22) (Esaf/AFRF-2002) Uma pessoa, no dia 1º de agosto, contratou com um banco aplicar, mensalmente, R\$ 1.000,00 durante seis meses, R\$ 2.000,00, mensalmente, durante os seis meses seguintes e R\$ 3.000,00, mensalmente, durante mais seis meses. Considerando que a primeira aplicação seria feita em 1º de setembro e as seguintes sempre no dia primeiro de cada mês e que elas renderiam juros compostos de 2% ao mês, indique qual o valor mais próximo do montante que a pessoa teria dezoito meses depois, no dia 1º de fevereiro.
- a) R\$ 36.000,00. d) R\$ 41.132,00.
b) R\$ 38.449,00. e) R\$ 44.074,00.
c) R\$ 40.000,00.

Dados: $s_{12 \overline{1},5} = 13,041211$; $a_{12 \overline{1},5} = 10,907505$; $(1,015)^{12} = 1,195618$

- a) R\$ 27.269,00 e 19,56%.
b) R\$ 5.453,00 e 18,56%.
c) R\$ 7.200,00 e 18,56%.
d) R\$ 6.817,00 e 19,56%.
e) R\$ 6.544,00 e 19,56%.
- 28) (FISCAL SC – 1998)** Um empréstimo, no valor de R\$ 90.000,00, deverá ser pago em quinze prestações mensais e consecutivas, vencendo a primeira trinta dias após a liberação do dinheiro, sem carência. Se o financiamento foi feito pelo sistema de amortização constante a uma taxa de juros compostos mensal de 6%, então o saldo devedor após o pagamento da décima quarta prestação será de:
- a) R\$ 42.000,00; d) R\$ 84.000,00;
b) R\$ 24.000,00; e) R\$ 14.000,00.
c) R\$ 6.000,00;
- 29) (BB/CENTRO-OESTE/99)** Um empréstimo no valor de R\$ 1.000,00 será devolvido em 3 prestações mensais iguais e seguidas de valor igual a R\$ 416,35. O financiamento foi realizado com uma taxa de juros de 12% ao mês. Ao analisar os valores de cada parcela da operação de financiamento, calculando os valores dos juros, amortização e saldo devedor, vê-se que, para a segunda prestação, estes valores, em reais, são, respectivamente:
- a) 67,54 – 348,81 – 388,59;
b) 72,88 – 343,47 – 383,25;
c) 77,24 – 339,11 – 378,89;
d) 80,18 – 336,17 – 375,95;
e) 84,44 – 331,91 – 371,74.
- 30) (Analista de Comércio Exterior – Esaf/1998)** Um indivíduo deseja obter R\$ 100.000,00 para comprar um apartamento ao fim de um ano e, para isso, faz um contrato com um banco em que se compromete a depositar mensalmente, durante um ano, a quantia de R\$ 3.523,10, com rendimento acertado de 3% ao mês, iniciando o primeiro depósito ao fim do primeiro mês. Transcorrido um ano, o banco se compromete a financiar o saldo restante dos R\$ 100.000,00 à taxa de 4% ao mês, em doze parcelas mensais iguais, vencendo a primeira ao fim de trinta dias. Calcular a prestação mensal desse financiamento, sem considerar centavos.
- a) R\$ 4.436,00.
b) R\$ 4.728,00.
c) R\$ 5.014,00.
d) R\$ 5.023,00.
e) R\$ 5.327,00.
- 31) (ANALISTA CVM –2000-Esaf)** Uma dívida no valor de R\$ 60.020,54 deve ser paga em sete prestações postecipadas de R\$ 10.000,00, a uma determinada taxa de juros. Considerando esta mesma taxa de juros, calcule o saldo devedor imediatamente após o pagamento da segunda prestação (despreze os centavos).
- a) R\$ 18.860,00.
b) R\$ 44.518,00.
c) R\$ 50.000,00.
d) R\$ 52.421,00.
e) R\$ 60.020,00.

- 32) (Esaf-BACEN-2001) Um contrato de aplicação financeira prevê que depósitos de mesmo valor sejam feitos mensalmente em uma conta de aplicação durante dezoito meses com o objetivo de atingir o montante de R\$ 100.000,00 ao fim desse prazo. Obtenha o valor mais próximo da quantia que deve ser depositada ao final de cada mês, considerando uma taxa de rendimento de 3% ao mês.**
- a) R\$ 5.555,00.
 - b) R\$ 4.900,00.
 - c) R\$ 4.782,00.
 - d) R\$ 4.270,00.
 - e) R\$ 4.000,00.
- 33) (Esaf-BACEN-2001) Um consumidor compra um bem de consumo durável no valor de R\$ 10.000,00, financiado totalmente em dezoito prestações mensais de R\$ 727,09, vencendo a primeira ao fim do primeiro mês. Junto com o pagamento da décima segunda prestação, o consumidor acerta com o financiador um pagamento para quitar o resto da dívida. Calcule o valor mais próximo do pagamento do consumidor que quita o saldo devedor, à mesma taxa de juros do financiamento original.**
- a) R\$ 3.840,00.
 - b) R\$ 3.938,00.
 - c) R\$ 4.025,00.
 - d) R\$ 4.178,00.
 - e) R\$ 4.362,00.
- 34) (Esaf-BACEN-2001) Um financiamento no valor de US\$ 200.000,00 possui um período de carência de pagamento de dois anos, seguido pelo pagamento semestral do financiamento, vencendo a primeira prestação seis meses após o término da carência. Calcule a prestação semestral, desprezando os centavos de dólar, considerando a taxa de juros nominal de 16% ao ano, com capitalização semestral, um prazo total para o financiamento de dez anos, incluindo a carência, e considerando que, durante a carência, os juros devidos não são pagos, mas se acumulam ao saldo devedor do financiamento.**
- a) US\$ 27,713.00.
 - b) US\$ 29,325.00.
 - c) US\$ 30,404.00.
 - d) US\$ 30,740.00.
 - e) US\$ 32,025.00.
- 35) (Esaf – Pref. Fortaleza 2003) Um financiamento no valor de R\$ 10.000,00 é obtido a uma taxa nominal de 24% ao ano, para ser amortizado em doze prestações semestrais iguais, vencendo a primeira prestação seis meses após o fim de um período de carência de dois anos de duração, no qual os juros semestrais devidos não são pagos, mas se acumulam ao saldo devedor. Desprezando os centavos, calcule a prestação semestral do financiamento.**
- a) R\$ 1.614,00.
 - b) R\$ 2.540,00.
 - c) R\$ 3.210,00.
 - d) R\$ 3.176,00.
 - e) R\$ 3.827,00.

- 36) (AFPS-2002) Obtenha o valor mais próximo da quantia que deve ser depositada ao fim de cada mês, considerando uma taxa de rendimento de 2% ao mês, juros compostos, com o objetivo de se obter R\$ 50.000,00 ao fim de dez meses.**
- a) R\$ 5.825,00.
 - b) R\$ 5.000,00.
 - c) R\$ 4.782,00.
 - d) R\$ 4.566,00.
 - e) R\$ 3.727,00.
- 37) (AFPS-2002) Um consumidor compra um bem de consumo durável no valor de R\$ 15.000,00, financiado totalmente em dezoito prestações mensais de R\$ 1.184,90, vencendo a primeira prestação ao fim do primeiro mês. Junto com o pagamento da décima segunda prestação, o consumidor acerta com o financiador o refinanciamento do saldo devedor em doze prestações mensais à mesma taxa de juros, vencendo a primeira prestação ao fim do primeiro mês seguinte. Calcule o valor mais próximo da nova prestação mensal.**
- a) R\$ 504,00.
 - b) R\$ 561,00.
 - c) R\$ 625,00.
 - d) R\$ 662,00.
 - e) R\$ 796,00.
- 38) (Esaf-ATE/MS-2001) A quantia de R\$ 1.000,00 é aplicada mensalmente durante seis meses; a quantia de R\$ 2.000,00 é aplicada mensalmente durante os seis meses seguintes e, finalmente, a quantia de R\$ 3.000,00 é aplicada mensalmente durante mais seis meses. Qual o valor mais próximo do montante das aplicações ao fim dos dezoito meses de prazo, considerando que as aplicações foram sempre realizadas ao fim de cada mês e renderam uma taxa de juros compostos de 4% ao mês?**
- a) R\$ 41.040,00.
 - b) R\$ 47.304,00.
 - c) R\$ 51.291,00.
 - d) R\$ 60.000,00.
 - e) R\$ 72.000,00.
- 39) (Esaf/SEFA/PA-2002) Uma firma deve fazer pagamentos ao fim de cada um dos próximos doze meses da seguinte maneira: R\$ 4.000,00, ao fim de cada um dos três primeiros meses; R\$ 3.000,00, ao fim de cada um dos três meses seguintes; e R\$ 2.000,00, ao fim de cada um dos seis últimos meses. Calcule o valor atual no início do primeiro mês dos pagamentos devidos, considerando uma taxa de 4% ao mês e desprezando os centavos.**
- a) R\$ 26.787,00.
 - b) R\$ 26.832,00.
 - c) R\$ 27.023,00.
 - d) R\$ 27.149,00.
 - e) R\$ 27.228,00.
- 40) (Esaf/SUSEP-2002-Analista Técnico Atuarial) Uma pessoa física deve fazer aplicações ao fim de cada um dos próximos doze meses da seguinte maneira: R\$ 2.000,00, ao fim de cada um dos três primeiros meses; R\$ 3.000,00, ao fim de cada um dos três meses seguintes; e R\$ 4.000,00, ao fim de cada um dos seis últimos meses. Calcule o montante das aplicações ao fim dos doze meses, considerando uma taxa de juros compostos de 3% ao mês, desprezando os centavos.**
- a) R\$ 41.854,00.
 - b) R\$ 42.734,00.
 - c) R\$ 43.812,00.
 - d) R\$ 44.380,00.
 - e) R\$ 45.011,00.

- 41) (Esaf/SUSEP-2002-Analista Técnico Atuarial) Um financiamento imobiliário no valor de R\$ 120.000,00 é realizado por um sistema de amortizações mensais iguais durante 20 anos. Considerando que a taxa de juros mensal é de 1%, calcule o valor da 13ª prestação mensal.
- a) R\$ 1.700,00. d) R\$ 1.605,00.
b) R\$ 1.640,00. e) R\$ 1.600,00.
c) R\$ 1.635,00.
- 42) (AFPS-2002) Uma empresa possui uma taxa de atratividade mínima de 12% ao ano e está considerando uma proposta de investir hoje R\$ 20.000.000,00 para obter receitas previstas de R\$ 3.000.000,00, ao fim de cada um dos próximos dez anos. Obtenha a decisão da empresa baseada no critério do valor atual do fluxo de caixa previsto da empresa.
- a) A empresa não vai investir porque o valor atual hoje do fluxo de caixa é negativo.
b) A empresa vai investir porque o valor atual hoje do fluxo de caixa é negativo.
c) A empresa vai investir porque o valor atual hoje do fluxo de caixa é positivo.
d) A empresa não vai investir porque o valor atual hoje do fluxo de caixa é positivo.
e) A empresa não se decide porque o valor atual hoje do fluxo de caixa é zero.
- 43) (AFPS-2002) Um financiamento habitacional no valor de R\$ 120.000,00 vai ser pago por prestações mensais calculadas pelo sistema de amortizações constantes, a uma taxa de juros nominal de 12% ao ano, durante dez anos. Calcule a décima prestação mensal do financiamento.
- a) R\$ 2.200,00. d) R\$ 2.100,00.
b) R\$ 2.120,00. e) R\$ 2.000,00.
c) R\$ 2.110,00.
- 44) (Esaf-BACEN-2001) Um bônus no valor nominal de US\$ 1.000,00 e contendo doze cupons semestrais de US\$ 50,00, vencendo o primeiro seis meses após o lançamento, é lançado no mercado internacional. O lançamento de uma determinada quantidade desses bônus ensejou um deságio de zero sobre o valor nominal do bônus. Abstraindo custos administrativos da operação, qual a taxa de juros em que os compradores dos bônus aplicaram o seu capital, considerando que junto com o último cupom o comprador recebe o valor nominal do bônus de volta?
- a) 0%. d) 11% ao ano.
b) 5% ao semestre. e) 12% ao ano.
c) 7,5% ao semestre.
- 45) (AFRF-2002-2) Um país captou um empréstimo, por intermédio do lançamento de uma certa quantidade de bônus no mercado internacional, com valor nominal de US\$ 1.000,00 cada bônus e com doze cupons semestrais no valor de US\$ 60,00 cada cupom, vencendo o primeiro ao fim do primeiro semestre, e assim sucessivamente, até o décimo segundo semestre, quando o país deve pagar o último cupom juntamente com o valor nominal do título.
- Considerando que a taxa de risco do país mais a taxa de juros dos títulos de referência levou o país a pagar uma taxa final de juros nominal de 14% ao ano, obtenha o valor mais próximo do preço de lançamento dos bônus, abstraindo custos de intermediação financeira, de registro etc.
- a) US\$ 1.000,00. d) US\$ 920,57.
b) US\$ 953,53. e) US\$ 860,00.
c) US\$ 930,00.

- 46) Um bônus possui valor nominal de US\$ 1,000.00 e contém doze cupons semestrais de US\$ 50.00 cada, sendo que o primeiro cupom vence seis meses após o lançamento e, junto com o último cupom, o comprador recebe o valor nominal do bônus de volta. Abstraindo custos administrativos da operação, calcule o deságio sobre o valor nominal com que este bônus é lançado no mercado internacional, considerando que compradores desses bônus aplicaram o seu capital nesta operação à taxa nominal de 12% ao ano.
- a) 0%.
b) 5%.
c) 6%.
d) 8,384%.
e) 10,125%.
- 47) (Esaf-AFRF/2003) Um país captou um empréstimo no mercado internacional, por intermédio do lançamento de bônus com dez cupons semestrais vencíveis ao fim de cada semestre, sendo o valor nominal do bônus US\$ 1,000.00 e de cada cupom US\$ 60.00. Assim, ao fim do quinto ano, o país deve pagar o último cupom mais o valor nominal do bônus. Considerando que os bônus foram lançados com um ágio de 7,72% sobre o seu valor nominal, obtenha o valor mais próximo da taxa nominal anual cobrada no empréstimo, desprezando custos de registro da operação, de intermediação etc.
- a) 16%.
b) 14%.
c) 12%.
d) 10%.
e) 8%.
- 48) (Esaf-Bacen-2001) Obtenha o valor mais próximo da taxa interna de retorno do fluxo de caixa abaixo.
- | Ano | 0 | 1 a 10 |
|-------------------------|----------|--------|
| Fluxo (em R\$ 1.000,00) | - 20.000 | 3.255 |
- a) 5% ao ano.
b) 7% ao ano.
c) 7,5% ao ano.
d) 9% ao ano.
e) 10% ao ano.
- 49) A quantia de R\$ 2.520,00 foi aplicada, durante 4 meses, à taxa real de 4% ao quadrimestre. Se, neste mesmo quadrimestre, a deflação atingisse 2 pontos percentuais, a rentabilidade nominal da aplicação seria de:
- a) 6,12%;
b) 1,92%;
c) 2,12%;
d) 2,08%;
e) 6,08%.
- 50) (AFRE-MG-2005) Um empréstimo contraído no início de abril, no valor de R\$ 15.000,00, deve ser pago em dezoito prestações mensais iguais, a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, vencendo a primeira prestação no fim de abril, a segunda no fim de maio, e assim sucessivamente. Calcule quanto está sendo pago de juros na décima prestação, desprezando os centavos.
- a) R\$ 300,00.
b) R\$ 240,00.
c) R\$ 163,00.
d) R\$ 181,00.
e) R\$ 200,00.

- 51) (GEFAZ-MG-2005) Um financiamento no valor de R\$ 3.000,00 foi contraído no início de um determinado mês, para ser pago em dezoito prestações iguais e mensais de R\$ 200,00, com a primeira prestação vencendo no fim daquele mês, a segunda no fim do mês seguinte, e assim por diante. Imediatamente após o pagamento da oitava prestação, determine o valor mais próximo da dívida restante do tomador do financiamento, considerando a mesma taxa de juros do financiamento e desprezando os centavos.
- a) R\$ 2.000,00. d) R\$ 1.522,00.
b) R\$ 1.796,00. e) R\$ 1.400,00.
c) R\$ 1.700,00.
- 52) (AFC/STN-2005) No dia 10 de setembro, Ana adquiriu um imóvel financiado em 10 parcelas mensais e iguais a R\$ 20.000,00. A primeira parcela vence no dia 10 de novembro do mesmo ano e as demais no dia 10 dos meses subsequentes. A taxa de juros compostos contratada foi de 60,1032% ao ano. Assim, o valor financiado no dia 10 de setembro, sem considerar os centavos, foi de:
- a) R\$ 155.978,00; d) R\$ 189.250,00;
b) R\$ 155.897,00; e) R\$ 178.150,00.
c) R\$ 162.217,00;
- 53) (AFC/STN-2005) Ana comprou, no regime de juros compostos, um apartamento financiado a uma taxa de 2% ao mês. O apartamento deverá ser pago em 12 prestações mensais iguais a R\$ 8.000,00, vencendo a primeira delas 30 dias após a compra. Após pagar a sétima prestação, Ana resolveu transferir o contrato de compra para Beatriz, que seguirá pagando as prestações restantes. Assim, para assumir a dívida de modo que nenhuma das duas seja prejudicada, Beatriz deverá pagar a Ana, sem considerar os centavos, o valor de:
- a) R\$ 61.474,00; d) R\$ 59.775,00;
b) R\$ 51.775,00; e) R\$ 61.775,00.
c) R\$ 59.474,00;
- 54) (AFC/STN-2005) O preço à vista de um imóvel é de R\$ 180.000,00. Um comprador propõe pagar 50% do preço à vista em 18 prestações mensais iguais, vencíveis a partir do final do primeiro mês após a compra, a uma taxa de 3% ao mês. Os 50% restantes do valor a vista ele propõe pagar em 4 parcelas trimestrais iguais, vencíveis a partir do final do primeiro trimestre após a compra, a uma taxa de 9% ao trimestre. Desse modo, o valor que o comprador desembolsará, no final do segundo trimestre, sem considerar os centavos, será igual a:
- a) R\$ 34.323,00;
b) R\$ 32.253,00;
c) R\$ 35.000,00;
d) R\$ 37.000,00;
e) R\$ 57.000,00.
- 55) Calcule o preço à vista de uma mercadoria vendida em 3 prestações mensais de R\$ 20.000,00, com a primeira parcela devendo ser paga 2 meses após a compra. A taxa de mercado é de 4,5% ao mês no regime de juros compostos.
- a) 71.751. d) 52.612.
b) 60.000. e) 19.139.
c) 56.237.

- 56) João pretende adquirir um apartamento de luxo de frente para o mar. Para tanto, faz aplicações mensais e iguais, de modo a obter um fundo de R\$ 2.500.000,00 ao fim de 2 anos. Operando a uma taxa de juros compostos de 15% ao mês, qual deverá ser o valor de cada aplicação mensal para atingir seu objetivo?
- a) 50.000. d) 18.417.
b) 100.000. e) 13.575.
c) 104.167.
- 57) Certa instituição financeira, que emprega a taxa de juros de 20% ao mês, exige, para cada R\$ 100.000,00 que empresta, o pagamento de 5 parcelas mensais, a partir de 3 meses da efetivação do empréstimo. Qual o valor de cada prestação que os tomadores deverão pagar?
- a) 71.751. d) 52.612.
b) 48.151. e) 35.565.
c) 56.237.
- 58) Certa Ferrari é vendida com 25% de entrada sobre o preço à vista de R\$ 900.000,00 e 12 prestações mensais, a primeira delas vencendo 4 meses após a efetivação da compra. Qual o valor das prestações, considerando uma taxa de financiamento de 2% ao mês?
- a) 67.734,49. d) 67.347,49.
b) 65.743,94. e) 67.437,49.
c) 76.437,49.
- 59) Pela compra de um eletrodoméstico, Ana pagou 5 prestações mensais de R\$ 72,00, quitando a primeira no fim do terceiro mês. Calcule o preço à vista da mercadoria, sabendo que a taxa de juros compostos cobrada pela loja é de 5% ao mês.
- a) 269,27. d) 282,74.
b) 245,14. e) 360,00.
c) 139,88.
- 60) (Esaf/AFRF-2005) Uma casa pode ser financiada em dois pagamentos. Uma entrada de R\$ 150.000,00 e uma parcela de R\$ 200.000,00, seis meses após a entrada. Um comprador propõe mudar o esquema de pagamentos para seis parcelas iguais, sendo a primeira parcela paga no ato da compra e as demais, vencíveis a cada trimestre. Sabendo-se que a taxa contratada é de 6% ao trimestre, então, sem considerar os centavos, o valor de cada uma das parcelas será igual a:
- a) R\$ 66.131,00. d) R\$ 70.240,00.
b) R\$ 64.708,00. e) R\$ 70.140,00.
c) R\$ 62.927,00.

Capítulo 10

Provas do Cespe

As provas do Cespe possuem uma característica própria, diferenciando-se das demais entidades organizadoras de concursos. Por este motivo, optou-se por apresentar questões dessa instituição em capítulo próprio, após ver todo o conteúdo, pois, em alguns casos, numa mesma questão, são exigidos conhecimentos de diversos capítulos, e seria difícil inserir as questões em determinado capítulo.

Salienta-se, ainda, que a resolução destas questões é interessante ao aprendizado, devendo ser feita, mesmo que a entidade organizadora seja outra, como, por exemplo, a Esaf, visto que o Cespe cobra alguns conceitos teóricos, cujo conhecimento é imprescindível em qualquer concurso.

1) (TCU/95) Julgue os itens abaixo.

- ① À taxa de juros simples de 6% anuais, o valor presente de uma dívida de 20.600 reais, a vencer em 180 dias, é de exatamente 20.000 reais (considere o “ano comercial” de 360 dias).
- ② Qualquer importância aplicada a juros simples de 5% anuais dobrará em 20 anos.
- ③ Se o salário de um indivíduo eleva-se de 100 para 300 reais, a taxa de reajuste é de 300%.
- ④ Se o crescimento da renda nacional é de 6% e o aumento da população é de 4%, para determinar quanto cresceu a renda *per capita*, procede-se como se segue:

$$\frac{(1 + 0,06)}{(1 + 0,04)} = \frac{(1,06)}{(1,04)} = 1,0192.$$

Subtraindo-se deste resultado a unidade e multiplicando-se o novo resultado por 100, conclui-se que a elevação da renda *per capita* foi de 1,92%.

- ⑤ Se a taxa de inflação for de 6% no primeiro mês, 7% no segundo e 10% no terceiro, no trimestre, a taxa de inflação será de 23%.

2) (TCU/95) Julgue os itens que se seguem.

- ① Um bem pode ser adquirido por 100 reais à vista ou em 2 (duas) prestações fixas de 60 reais, a primeira devida no ato da compra. Para o comprador, a segunda opção será melhor que a primeira somente quando a taxa de juros mensal for maior que 50%.
- ② Pressupondo que o mercado imobiliário esteja em equilíbrio e que a taxa de juros real seja de 10% ao ano e seja constante, o proprietário de um imóvel que conseguir 1.200 reais, líquidos, de aluguel por ano, terá prejuízo se vender seu imóvel por quantia inferior a 122.000 reais (considere que o aluguel possa manter-se constante durante toda a vida do proprietário).

- ③ Será indiferente, para um investidor, uma aplicação, com vencimento em 2 (dois) anos, que lhe renda juros simples anuais de 10% e outra, com idêntico prazo de maturação, que lhe renda juros compostos de 8% ao ano, capitalizados anualmente.
- ④ Se, em dado momento, a importância de 100 reais é aplicada a juros compostos de 4% ano a ano, capitalizados anualmente, ao final de 2 (dois) anos terá rendido a importância de 8,16 reais de juros.
- ⑤ Um demógrafo deseja determinar em que ano a população de certo país dobrará. Pressupondo que a taxa de crescimento demográfico seja constante e igual a 2% anuais, o demógrafo terá de calcular o valor da razão

$$\frac{\log(1,02)}{\log 2}$$

Log 2

- 3) (SENADO FEDERAL/96) No desconto simples bancário de 4 títulos à mesma taxa de desconto, cada um no valor de R\$ 2.000,00, com vencimentos mensais e sucessivos, a partir de 30 dias, obteve-se um valor líquido de R\$ 7.000,00.

Com relação à situação descrita, julgue os itens que se seguem.

- ① A taxa de desconto simples do título que vence em 120 dias corresponde à taxa de juros simples de 6,25% ao mês.
 - ② A taxa de desconto simples para cada título é igual a 5% ao mês.
 - ③ O desconto obtido para o título que vence em 90 dias é o triplo do desconto obtido para o título que vence em 30 dias.
 - ④ As taxas mensais de juros simples dos valores atuais dos títulos são diferentes.
 - ⑤ No desconto simples bancário, a taxa de desconto incide sobre o valor atual ou líquido.
- 4) (SENADO FEDERAL/96) Uma alternativa de investimento possui um fluxo de caixa com um desembolso de R\$ 10.000,00, no início do primeiro mês, outro desembolso, de R\$ 5.000,00, ao final do primeiro mês, e duas entradas líquidas mensais de R\$ 11.000,00 e R\$ 12.100,00, no final do segundo e do terceiro meses, respectivamente. Considerando uma taxa nominal de juros de 120% ao ano, julgue os itens a seguir.
- ① As taxas anuais, tanto efetivas quanto nominais, têm o mesmo significado e assumem valores iguais quando se trata de fluxo de caixa.
 - ② Os valores atuais de entradas líquidas, no fim do primeiro mês, somam R\$ 20.000,00.
 - ③ A soma dos montantes dos desembolsos, no fim do terceiro mês, é exatamente igual a R\$ 19.000,00.
 - ④ O valor atual do fluxo de caixa, no fim do primeiro mês, é igual a R\$ 4.000,00.
 - ⑤ No fim do terceiro mês, o montante do fluxo de caixa é negativo.

- 5) (SENADO FEDERAL/96) Acerca de uma aplicação realizada na mesma data e referente a dois capitais (C_1 e C_2) de valores iguais, pelo prazo de um ano, capitalizados semestralmente, à taxa nominal de 42% ao ano, para o capital C_1 , e à taxa efetiva de 21% ao ano, para o capital C_2 , julgue os itens abaixo.

- ① A taxa nominal, para a aplicação do capital C_2 , é igual a 20% ao ano.
- ② A taxa de capitalização semestral do capital C_1 é igual a 20%.
- ③ A taxa de capitalização semestral do capital C_1 é exatamente o dobro da taxa de capitalização semestral do capital C_2 .

- ④ O montante do capital C_1 é 21% maior que o montante do capital C_2 , no prazo estabelecido para a aplicação.
- ⑤ Se apenas o capital C_1 for reaplicado por mais um ano, à mesma taxa estabelecida, o montante de C_2 (ao final do 2º ano de aplicação) será igual ao montante de C_1 (ao final do 1º ano de aplicação).
- 6) (TCU/96) Acerca das taxas utilizadas em juros compostos, julgue os itens a seguir.**
- ① Capitalização composta é aquela em que a taxa de juros incide sempre sobre o valor obtido pela soma do capital inicial e dos juros acumulados até o período anterior.
- ② Duas taxas referentes a períodos distintos de capitalização são equivalentes, quando produzem o mesmo montante no final de determinado período de tempo, pela aplicação de um mesmo capital inicial.
- ③ Quanto maior o **número** de capitalizações, maior é a taxa efetiva.
- ④ Para uma mesma taxa nominal, pagamentos de menor periodicidade implicam uma taxa efetiva mais elevada.
- ⑤ A taxa efetiva de 21% ao ano corresponde à taxa nominal anual de 20%, capitalizadas semestralmente
- 7) (TCU/96) Um empréstimo de R\$ 600.000,00 deverá ser liquidado em 6 prestações mensais e iguais a R\$ 137.764,43, utilizando-se o sistema de amortização francês (Tabela *Price*), com taxa de juros de 10% ao mês. Nessas condições, julgue os itens seguintes.**
- ① A parcela de amortização do capital é obtida pela diferença entre o valor da prestação e o valor da parcela de juros.
- ② À medida que a parcela referente aos juros diminui, a parcela referente à amortização do capital aumenta.
- ③ Após o pagamento da primeira parcela, o saldo devedor é igual a R\$ 522.235,54.
- ④ Na segunda prestação, está incluído o valor da parcela de juros correspondentes a R\$ 52.223,55.
- ⑤ A parcela de amortização do capital, na sexta prestação, é igual ao saldo devedor obtido após o pagamento da quinta prestação.
- 8) (INSS/97) Diz-se que a taxa i é equivalente à taxa i' se, ao fim de determinado período, ambas produzirem o mesmo montante, quando aplicadas ao mesmo capital. Considerando o regime de juros simples e a informação acima, julgue os itens que se seguem.**
- ① O capital que, aplicado à taxa de juros de 12% a.a., transforma-se, ao final de 10 meses, em R\$ 308,00 é superior a R\$ 270,00.
- ② Um capital aplicado a 200% a.a. e capitalizado semestralmente dobrará em 6 meses.
- ③ A juros de 10% a.a., uma dívida que, ao final de 2 anos, atingir R\$ 1.200,00 poderá ser imediatamente liquidada por R\$ 990,00.
- ④ Se uma taxa mensal i e uma taxa diária i' são equivalentes, então $i = 30 i'$.
- ⑤ Três taxas mensais e consecutivas de 2%, 3% e 5% equivalem a uma taxa trimestral de 10%.

- 9) (INSS/97) A falta de informações dos micro e pequenos empresários ainda é o principal motivo para a baixa adesão ao SIMPLES — o sistema simplificado de pagamento de impostos e contribuições federais. Segundo pesquisa realizada pelo Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas (SEBRAE) junto a 1.312 empresas, entre 19 e 31 de março, a adesão ao SIMPLES apresentou o resultado mostrado a seguir.

Adesão ao SIMPLES:

Já aderiram (39%)

Não pretendem aderir (3%)

Não podem aderir (17%)

Vão aderir (19%)

Ainda não decidiram (22%)

Folha de S. Paulo, 15/06/1997.

Com base nessas informações, julgue os itens que se seguem.

- ① O número de empresas consultadas que ainda não decidiram aderir ao SIMPLES é inferior a 280.
- ② Mais de 260 empresas consultadas não podem ou não pretendem aderir ao SIMPLES.
- ③ Entre as empresas consultadas, a porcentagem das que já se decidiram em relação ao SIMPLES é superior a 74%.
- ④ Entre as empresas consultadas que podem aderir ao SIMPLES, mais de 25% ainda não se decidiram.
- ⑤ Se o número de empresas que já haviam aderido ao SIMPLES à época da consulta era igual a 900.000, então é correto estimar, com base na pesquisa, que o número total de empresas existentes no Brasil, naquele período, era superior a 2.400.000.

Analise a tabela seguinte, extraída do jornal *Folha de S. Paulo*, de 15/6/1997, para responder às questões de nº 10 a 13.

Encontre o juro embutido no crediário

Juro ao mês em %	Número de prestações (fora a primeira ou entrada)							Juro ao ano em %
	3	5	11	15	17	23	35	
2	2,88	4,71	9,79	12,85	14,29	18,29	25,00	26,82
3	2,83	4,58	9,25	11,94	13,17	16,44	21,48	42,57
4	2,78	4,45	8,76	11,12	12,17	14,86	18,66	60,10
5	2,72	4,33	8,31	10,38	11,27	13,49	16,37	79,58
6	2,67	4,21	7,89	9,71	10,48	12,30	14,50	101,22
7	2,62	4,10	7,50	9,11	9,76	11,27	12,95	125,22
8	2,58	3,99	7,14	8,56	9,12	10,37	11,65	151,82
9	2,53	3,89	6,81	8,06	8,54	9,58	10,56	181,26
10	2,49	3,79	6,50	7,61	8,02	8,88	9,64	213,84

Como usar a tabela:

1. subtraia do preço à vista o valor da entrada ou da primeira prestação;
2. divida o valor efetivamente financiado (passo 1) pelo valor de cada prestação;

3. localize o resultado do passo 2 na coluna do número de prestações, fora a entrada;
4. siga na horizontal até a primeira coluna da esquerda, que indica o juro mensal aproximado do financiamento.

10) (INSS/97) Com base na tabela e considerando planos de financiamento a Juros compostos, com parcelas mensais e iguais, sendo a primeira paga no ato da compra, julgue os itens a seguir.

- ① Um consumidor que adquira um bem no valor de R\$ 238,00, em 12 prestações de R\$ 28,00, estará pagando um juro mensal de 7%.
- ② Se um bem no valor de R\$ 998,00 for adquirido em 6 prestações, a um juro mensal de 8%, então o valor de cada parcela será superior a R\$ 190,00.
- ③ O valor à vista de um bem adquirido em 16 parcelas de R\$ 100,00 cada uma, a juros mensais de 6%, é inferior a R\$ 1.000,00.
- ④ Segundo a tabela, se um bem for financiado para dois clientes distintos, em prazos diferentes mas com a mesma taxa de juros, sendo o prazo para o primeiro cliente igual à metade do prazo para o segundo, então o valor da parcela correspondente ao primeiro será o dobro da parcela correspondente ao segundo.
- ⑤ O valor 14,50, encontrado na coluna correspondente a 35 prestações, é o cálculo aproximado do valor de $\frac{1 - (1 + 0,06)^{-35}}{0,06}$.

11) (INSS/97) Com o auxílio da tabela anterior, julgue os itens abaixo.

- ① O valor 42,57%, localizado na última coluna, corresponde à taxa de juros anual equivalente à taxa mensal de 3%.
- ② A partir da tabela, obtém-se que $(1 + 0,04)^{15} = \frac{1}{(1 - 0,04 \times 11,12)}$.
- ③ Financiando-se um bem cujo valor à vista é de R\$ 3.000,00, em 12 parcelas, a primeira vencendo no ato da compra, a juros compostos de 5% a.m., o valor total pago, em reais, será igual a $3.000(1 + 0,05)^{12}$.
- ④ Para um comprador que paga a primeira prestação no ato da compra, a opção de pagamento em 6 prestações, com juros compostos de 4% a.m., é mais vantajosa – isto é, implica desembolsar um montante menor – do que a opção de pagamento em 12 prestações, com juros compostos de 2% a.m.
- ⑤ Se o sistema de capitalização fosse simples, a tabela dada não seria adequada para se calcular, por exemplo, o valor de uma determinada prestação.

12) (INSS/97) Um automóvel, vendido à vista por R\$ 15.860,00, pode ser financiado em 24 parcelas iguais e mensais, a juros compostos de 4% a.m., vencendo a primeira prestação no ato da compra.

Com base nessas informações e com o auxílio da tabela anterior, julgue os itens a seguir.

- ① O sistema de amortização que está sendo utilizado para esse financiamento é o sistema de amortização constante (SAC).
- ② A taxa nominal anual em questão é de 48%.
- ③ O saldo devedor, após ser paga a 12ª prestação, corresponde à metade do valor efetivamente financiado.
- ④ Mais de 50% do valor da segunda prestação corresponde a juros do financiamento.
- ⑤ Após pagar a penúltima prestação, o saldo devedor é inferior a R\$ 970,00.

13) (INSS/97) Uma empresa gráfica, necessitando atualizar-se tecnologicamente, tem as seguintes alternativas para obter uma máquina copiadora:

– alternativa I:

comprá-la, à vista, pelo valor de R\$ 8.105,00, considerando que, se a vida econômica útil da máquina é de 5 anos, venderá a copiadora, após 5 anos de uso, por R\$ 1.000,00. Nesse caso, a empresa é responsável pelas despesas de manutenção, que são de R\$ 500,00 por ano, nos 4 primeiros anos, e de R\$ 1.500,00, no quinto ano, que devem ser pagas ao final de cada ano;

– alternativa II:

alugá-la pelo valor anual de R\$ 2.300,00, a ser pago ao final de cada ano, com as despesas de manutenção correndo por conta do vendedor.

Considerando que a tabela anterior pode ser utilizada para juro ao ano com prestações anuais e que a taxa de juros do mercado seja igual a 10% a.a., julgue os itens que se seguem.

- ① Para a alternativa I, o valor atual de todos os desembolsos líquidos, excetuado o pagamento à vista, é igual a R\$ 1.895,00.
- ② Para a alternativa I, o valor atual de todos os desembolsos líquidos é inferior a R\$ 10.250,00.
- ③ O fluxo de desembolsos uniforme de cinco parcelas anuais iguais, equivalente a alternativa I tem parcelas de valor inferior a R\$ 2.500,00 cada uma.
- ④ A alternativa II é a que exigirá da empresa o menor desembolso total.
- ⑤ Se a empresa obtiver, na alternativa I, um desconto de 20% na despesa de manutenção, o valor atual de todos os desembolsos líquidos será reduzido em 15%.

14) (INSS/97) Dois investimentos, I e II, de mesmo valor, são feitos em bancos distintos, pelo prazo de dois meses, com capitalização mensal. A taxa nominal de I é de 36% a.a., e a taxa efetiva de II é de 6% ao bimestre. A taxa de inflação no primeiro mês foi de 2% e, no segundo, de 3%.

Com base nessas informações, julgue os seguintes itens.

- ① A taxa de inflação no período considerado foi de 5%.
- ② A taxa aparente do investimento I, ao final do período, é de 6%.
- ③ No período considerado, a taxa real auferida no investimento II é menor que 1%.
- ④ No período considerado, a taxa real auferida no investimento I é maior que a taxa real auferida no investimento II.
- ⑤ A taxa mensal equivalente à taxa efetiva do investimento II é, em porcentagem, igual a $100 \times [(1,06)^{1/2} - 1]$.

15) (INSS/97) Julgue os itens a seguir, relativos às diferentes maneiras com que uma nota promissória pode ser descontada.

- ① Se forem calculados a uma mesma taxa, o valor atual segundo o desconto comercial será sempre menor que o valor atual segundo o desconto racional.
- ② O desconto bancário nada mais é do que o desconto comercial acrescido de uma taxa, a título de despesas bancárias.
- ③ No desconto comercial, a taxa implícita na operação é sempre menor que a taxa estabelecida.

- ④ A diferença entre os descontos racional e comercial, a uma mesma taxa, aumenta à medida que a data de desconto aproxima-se da data do vencimento.
- ⑤ Se uma nota promissória – com valor de R\$ 1.000,00 na data de vencimento, em 2 anos – é descontada 2 anos antes do vencimento, em um banco que pratica uma taxa de desconto bancário simples de 18% a.a., então a taxa anual de juros compostos que está sendo paga pelo cliente é superior a 24% a.a.

16) (INSS/97) Em operações de locação, o proprietário cede a posse do imóvel em troca de uma renda perpétua cujos termos são iguais ao valor do aluguel. Sendo assim, considere que um apartamento foi alugado por R\$ 1.500,00 mensais (pagamentos *postecipados*), por tempo indeterminado, e que o mercado oferece opções de investimentos à taxa de juros compostos de 2% a.m. Com base nessa situação, julgue os itens abaixo.

- ① O valor atual do imóvel pode ser estimado entre R\$ 70.000,00 e R\$ 80.000,00.
- ② Por se tratar de um rendimento perpétuo, a estimativa do valor atual do imóvel não será alterada se os pagamentos dos aluguéis forem feitos no primeiro ou no último dia de cada mês.
- ③ A estimativa do valor atual do apartamento não será alterada se, em vez de parcelas mensais, o aluguel for pago em parcelas anuais postecipadas de R\$ 18.000,00 cada uma e os juros de mercado forem de 24% a.a., com capitalização anual.
- ④ Por um ano de aluguel, o inquilino pagará, em reais, o valor total de $1.500(1 + 0,02)^{12}$.
- ⑤ Admitindo que o proprietário aplique, imediatamente, à taxa de mercado, o dinheiro recebido, o número mínimo n de aluguéis necessários para que ele receba o equivalente à metade do valor atual estimado do apartamento é tal que $(1 + 0,02)^n, \geq 1,5$.

17) (INSS/97) Uma loja oferece um certo desconto nas compras à vista e, ainda, a opção de pagamento do valor sem desconto em duas prestações mensais iguais, vencendo a primeira no ato da compra. Considerando que a taxa de juros compostos de mercado é igual a 2% a.m., julgue os itens seguintes.

- ① Se o desconto concedido nas compras à vista for de 10%, o cliente desembolsará a mesma quantia, qualquer que seja a opção de compra, à vista ou a prazo.
- ② Se o desconto para pagamento à vista for de 5%, então a taxa mensal de juros embutida nas compras a prazo será inferior a 10%.
- ③ Se o desconto para pagamento à vista for de 25%, então a taxa mensal de juros embutida nas compras a prazo será igual a 100%.
- ④ Para tornar a taxa mensal de juros embutida nas compras a prazo igual à de mercado, o valor do desconto concedido nas compras à vista terá de ser inferior a 1%.
- ⑤ Se a primeira prestação vencer um mês após a compra e o desconto para pagamento à vista for de 20%, então a equação $[1 \div (1 + i)] + [1 \div (1 + i)^2] = 1,6$ determinará a taxa mensal de juros – i – embutida nas compras a prazo.

18) (PERITO CRIMINAL DPF/97) Voando com descontos

As quatro maiores empresas aéreas nacionais estão oferecendo promoções e descontos nas passagens neste período de férias. A Transbrasil (TBA), por exemplo, está dando um desconto de 40% para qualquer viagem nacional. No entanto, um funcionário público acha que foi enganado pela empresa. Reclama

ele: “A empresa dá desconto em vôos para os quais não há vagas desde setembro”.

Uma passagem Brasília–Rio–Brasília, em vôos normais, sem taxa de embarque, está sendo oferecida nas condições da tabela abaixo.

Além disso, a VASP oferece o parcelamento de tarifas promocionais em até 6 vezes, com entrada de 20% e juros de 2% ao mês.

Empresa	Valor com desconto	Valor sem desconto
VARIG	R\$ 438,32	R\$ 547,90
VASP	R\$ 328,74	R\$ 547,90
TBA	RS 324,00	R\$ 540,00
TAM	R\$ 304,00	R\$ 608,00

Correio Braziliense, 24/12/1997 (com adaptações).

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes, relativos ao percurso Brasília–Rio–Brasília.

- ① Nesse percurso, o desconto oferecido pela TBA é superior a 40%.
- ② O maior percentual de desconto é oferecido pela VASP.
- ③ Se uma companhia de turismo oferece um desconto adicional de 10% sobre o valor da passagem promocional da VARIG, então o desconto total obtido pelo cliente é inferior a 30%.
- ④ Se um passageiro adquiriu, pela VASP, uma passagem financiada em três parcelas (1 entrada + 2 prestações mensais e iguais), então o valor da prestação será superior a R\$ 133,00.
- ⑤ Se, em uma companhia de turismo, é possível adquirir uma passagem com 10% de desconto para pagamento à vista ou em três pagamentos mensais e iguais, antecipados, então a taxa mensal de juros cobrada no financiamento é inferior a 10%.

19) (PERITO CRIMINAL DPF/97) Final de ano favorece compra de carros novos

“Essa é a hora de comprar carro porque os preços baixaram”, diz uma vendedora. Antes do pacote econômico, um Gol 1.6 custava cerca de R\$ 19 mil. Agora, o mesmo carro pode ser comprado por R\$ 15 mil. Joel adquiriu uma Parati, que custa R\$ 20 mil, pagando R\$ 10 mil de entrada e financiando o restante em 24 meses, postecipados. “O preço final vai ficar 40% mais caro, mas as prestações são fixas”, diz ele.

O planejamento é o caminho que o marceneiro Juvenal encontrou para trocar de carro. Ele pretende comprar um Monza 93, que, à vista, custa R\$ 8 mil, em 24 prestações fixas e postecipadas de R\$ 350,00, uma entrada de R\$ 1.500,00, mais três parcelas de R\$ 800,00.

O analista de sistemas Valtécio fez diferente. Pagou à vista R\$ 21.500,00 por uma Parati de quatro portas. “O preço caiu bastante. Me deram um desconto de RS 3 mil”, comemora ele.

O Palio ED custa, em uma concessionária, R\$ 13.554,00 e pode ser pago em uma entrada de 20%, mais 36 prestações mensais e postecipadas de R\$ 489,00.

Correio Braziliense, 4/12/1997 (com adaptações).

i	$(1+i)^{24}$	$\frac{1 - (1+i)^{-36}}{i}$
1,0%	1,27	30,11
1,5%	1,43	27,66
2,0%	1,61	25,49
2,5%	1,81	23,56
3,0%	2,03	21,83

Com base nessas informações e com o auxílio da tabela acima, julgue os itens que se seguem.

- ① Valtécio recebeu um desconto inferior a 10% na compra de seu carro novo.
- ② O sistema de amortização utilizado no financiamento pretendido por Juvenal é a Tabela Price.
- ③ Nas condições apresentadas, o preço final pago pelo Palio ED estará acrescido de menos de 40% de seu valor inicial.
- ④ O Palio ED está sendo financiado a uma taxa mensal superior a 2,5%.
- ⑤ O juro mensal pago por Joel é inferior a 2,5% a.m.

20) (BB/SUL/1999) Na tabela abaixo, que apresenta três opções de um plano de previdência privada com investimentos mensais iguais por um período de 10 anos, a uma mesma taxa de juros, capitalizados mensalmente, o valor de X será:

Valor (em reais)	
investido mensalmente	a receber após 10 anos
200,00	41.856,00
500,00	104.640,00
1.000,00	x

- a) inferior a R\$ 200.000,00;
- b) superior a R\$ 200.000,00 e inferior a R\$ 205.000,00;
- c) superior a R\$ 205.000,00 e inferior a R\$ 210.000,00;
- d) superior a R\$ 210.000,00 e inferior a R\$ 215.000,00;
- e) superior a R\$ 215.000,00.

21) (BB/SUL/1999) Carlos comprou um computador a prazo, em cinco parcelas iguais e sucessivas, cada uma delas de valor X, a serem pagas de 30 em 30 dias, vencendo a primeira 30 dias após a compra. No dia subsequente ao fechamento do negócio, Carlos decidiu renegociar a dívida, propondo saldá-la com um único pagamento (Y) no dia do vencimento da terceira parcela do plano original. Se a taxa de juros envolvida nessa negociação for de 8% para cada período de 30 dias, para que as duas propostas de pagamento do computador sejam equivalentes, o quociente Y/X deverá ser igual a:

- a) $\frac{(1,08)^5 - 1}{0,08(1,08)^2}$;
- b) $\frac{8(1,08)^2}{(1,08)^5 - 1}$; e)
- c) $\frac{1 - (1,08)^{-5}}{0,08(1,08)^2}$;
- d) $\frac{[(1,08)^5 - 1]0,08}{(1,08)^2}$;
- e) $\frac{(0,08)^3 [1 - (1,08)^{-2}]}{1,08}$.

- 22) (BB/SUL/1999) Na tabela abaixo, que apresenta algumas células sem valores numéricos, os dados referem-se a um empréstimo bancário de R\$ 10.000,00, entregues no ato e sem prazo de carência, à taxa de juros de 12% ao ano, para pagamento em 6 meses pela Tabela *Price*. Com relação a essa situação, julgue os itens abaixo.

Meses	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	10.000,00	0	0	0
1	8.374,52			
2			83,75	
3	5.074,64	1.658,15	67,33	
4	3.399,91	1.674,73	50,75	
5				
6	0,00			

- I. O valor da quinta prestação será superior a R\$ 1.700,00.
II. Imediatamente após ser paga a segunda prestação, o saldo devedor será inferior a R\$ 7.000,00.
III. O valor correspondente aos juros pagos na sexta prestação será inferior a R\$ 20,00.

Assinale a opção correta.

- a) Apenas o item I está certo.
b) Apenas o item II está certo.
c) Apenas os itens I e III estão certos.
d) Apenas os itens II e III estão certos.
e) Todos os itens estão certos.

- 23) (DPF-Perito Contábil/2002)

Julgue os seguintes itens.

- ① Se de uma mistura homogênea, formada por 102 l de gasolina e 30 l de álcool retira-se uma certa quantidade contendo 10 l de álcool, então, em litros, a quantidade retirada da mistura é igual à metade da que sobrou.
② Se uma pessoa adquire uma mercadoria, dando R\$ 3.000,00 de entrada e, 45 dias após, quita a dívida, pagando R\$ 1.080,00 de juros, à taxa anual de juros simples de 96%, então essa mercadoria foi vendida por mais de R\$ 13.500,00.
③ Se um banco paga uma taxa nominal de juros compostos de 10% a.a. e a capitalização é semestral, então a taxa efetiva anual é superior a 10%.
④ Considere que, utilizando o desconto comercial simples (por fora), um título de valor final de R\$ 20.000,00 foi descontado por um cliente, faltando 4 meses para seu vencimento, em um banco que cobra a taxa de juros de 60% a.a. Nessa situação, a taxa real de custo para o cliente foi de 25% ao quadrimestre.
⑤ Sabe-se que, aplicando R\$ 10.000,00 por 3 anos, a uma taxa de juros compostos de 30% a.a., obtém-se um montante igual a R\$ 21.970,00. Nesse caso, para se obter o mesmo montante, aplicando-se a mesma quantia pelos mesmos 3 anos, mas com os juros sendo compostos semestralmente, a taxa de juros semestral deve ser de 15%.

24) (MJ/DPF – Perito Contábil/2002)**No sistema de juros compostos, julgue os itens que se seguem.**

- ① Considere que uma nota promissória com valor de face de R\$ 10.000,00, cujo termo é de 3 anos a juros compostos de 3% a.m., foi descontada 1 ano antes do seu vencimento, usando-se o desconto racional composto (por dentro) a uma taxa corrente de 60% a.a. Nesse caso, supondo que $(1,03)^{36} = 2,9$, conclui-se que o valor do desconto foi de R\$ 12.745,00.
- ② Se, em um determinado período, a taxa de juros aparente foi de 23,20% a.a. e a taxa real de juros foi de 10% a.a., então a taxa de inflação do período foi de 12%.
- ③ Considere que uma mercadoria seja vendida em prestações bimestrais de R\$ 2.000,00, vencendo a primeira no fim de um ano após a compra e a última, no fim de dois anos e meio após a compra, à taxa de juros bimestrais de 10%. Nessa situação, supondo $(1,1)^{-5} = 0,6209$ e $(1,1)^{-15} = 0,2394$, o valor atual da mercadoria (valor à vista) é superior a R\$ 7.000,00.
- ④ Suponha que um comprador dispõe de duas propostas para adquirir um produto de R\$ 1.296,00. Proposta A: pagamento à vista, com desconto de 20% sobre o valor do produto. Proposta B: uma entrada de R\$ 432,00 e duas prestações mensais e consecutivas de R\$ 432,00.
- ⑤ Suponha que, para uma mercadoria cujo custo de fabricação é de R\$ 650,00, pagam-se, sobre o preço de venda, 15% de impostos e 10% referentes à propaganda. Para se obter um lucro de 10% sobre o preço de venda, essa mercadoria deverá ser vendida por mais de R\$ 1.200,00.

25) (UnB/Cespe-MJ/DPF-Perito Contábil/2002)**Para um empréstimo de R\$ 100.000,00, a ser pago em 5 parcelas anuais e postecipadas, com juros compostos de 12% a.a., julgue os itens abaixo.**

- ① Se for adotado o sistema americano de amortização, então o valor total do pagamento, incluindo os juros e o principal, será maior que R\$ 170.000,00.
- ② Se o tomador do empréstimo pretende formar um fundo por meio de 5 depósitos anuais, ao final de cada ano, em uma instituição financeira que paga juros compostos de 10% a.a., de tal forma que, no fim do financiamento, ele possua R\$ 100.000,00 para quitar o principal pelo sistema americano, então, considerando $(1,1)^5 = 1,6105$, ele deverá fazer um depósito anual maior que R\$ 17.000,00.
- ③ Se for usado o sistema francês (Tabela *Price*), então, considerando $(1,12)^{-5} = 0,5674$, a prestação anual será menor que R\$ 28.000,00.
- ④ Pela Tabela *Price*, a primeira amortização terá um valor menor que R\$ 16.000,00.
- ⑤ Pela Tabela *Price*, o total de juros pagos ao término da amortização será igual a R\$ 60.000,00.

26) (Perito Contábil PF/2004) Se, à taxa de juros simples de 0,75% ao mês, ao final de 4 meses, uma aplicação paga R\$ 108,00 de juros, então o capital aplicado originalmente foi superior a R\$ 3.500,00.**27) (Perito Contábil PF/2004) Considere que um capital é investido à taxa de juros compostos de 20% ao ano, por um período de 4 anos. Nessa situação, ao final do período de aplicação, o montante será superior ao dobro do capital inicial.****28) (Perito Contábil PF/2004) Considere que a taxa efetiva anual de uma aplicação financeira em que se pratica uma taxa fixa de juros compostos com capitalização**

semestral é igual a 21%. Nessa situação, a taxa nominal de juros paga por essa aplicação é inferior a 19%.

- 29) (Perito Contábil PF/2004) Considere que, em um determinado período, o produto da taxa real de um investimento pela taxa de inflação é igual a 0,0002. Se, nesse período, a taxa aparente desse investimento é igual a 3,32%, então a soma da taxa real do investimento com a taxa de inflação é inferior a 3,1%.
- 30) (Perito Contábil PF/2004) O período que um capital deve ficar aplicado à taxa de juros simples de 8% ao mês, para que o montante final obtido seja igual a 3 vezes o capital inicial, é inferior a 26 meses.
- 31) (Perito Contábil PF/2004) Considere que um título de valor nominal igual a R\$ 20.000,00 tenha sido descontado 1 ano antes de seu vencimento, usando-se o desconto comercial simples, e que o desconto tenha sido igual a R\$ 2.000,00. Nessa situação, a taxa anual efetiva dessa operação foi inferior a 10,5%.
- 32) (Perito Contábil PF/2004) Considere que, em uma loja, um televisor seja vendido à vista por R\$ 2.325,00 ou por 20% do valor à vista como entrada e mais 2 prestações mensais iguais e sucessivas, a primeira vencendo 1 mês após a compra, calculadas, considerando-se uma taxa de juros compostos de 5% ao mês. Nessa situação, supondo que $(1,05)^{-1} = 0,95$ e que $(1,05)^{-2} = 0,91$, então, para que as duas formas de pagamento sejam equivalentes (tenham o mesmo valor atual), o valor de cada prestação deverá ser superior a R\$ 1.100,00.
- 33) (Perito Contábil PF/2004) Considere que um empréstimo de R\$ 42.000,00 deva ser quitado em 8 prestações anuais iguais e sucessivas, com a primeira prestação vencendo 1 ano após o empréstimo, usando-se o sistema de amortização constante (SAC). Nessa situação, se a primeira prestação for de R\$ 8.400,00, então a taxa de juros compostos dessa operação será superior a 6% ao ano.
- Considere que um banco empresta dinheiro a uma taxa de juros compostos de 10% ao mês. Em face dessa consideração, julgue os itens que se seguem (34 e 35).
- 34) (UnB/Cespe-AGE/ES) Nas condições especificadas, por um empréstimo de R\$ 1.000,00 para ser pago ao final de 3 meses, pagam-se mais que R\$ 340,00 de juros.
- 35) (UnB/Cespe-AGE/ES) A taxa quadrimestral equivalente à taxa de juros praticada pelo banco é inferior a 50%.
- 36) (UnB/Cespe-AGE/ES) Se uma taxa nominal de juros compostos de 40% ao semestre é capitalizada trimestralmente, então a taxa trimestral efetiva de juros compostos praticada nessa capitalização é de 44%.
- 37) (UnB/Cespe-AGE/ES) Considere que, em determinado ano, uma financeira cobrou uma taxa aparente anual de juros compostos de 116%. Nesse ano, se a taxa de inflação foi de 20%, então a taxa real de juros cobrada pela financeira foi inferior a 75%.
- 38) (UnB/Cespe-AGE/ES) Considere que um título de valor nominal igual a R\$ 10.000,00 foi resgatado 2 meses antes de seu vencimento e que a taxa de desconto composto racional, praticada nessa transação, era de 10% ao mês. Nessa situação, o valor do desconto foi superior a R\$ 2.000,00.
- 39) (UnB/Cespe-AGE/ES) Considere que uma pessoa deseje acumular o montante de R\$ 77.500,00, ao fim de 24 meses, por meio de 24 depósitos iguais e mensais, com o primeiro depósito feito na data de hoje, em uma aplicação que paga juros compostos de 2% ao mês. Nessa situação, tomando-se 1,64 como valor aproximado para $1,02^{25}$, o valor de cada depósito deve ser superior a R\$ 2.600,00.

- 40) (UnB/Cespe-AGE/ES) Considere que um apartamento seja vendido por R\$ 300.000,00, sendo que 20% desse valor deve ser pago como entrada e o restante, financiado em 60 parcelas mensais e sucessivas, pelo sistema de amortização constante (SAC). Nesse caso, se a taxa de juros compostos do financiamento for de 4% ao mês e se a primeira parcela vencer ao final do primeiro mês da compra, então o valor da primeira prestação será superior a R\$ 13.000,00.
- 41) (UnB/Cespe-AGE/ES) Considere que uma máquina seja vendida à vista por R\$ 10.000,00 ou a prazo, com 15% do preço à vista de entrada e mais 2 parcelas mensais e sucessivas de R\$ 4.410,00, com a primeira parcela vencendo 1 mês após a compra. Nessa situação, se o comprador puder conseguir um empréstimo a uma taxa de juros compostos de 5% ao mês, então a sua melhor alternativa para aquisição da máquina será a compra a prazo.
- Uma empresa deseja comprar um equipamento com vida economicamente útil de 5 anos, pelo preço à vista de R\$ 10.000,00, sendo que, ao término desse prazo, o bem adquirido poderá ser vendido por R\$ 2.000,00. Os custos anuais de manutenção desse bem são de R\$ 1.500,00, pagos ao final de cada ano. Com essa compra, a empresa economizará, ao fim de cada ano, a quantia de R\$ 4.000,00. A propósito desses dados, supondo que a taxa de juros compostos do mercado seja de 10% ao ano e tomando 0,62 como valor aproximado para $1,1^{-5}$, julgue os itens que se seguem.
- 42) (UnB/Cespe-AGE/ES) Na data da compra, o valor atual do montante correspondente à compra à vista, acrescido dos valores atuais das manutenções e subtraído do valor atual da venda do equipamento, ao término do período de 5 anos, é inferior a R\$ 14.000,00.
- 43) (UnB/Cespe-AGE/ES) Se a empresa não efetuar a compra, então o valor atual na data de hoje das despesas decorrentes da falta do equipamento durante 5 anos será superior a R\$ 15.500,00.
- 44) (UnB/Cespe-AGE/ES) O valor da primeira amortização será inferior a R\$ 1.600,00.
- 45) (UnB/Cespe-AGE/ES) Imediatamente após o pagamento da 12ª parcela, o saldo devedor será inferior a R\$ 42.000,00.
- 46) (UnB/Cespe-TRT/10ª REGIÃO) A taxa efetiva da poupança, de 0,5% ao mês, é proporcional à taxa efetiva anual, de 6,1678% ao ano.
- 47) (UnB/Cespe-TRT/10ª REGIÃO) O valor presente de um compromisso futuro de R\$ 10.000,00, a uma taxa de juros de 25% para o período, corresponde a R\$ 8.000,00.
- 48) (UnB/Cespe-MDIC/INMETRO/2001) Recentemente, órgãos de defesa do consumidor veicularam informações na imprensa a respeito de produtos que tiveram suas embalagens modificadas, com uma diminuição do conteúdo líquido, o que disfarçaria um aumento de preços. Ao realizar essa prática, uma fábrica que vendia sabão em pó em caixas de 1.000g do produto passou a vender, pelo mesmo preço, caixas de 900g em substituição àquelas. Nessa situação, o aumento nominal no preço do quilograma de sabão em pó dessa fábrica foi:
- inferior a 9%;
 - superior a 9% e inferior a 9,5%;
 - superior a 9,5% e inferior a 10,5%;
 - superior a 10,5% e inferior a 11,5%;
 - superior a 11,5%.

49) (UnB/Cespe-MDIC/INMETRO/2001) Com o objetivo de obter um aumento no preço de seu produto superior à inflação do período, uma fábrica que vendia biscoitos de chocolate em embalagens de 200g substituiu essas embalagens por outras de 180g, e passou a vender o produto com redução de 4% do preço original. Assumindo que a taxa de inflação do período tenha sido constante e igual a 0,5% ao mês, ao final do primeiro mês do início dessa prática, o aumento real no preço do quilograma desse produto foi:

- a) inferior a 5%;
- b) superior a 5% e inferior a 6%;
- c) superior a 6% e inferior a 7%;
- d) superior a 7% e inferior a 8%;
- e) superior a 8%.

50) (BB/2003) Fazendo o seu balanço anual de despesas, uma família de classe média verificou que os gastos com moradia foram o dobro dos gastos com educação; os gastos com alimentação foram 50% superiores aos gastos com educação; e, finalmente, os gastos com alimentação e educação, juntos, representaram o triplo dos gastos com saúde.

Com base na situação hipotética acima, julgue os itens que se seguem.

- 1. Os dados apresentados permitem concluir que os gastos com saúde foram superiores a R\$ 15.000,00.
- 2. É possível que essa família tenha gasto um total de R\$ 36.000,00 com o item moradia e um total de R\$ 28.000,00 com o item alimentação.
- 3. Os gastos com alimentação foram 80% superiores aos gastos com saúde.
- 4. Se os gastos com saúde foram superiores a R\$ 10.000,00, é correto afirmar que os gastos com educação foram superiores a R\$ 12.000,00.
- 5. Admitindo-se que a família não contraiu dívidas durante o ano em que foi efetuado o balanço, é correto concluir que sua renda anual foi superior a 6 vezes os seus gastos com saúde.

Considerando que, para conseguir a quantia necessária à aquisição de um bem, um indivíduo aplique seu capital, pelo período de 12 meses, em uma instituição financeira que pratica juros nominais compostos anuais de 6,6%, com capitalização mensal, julgue os itens subsequentes.

51) (Analista de Correios – 2011) O mesmo montante seria obtido com a aplicação do capital, pelo mesmo período, à taxa de juros simples trimestrais de 1,7%.

52) (Analista de Correios – 2011) Se o preço do bem a ser adquirido, ao final dos 12 meses, for igual a R\$ 2.136,00, então o capital a ser aplicado poderá ser inferior a R\$ 1.990,00.

Se, em um empréstimo quitado em quatro parcelas mensais, pelo sistema de amortização constante, os juros pagos na segunda prestação forem de R\$ 300,00 e a quarta prestação for igual a R\$ 2.100,00,

53) (Analista de Correios – 2011) a soma das quantias pagas pelo tomador do empréstimo será inferior a R\$ 9.100,00.

Um televisor, cujo preço à vista era R\$ 1.030,00, foi pago em 12 prestações mensais, iguais e consecutivas, tendo sido cobrada, nesse negócio, taxa mensal de juros compostos de 3%.

Com base nessas informações e considerando 0,7 como o valor aproximado de $1,03^{-12}$, julgue os itens que se seguem.

- 54) (Analista de Correios – 2011) Se a primeira prestação foi paga no ato da compra, então o valor de cada prestação foi inferior a R\$ 101,00.**
- 55) (Analista de Correios – 2011) Se a primeira prestação foi paga um mês após a compra, então o valor de cada prestação foi superior a R\$ 104,00.**

Uma promissória no valor de R\$ 12.500,00, com vencimento em dois meses, foi descontada em um banco que pratica a taxa de desconto simples por fora de 10% ao mês.

A respeito desta situação e considerando 1,118 como o valor aproximado para $1,25^{1/2}$, julgue os itens seguintes.

- 56) (Analista de Correios – 2011) Como o detentor da promissória deveria pagar R\$ 12.500,00 ao final dos dois meses, é correto afirmar que o banco cobrou do cliente uma taxa de juros compostos mensais superior a 11,5%.**

Provas da Fundação Getulio Vargas – FGV

As provas da FGV estão cada vez mais recorrentes e possuem algumas particularidades que podem ser facilmente notadas pela resolução dos exercícios a seguir apresentados. Por isso, este capítulo pode ser muito útil em uma preparação específica para concursos elaborados por esta banca examinadora. Além do mais, as questões são úteis na preparação de quaisquer concursos.

- 1) (SEFAZ – RJ/2011) Um título com valor de R\$ 15.000,00 a vencer em 4 meses é descontado no regime de juros simples a uma taxa de desconto “por fora” de 6,25% ao mês. O valor presente do título é igual a

- a) R\$ 9.750.
- b) R\$ 12.000.
- c) R\$ 11.769.
- d) R\$ 10.850.
- e) R\$ 11.250.

- 2) (SEFAZ – RJ/2011)

ANO	A	B
1	60.000	X
4	65.000	78.000
7	100.000	50.000

A tabela acima indica dois fluxos de caixa. Sabendo-se que a taxa é de 10% ao ano, juros simples, o valor de X que torna os dois fluxos de caixa equivalentes é

- a) 67.500.
 - b) 81.250.
 - c) 88.500.
 - d) 76.575.
 - e) 78.500.
- 3) (SEFAZ – RJ/2011) Em um período de um ano, a taxa aparente de juros foi de 15%, e a taxa de inflação, de 5%. Assim, a taxa real foi de
- a) 9,52%.
 - b) 8,95%.
 - c) 10,00%.
 - d) 7,50%.
 - e) 20,75%.

- 4) **(SEFAZ – RJ/2011) Um indivíduo tem uma dívida de R\$ 500,00, cuja taxa de juros é de 10% ao mês, juros compostos. Após três meses, essa dívida é**
- a) R\$ 675,00.
 - b) R\$ 650,00.
 - c) R\$ 645,50.
 - d) R\$ 655,50.
 - e) R\$ 680,50.
- 5) **(SEFAZ – RJ/2011) O valor do desconto racional composto de um título cujo valor nominal é R\$ 25.000,00, se o prazo de vencimento é de 2 anos e a taxa de desconto é de 25% ao ano, é**
- a) R\$ 6.500,00.
 - b) R\$ 5.875,50.
 - c) R\$ 7.247,50.
 - d) R\$ 7.500,00.
 - e) R\$ 9.000,00.
- 6) **(SEFAZ – RJ/2011) Um indivíduo deixa de pagar um título no valor de R\$ 2.000,00, atrasando o pagamento em três meses. A taxa de juros, juros simples, é de 35% ao ano. Ao pagar o título, seu valor é**
- a) R\$ 2.250,00.
 - b) R\$ 2.325,00.
 - c) R\$ 2.175,00.
 - d) R\$ 2.155,00.
 - e) R\$ 4.100,00.
- 7) **(SEFAZ – RJ/2011) O número de anos para que um capital quadruplique de valor, a uma taxa de 5% ao mês, juros simples, é de**
- a) 7,50.
 - b) 3,80.
 - c) 4,50.
 - d) 5,00.
 - e) 6,00.
- 8) **(SEFAZ – RJ/2010) No regime de juros compostos, a taxa de juros semestral equivalente à taxa de 125% ao ano é igual a:**
- a) 45%.
 - b) 50%.
 - c) 61,25%.
 - d) 62,25%.
 - e) 275%.
- 9) **(SEFAZ – RJ/2010) Uma quantia foi aplicada durante um ano à taxa de 10% ao ano e a seguir, o valor resultante foi reaplicado, por mais um ano, a juros de 20% ao ano. Ambas as taxas são juros compostos. Para que a mesma quantia, aplicada durante igual período, resultasse no mesmo montante, deveria ser aplicada à taxa anual efetiva única de:**
- a) 14,89%.
 - b) 15,25%.
 - c) 16,33%.
 - d) 18,45%.
 - e) 20,00%.

- 10) (SEFAZ – RJ/2010) Com relação aos diferentes sistemas de amortização, analise as afirmativas a seguir:**
- I. Segundo o Sistema de Amortização Constante, para um empréstimo de R\$ 50.000,00, a ser amortizado em 25 vezes a uma taxa de juros de 5% ao mês, o valor acumulado das três primeiras prestações é de R\$ 12.700,00.**
 - II. No Sistema Francês de Amortização as prestações são crescentes, com juros decrescentes.**
 - III. No Sistema Americano de Amortização, para um empréstimo de R\$ 50.000,00, a ser amortizado em 25 vezes a uma taxa de juros de 5% ao mês, o valor acumulado das três primeiras prestações é de R\$ 7.500,00.**
- Assinale:**
- a) se somente as afirmativas I e II estiverem corretas.
 - b) se somente as afirmativas I e III estiverem corretas.
 - c) se somente a afirmativa III estiver correta.
 - d) se somente as afirmativas II e III estiverem corretas.
 - e) se todas as afirmativas estiverem corretas.
- 11) (SEFAZ – RJ/2010) Uma empresa parcela a venda de seus produtos que podem ser financiados em duas vezes, por meio de uma série uniforme de pagamentos postecipada. A taxa de juros efetiva cobrada é de 10% ao mês no regime de juros compostos e o cálculo das parcelas é feito considerando-se os meses com 30 dias.**
- Se um indivíduo comprar um produto por R\$ 1.000,00, o valor de cada prestação mensal será:**
- a) R\$ 525,68.
 - b) R\$ 545,34.
 - c) R\$ 568,24.
 - d) R\$ 576,19.
 - e) R\$ 605,00.
- 12) (SEFAZ – RJ/2010) Um indivíduo comprou um título perpétuo que paga R\$ 500,00 por semestre. Sabendo que a taxa de juros anual, juros compostos, é de 21%, o valor presente desse título é:**
- a) R\$ 4.761,90.
 - b) R\$ 5.000,00.
 - c) R\$ 6.857,25.
 - d) R\$ 7.500,00.
 - e) R\$ 25.000,00.
- 13) (SEFAZ – RJ/2010) Um indivíduo adquiriu uma moto, no valor de R\$ 19.804,84 a ser paga em 36 prestações pelo Sistema Price de Amortização. Ao final do 12º mês ele ainda deve R\$ 14.696,13. Sabendo-se que a taxa de juros do empréstimo é de 2% ao mês e que a prestação tem o valor de R\$ 777,00, o saldo devedor, após o pagamento da próxima prestação, será de:**
- a) R\$ 14.000,00.
 - b) R\$ 14.147,53.
 - c) R\$ 14.198,84.
 - d) R\$ 14.213,05.
 - e) R\$ 14.322,01.

- 14) (SEFAZ – RJ/2010) Com relação aos diferentes tipos de *desconto simples* analise as afirmativas a seguir:**
- I. O desconto racional (por dentro), no regime de capitalização simples, é dado pela diferença entre o valor futuro e o valor presente.**
 - II. O desconto comercial (por fora), no regime de capitalização simples, é dado pela relação $D = VF \cdot d \cdot n$, no qual VF é o valor futuro, d é a taxa de desconto por período e n é o número de períodos de desconto.**
 - III. o desconto bancário é o contrato pelo qual o banco (descontador) antecipa ao cliente (descontário) o valor de um crédito.**
- Assinale:**
- a) se somente as afirmativas I e II estiverem corretas.
 - b) se somente as afirmativas I e III estiverem corretas.
 - c) se somente a afirmativa III estiver correta.
 - d) se somente as afirmativas II e III estiverem corretas.
 - e) se todas as afirmativas estiverem corretas.
- 15) (SEFAZ – RJ/2010) Um empréstimo foi feito à taxa de juros real de 20%. Sabendo-se que a inflação foi de 10% no período, a taxa de juros aparente é:**
- a) 12%.
 - b) 22%.
 - c) 28%.
 - d) 30%.
 - e) 32%.
- 16) (SEFAZ – RJ/2010) Um título com três anos até o vencimento tem valor futuro de R\$ 10.000,00. Sabendo-se que um banco apresenta uma taxa de desconto composto comercial de 50% ao ano, o valor presente desse título é:**
- a) R\$ 1.250,00.
 - b) R\$ 2.000,00.
 - c) R\$ 3.333,33.
 - d) R\$ 4.000,00.
 - e) R\$ 5.000,00.

Capítulo 12

Provas da FCC

- 1) **(SEFAZ – SP/2006)** Uma pessoa aplicou um capital em um Banco que remunera os depósitos de seus clientes a uma taxa de juros simples de 12% ao ano. Completando 6 meses, ela retirou o montante correspondente a esta aplicação e utilizou R\$ 20.000,00 para liquidar uma dívida nesse valor. O restante do dinheiro, aplicou em um outro Banco, durante um ano, a uma taxa de juros simples de 1,5% ao mês. No final do período, o montante da segunda aplicação apresentou um valor igual a R\$ 28.933,60. A soma dos juros das duas aplicações é igual a
- a) R\$ 10.080,00
 - b) R\$ 8.506,80
 - c) R\$ 7.204,40
 - d) R\$ 6.933,60
 - e) R\$ 6.432,00
- 2) **(SEFAZ – SP/2006)** Um comerciante poderá escolher uma das opções abaixo para descontar, hoje, um título que vence daqui a 45 dias.
- I. Banco A: a uma taxa de 2% ao mês, segundo uma operação de desconto comercial simples, recebendo no ato o valor de R\$ 28.178,50.
 - II. Banco B: a uma taxa de 2,5% ao mês, segundo uma operação de desconto racional simples.
- Utilizando a convenção do ano comercial, caso opte por descontar o título no Banco B, o comerciante receberá no ato do desconto o valor de
- a) R\$ 27.200,00
 - b) R\$ 27.800,00
 - c) R\$ 28.000,00
 - d) R\$ 28.160,00
 - e) R\$ 28.401,60
- 3) **(SEFAZ – SP/2006)** Uma programação de investimento consiste na realização de três depósitos consecutivos de valores iguais efetuados no início de cada ano. O resgate dos respectivos montantes será feito de uma só vez, três anos após a data do primeiro depósito. Considerando uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, e sabendo-se que a soma dos montantes no ato do resgate foi igual a R\$ 43.692,00, conclui-se que o valor de cada depósito é igual a
- a) R\$ 10.000,00
 - b) R\$ 10.500,00
 - c) R\$ 11.000,00
 - d) R\$ 11.500,00
 - e) R\$ 12.000,00

- 4) (SEFAZ – SP/2006) Um título é descontado dois anos antes de seu vencimento, a uma taxa positiva i ao ano. Se for utilizado o desconto racional composto, o valor atual do título é igual a R\$ 25.000,00 e, se for utilizado o desconto comercial composto, o valor atual é igual a R\$ 23.040,00. O valor nominal deste título é igual a

a) R\$ 40.000,00
 b) R\$ 36.000,00
 c) R\$ 34.000,00
 d) R\$ 32.000,00
 e) R\$ 30.000,00

- 5) (SEFAZ – SP/2006) Uma dívida decorrente de um empréstimo deverá ser liquidada por meio de 120 prestações mensais e consecutivas, vencendo a primeira um mês após a data do empréstimo. Considerando que foi utilizado o Sistema de Amortização Constante (SAC) a uma taxa de 2% ao mês, verifica-se que o valor da última prestação é igual a R\$ 1.275,00. O saldo devedor da dívida, imediatamente após o pagamento da 50ª prestação, é

a) R\$ 87.500,00
 b) R\$ 86.250,00
 c) R\$ 75.000,00
 d) R\$ 68.750,00
 e) R\$ 62.500,00

- 6) (SEFAZ – SP/2006) A tabela abaixo apresenta os valores dos Fatores de Recuperação de Capital (FRC) para a taxa de juros compostos de 2% ao período:

Número de períodos (n)	10	11	12	13
FRC	0,111	0,102	0,095	0,088

$$\text{FRC} = \frac{(1,02)^n - 0,02}{(1,02)^n - 1}$$

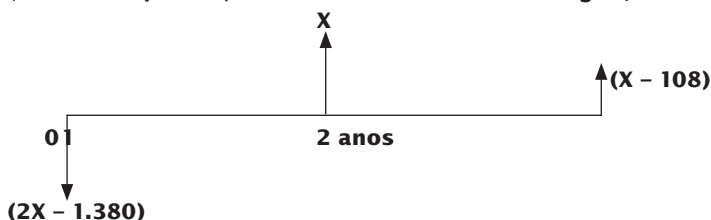
O preço de venda de um equipamento é igual a R\$ 100.000,00. Ele pode ser adquirido por uma das seguintes opções:

- I. À vista, com 10% de desconto sobre o preço de venda.
- II. Em 12 prestações mensais, iguais e consecutivas, com a primeira prestação sendo paga no ato da compra.

Utilizando o critério do desconto racional composto a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, tem-se que o valor de cada prestação da opção II que torna equivalentes, no ato da compra, os pagamentos efetuados pelas duas opções é, desprezando os centavos, igual a

a) R\$ 9.500,00
 b) R\$ 9.180,00
 c) R\$ 8.550,00
 d) R\$ 8.330,00
 e) R\$ 8.150,00

- 7) (SEFAZ – SP/2006) Considere o fluxo de caixa a seguir, com os valores em reais.



- Se a taxa interna de retorno deste fluxo é igual a 8%, o valor de X é igual a**
- a) R\$ 5.230,00
 - b) R\$ 5.590,00
 - c) R\$ 5.940,00
 - d) R\$ 6.080,00
 - e) R\$ 6.160,00
- 8) (AFRE – PB/2006) Certas operações podem ocorrer por um período de apenas alguns dias, tornando conveniente utilizar a taxa diária e obtendo os juros segundo a convenção do ano civil ou do ano comercial. Então, se um capital de R\$ 15.000,00 foi aplicado por 5 dias à taxa de juros simples de 9,3% ao mês, em um mês de 31 dias, o módulo da diferença entre os valores dos juros comerciais e dos juros exatos é**
- a) R\$ 7,50
 - b) R\$ 15,00
 - c) R\$ 22,50
 - d) R\$ 30,00
 - e) R\$ 37,50
- 9) (AFRE – PB/2006) Um investidor aplica em um determinado banco R\$ 10.000,00 a juros simples. Após 6 meses, resgata totalmente o montante de R\$ 10.900,00 referente a esta operação e o aplica em outro banco, durante 5 meses, a uma taxa de juros simples igual ao dobro da correspondente à primeira aplicação. O montante no final do segundo período é igual a**
- a) R\$ 12.862,00
 - b) R\$ 12.750,00
 - c) R\$ 12.650,00
 - d) R\$ 12.550,00
 - e) R\$ 12.535,00
- 10) (AFRE – PB/2006) Ao descontar em um banco, 2 meses antes de seu vencimento, um título de valor nominal igual a R\$ 30.000,00, uma empresa recebe na data da operação de desconto comercial simples o valor de R\$ 28.500,00. Utilizando a mesma taxa de desconto anterior e ainda a operação de desconto comercial simples, descontando um título de valor nominal de R\$ 24.000,00, 3 meses antes de seu vencimento, receberá**
- a) R\$ 20.000,00
 - b) R\$ 21.000,00
 - c) R\$ 22.000,00
 - d) R\$ 22.200,00
 - e) R\$ 22.500,00
- 11) (AFRE – PB/2006) A taxa de juros nominal de 36% ao ano, com capitalização mensal, corresponde a uma taxa efetiva de**
- a) 9% ao trimestre.
 - b) $[(1,03)^2 - 1]$ ao bimestre.
 - c) $12 \cdot [(1,36)^{1/12} - 1]$ ao ano.
 - d) $(1,36 - 1)$ ao semestre.
 - e) $[(1,36)^{1/12} - 1]$ ao mês.
- 12) (AFRE – PB/2006) Um capital no valor de R\$ 20.000,00 foi investido a uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, durante 2 anos e 3 meses. O montante no final do período, adotando a convenção linear, foi igual a**
- a) R\$ 22.755,00
 - b) R\$ 23.780,00
 - c) R\$ 24.805,00
 - d) R\$ 24.932,05
 - e) R\$ 25.500,00

- 13) (AFRE – PB/2006) Um título é resgatado 2 anos antes do vencimento, segundo o critério do desconto racional composto. Se a taxa utilizada foi de 10% ao ano e o valor do desconto resultou em R\$ 4.620,00, o valor nominal do título é
- R\$ 26.620,00
 - R\$ 26.015,00
 - R\$ 25.410,00
 - R\$ 24.805,00
 - R\$ 24.200,00
- 14) (AFRE – PB/2006) Dois títulos cujos valores nominais são R\$ 16.500,00 e R\$ 26.620,00, vencíveis no fim de 1 ano e 3 anos, respectivamente, serão substituídos por um único título equivalente, vencendo no final de 2 anos. Adotando a operação do desconto racional composto à taxa de juros compostos de 10% ao ano, o valor nominal deste único título é
- R\$ 47.432,00
 - R\$ 44.770,00
 - R\$ 44.165,00
 - R\$ 42.350,00
 - R\$ 39.200,00

Instruções: Para a resolução das questões de números 15 a 17, utilize a tabela financeira abaixo (Taxa de juros nominal de 24% ao ano, com capitalização mensal)

NÚMERO DE MESES (n)	PAGAMENTO ÚNICO	SÉRIE DE PAGAMENTOS IGUAIS	
	FAC	FAC	FRC
1	1,02	1,00	1,02
2	1,04	2,02	0,52
3	1,06	3,06	0,35
4	1,08	4,12	0,26
5	1,10	5,20	0,21
6	1,13	6,31	0,18
7	1,15	7,43	0,15
8	1,17	8,58	0,14
9	1,20	9,75	0,12
10	1,22	10,95	0,11
11	1,24	12,17	0,10
12	1,27	13,41	0,09
13	1,29	14,68	0,09
14	1,32	15,97	0,08
15	1,35	17,29	0,08
16	1,37	18,64	0,07
17	1,40	20,01	0,07
18	1,43	21,41	0,07
19	1,46	22,84	0,06
20	1,49	24,3	0,06

FAC (Fator de Acumulação de Capital, Pagamento Único) = $(1,02)^n$

FAC (Fator de Acumulação de Capital, Série de Pagamentos Iguais) = $(1,02)^n - 1 / 0,02$

FRC (Fator de Recuperação de Capital, Série de Pagamentos Iguais) = $(1,02)^n \times 0,02 / (1,02)^n - 1$

Para o cálculo do Fator de Valor Atual (FVA), Série de Pagamentos Iguais, considerar $FVA = 1 / FRC$

- 15) (AFRE – PB/2006)** Um investidor deposita, no início de cada mês, o valor de R\$ 1.000,00, durante 10 meses, em um banco que remunera a uma taxa de 24% ao ano, com capitalização mensal. Decide resgatar todo o montante correspondente a esta operação somente no início do 13º mês. O valor deste resgate é
- a) R\$ 10.335,00
b) R\$ 11.388,00
c) R\$ 11.607,00
d) R\$ 13.034,00
e) R\$ 14.680,00
- 16) (AFRE – PB/2006)** Paulo comprou um automóvel em 10 prestações mensais, iguais e consecutivas, no valor de R\$ 4.400,00 cada uma, vencendo a primeira 1 mês após a data da compra. A agência de automóveis trabalha com uma taxa de juros compostos de 2% ao mês. Se Paulo propusesse à agência quitar a dívida em 15 prestações, vencendo também a primeira 1 mês após a data da compra, o valor da prestação seria de
- a) R\$ 3.140,00
b) R\$ 3.200,00
c) R\$ 3.360,00
d) R\$ 3.410,00
e) R\$ 3.600,00
- 17) (AFRE – PB/2006)** Uma loja oferece a um cliente 2 opções referentes à compra de determinada marca de televisor:
- I. À vista, no valor de R\$ 4.000,00, sem desconto.
II. R\$ 500,00 de entrada mais 9 prestações mensais, iguais e consecutivas à taxa de juros compostos de 2% ao mês, vencendo a primeira 2 meses após a data da compra.
- O valor de cada prestação em (II) que torna os pagamentos das duas opções equivalentes, segundo o critério do desconto racional composto à taxa de juros compostos de 2% ao mês, é
- a) R\$ 499,80
b) R\$ 490,00
c) R\$ 489,60
d) R\$ 480,00
e) R\$ 428,40
- 18) (AFTM – SP/2007)** Uma pessoa necessita efetuar dois pagamentos, um de R\$ 2.000,00 daqui a 6 meses e outro de R\$ 2.382,88 daqui a 8 meses. Para tanto, vai aplicar hoje a juros simples o capital C à taxa de 3% ao mês, de forma que:
- daqui a 6 meses possa retirar todo o montante, efetuar o pagamento de R\$ 2.000,00 e, nessa data, aplicar o restante a juros simples, à mesma taxa, pelo resto do prazo;
 - daqui a 8 meses possa retirar todo o montante da segunda aplicação e efetuar o segundo pagamento, ficando com saldo nulo e sem sobras.
- Nessas condições, o valor de C é igual a
- a) R\$ 3.654,00
b) R\$ 3.648,00
c) R\$ 3.640,00
d) R\$ 3.620,00
e) R\$ 3.600,00

- 19) (AFTM – SP/2007) Um capital de R\$ 10.000,00 foi aplicado no dia primeiro de junho e no último dia de julho foi resgatado todo o montante de R\$ 11.082,30. Nesse período, as taxas de inflação foram, respectivamente:

Junho: 2%

Julho: 2,5%

A taxa real desse investimento, nesse período, foi de

- a) 6,32%
b) 6,00%
c) 5,50%
d) 5,00%
e) 4,50%
- 20) (AFTM – SP/2007) Uma dívida de R\$ 4.999,50 vai ser paga em 4 parcelas mensais, a primeira delas vencendo ao completar um mês da data do empréstimo, com taxa de juros de 3% ao mês, pelo sistema francês de amortização. Abaixo tem-se o quadro de amortização, incompleto.

Data	Prestação	Cota de juros	Cota de amortização	Saldo devedor
0				4.999,50
1	1.345,00	s	t	3.804,49
2	1.345,00	u	v	2.573,62
3	1.345,00	w	x	1.305,83
4	1.345,00	y	z	0

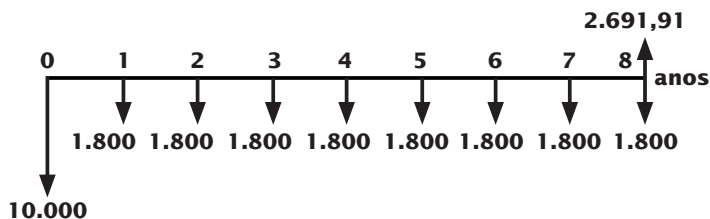
Completando o quadro, verifica-se que o valor aproximado de

- a) s é R\$ 151,30.
b) t é R\$ 1.210,02.
c) u + y é R\$ 153,30.
d) x – w é R\$ 1.159,80.
e) v + z é R\$ 2.573,62.
- 21) (AFTM – SP/2007) Considere a tabela abaixo, que apresenta valores de:
- $$(1+i)^n \text{ e } an-i = \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \text{ para } i = 0,30.$$

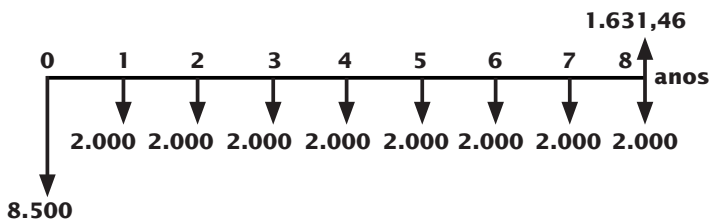
N	$(1+i)^n$	$an-i$
1	1,3	0,7692
2	1,69	1,3609
3	2,197	1,8161
4	2,8561	2,1662
5	3,7129	2,4356
6	4,8268	2,6427
7	6,2749	2,8021
8	8,1573	2,9247
9	10,6045	3,0190
10	13,7858	3,0915

Uma determinada peça pode ser produzida indistintamente pela máquina A ou pela máquina B. Uma empresa deseja produzir essa peça e tem hoje duas opções:

Opção I) Adquirir a máquina A pelo preço à vista de R\$ 10.000,00, com custo de manutenção anual de R\$ 1.800,00, vida útil de 8 anos e valor residual de R\$ 2.691,91, representada pelo fluxo de caixa abaixo (valores em reais):



Opção II) Adquirir a máquina B pelo preço à vista de R\$ 8.500,00, com custo de manutenção anual de R\$ 2.000,00, vida útil de 8 anos e valor residual de R\$ 1.631,46, representada pelo fluxo de caixa abaixo (valores em reais):



Se AI e AII são respectivamente os módulos dos valores atuais dos fluxos das opções I e II, na data de hoje, com uma taxa mínima de atratividade de 30% ao ano, então

- a) $AII - AI = R\$ 785,06$
 - b) $AII - AI = R\$ 1.045,06$
 - c) $AII - AI = R\$ 2.030,04$
 - d) $AI - AII = R\$ 785,06$
 - e) $AI - AII = R\$ 1.045,06$
- 22) (Câmara Dep. / 2007) Um capital foi aplicado a juros simples, a uma taxa de 24% ao ano, durante 20 meses. Um outro capital, de valor igual ao dobro do anterior, foi aplicado a juros compostos, a uma taxa de 10% ao ano, durante dois anos. Se a soma dos juros auferidos pelas duas aplicações foi igual a R\$ 16.400,00, então a soma dos respectivos montantes foi igual a**
- a) R\$ 64.800,00
 - b) R\$ 66.400,00
 - c) R\$ 72.600,00
 - d) R\$ 76.400,00
 - e) R\$ 84.000,00
- 23) (Câmara Dep. / 2007) Um título é descontado 2 meses antes de seu vencimento, a uma taxa de 4% ao mês, segundo uma operação de desconto comercial simples. Um outro título de valor nominal igual a R\$ 24.000,00 é descontado 4 meses antes de seu vencimento, a uma taxa de 5% ao mês, com a utilização de uma operação de desconto racional simples. Se o valor do desconto apurado no primeiro caso é exatamente igual à metade do valor do desconto apurado no segundo, então o valor nominal do primeiro título é**
- a) R\$ 20.000,00
 - b) R\$ 22.000,00
 - c) R\$ 22.500,00
 - d) R\$ 24.000,00
 - e) R\$ 25.000,00

- 24) (Câmara Dep. / 2007) Uma dívida no valor de R\$ 46.200,00, na data de hoje, deverá ser quitada por meio de duas prestações de valores iguais, vencível a primeira daqui a um ano e a segunda daqui a dois anos. Considerando o critério do desconto financeiro composto a uma taxa de juros de 20% ao ano, tem-se que o valor de cada prestação é igual a
- a) R\$ 30.240,00
 - b) R\$ 27.720,00
 - c) R\$ 25.200,00
 - d) R\$ 24.960,00
 - e) R\$ 24.720,00
- 25) (MPE-RS/2008) Uma pessoa investe em um banco um capital C, durante 9 meses, a uma taxa de juros simples de 27% ao ano. No final do período, ela resgata todo o montante e o investe totalmente em outro banco, a uma taxa de juros simples de 36% ao ano, durante 10 meses. Verificando-se que o montante referente ao segundo investimento foi igual a R\$ 18.759,00, tem-se que o valor de C, em R\$, é igual a
- a) 13.000,00
 - b) 14.000,00
 - c) 11.000,00
 - d) 10.000,00
 - e) 12.000,00
- 26) (MPE-RS/2008) Um banco concede um financiamento de R\$ 150.000,00 para a compra de um imóvel. A dívida deverá ser liquidada em 120 prestações mensais e consecutivas, de acordo com o Sistema de Amortização Constante (SAC), vencendo a primeira prestação um mês após a realização do contrato. Sabendo-se que a taxa de juros é de 1% ao mês, tem-se que o valor da 50ª prestação, em R\$, é igual a
- a) 2.150,00
 - b) 2.100,00
 - c) 2.112,50
 - d) 2.125,00
 - e) 2.137,50
- 27) (MPE-RS/2008) Um empréstimo no valor de R\$ 100.000,00 deverá ser pago através de 30 prestações mensais, iguais e consecutivas, vencendo a primeira um mês após a realização do empréstimo. Sabe-se que foi utilizado o Sistema Francês de Amortização (Tabela Price), a uma taxa de juros compostos de 3% ao mês, com a informação de que o Fator de Recuperação de Capital correspondente é igual a 0,0510. O valor dos juros incluídos no valor da segunda prestação, em R\$, é igual a
- a) 2.912,50
 - b) 2.937,00
 - c) 2.163,00
 - d) 2.968,50
 - e) 2.263,45
- 28) (INFRAERO/2009) Uma pessoa tomou dinheiro emprestado a juros simples durante 18 meses, tendo pago, ao final do período, o principal e mais R\$ 14.400,00 a título de juros. Se ela tivesse tomado emprestado um capital duas vezes maior, à mesma taxa de juros e no mesmo período, ela teria pago

- um montante de R\$ 80.000,00. O valor do capital que ela efetivamente tomou emprestado na operação correspondeu a, em R\$,**
- a) 51.200,00
 - b) 40.000,00
 - c) 28.800,00
 - d) 25.600,00
 - e) 20.520,00
- 29) (INFRAERO/2009) Uma pessoa adquiriu um CDB – Certificado de Depósito Bancário prefixado com vencimento em 60 dias, cujo valor de resgate era R\$ 212.000,00. O valor pago pelo investidor no CDB foi R\$ 200.000,00. No mesmo período, a economia registrou uma deflação de 1%. A taxa de juros real paga recebida pelo investidor na operação foi**
- a) igual a 5%
 - b) maior que 5% mas inferior a 6%
 - c) igual a 6%
 - d) maior que 6%, mas inferior a 7%
 - e) maior que 7%
- 30) (INFRAERO/2009) Antônio aplicou R\$ 12.000,00 em um banco que remunera os depósitos de seus clientes a juros simples, a uma taxa de 1,5% ao mês. Após 8 meses, ele resgata todo o montante e o aplica totalmente em um outro banco, durante um ano, a juros compostos, a uma taxa de 5% ao semestre. No final da segunda aplicação, o valor do montante é de**
- a) R\$ 15.214,50
 - b) R\$ 14.817,60
 - c) R\$ 14.784,40
 - d) R\$ 13.800,00
 - e) R\$ 13.230,00
- 31) (INFRAERO/2009) Um título de valor nominal igual a R\$ 20.000,00 é descontado 3 meses antes de seu vencimento apresentando um valor atual de R\$ 18.800,00, segundo uma operação de desconto comercial simples. Um outro título de valor nominal igual a R\$ 25.000,00, descontado 2 meses antes de seu vencimento, com a mesma taxa mensal e operação de desconto do primeiro título, apresenta um desconto de valor igual a**
- a) R\$ 1.500,00
 - b) R\$ 1.200,00
 - c) R\$ 1.000,00
 - d) R\$ 900,00
 - e) R\$ 750,00
- 32) (INFRAERO/2009) Um capital de valor igual a R\$ 10.000,00 é aplicado durante um ano apresentando, no final, um montante igual a R\$ 11.275,00. Se a taxa real de juros correspondente a esta aplicação foi de 10%, tem-se que a inflação no período considerado foi de**
- a) 1,75%
 - b) 2,00%
 - c) 2,25%
 - d) 2,50%
 - e) 2,75%

- 33) (BB/2010) Um capital é aplicado, durante 8 meses, a uma taxa de juros simples de 15% ao ano, apresentando um montante igual a R\$ 13.200,00 no final do prazo. Se este mesmo capital tivesse sido aplicado, durante 2 anos, a uma taxa de juros compostos de 15% ao ano, então o montante no final deste prazo seria igual a
- a) R\$ 17.853,75.
 - b) R\$ 17.192,50.
 - c) R\$ 16.531,25.
 - d) R\$ 15.870,00.
 - e) R\$ 15.606,50.
- 34) (BB/2010) Um título descontado 2 meses antes de seu vencimento, segundo uma operação de desconto racional simples e com a utilização de uma taxa de desconto de 18% ao ano, apresenta um valor atual igual a R\$ 21.000,00. Um outro título de valor nominal igual ao dobro do valor nominal do primeiro título é descontado 5 meses antes de seu vencimento, segundo uma operação de desconto comercial simples e com a utilização de uma taxa de desconto de 2% ao mês. O valor atual deste segundo título é de
- a) R\$ 42.160,80.
 - b) R\$ 41.529,60.
 - c) R\$ 40.664,40.
 - d) R\$ 39.799,20.
 - e) R\$ 38.934,00.
- 35) (BB/2010) Um empréstimo no valor de R\$ 80.000,00 deverá ser pago por meio de 5 prestações mensais, iguais e consecutivas, vencendo a primeira um mês após a data da concessão do empréstimo. Sabe-se que foi utilizado o Sistema Francês de Amortização (Tabela Price) com uma taxa de juros compostos de 3% ao mês, encontrando-se R\$ 17.468,00 para o valor de cada prestação. Imediatamente após o pagamento da primeira prestação, se S representa o percentual do saldo devedor com relação ao valor do empréstimo, então
- a) $81\% \leq S < 82\%$
 - b) $80\% \leq S < 81\%$
 - c) $79\% \leq S < 80\%$
 - d) $78\% \leq S < 79\%$
 - e) $77\% \leq S < 78\%$
- 36) (BB/2010) Uma máquina com vida útil de 3 anos é adquirida hoje (data 0) produzindo os respectivos retornos: R\$ 0,00 no final do primeiro ano, R\$ 51.480,00 no final do segundo ano e R\$ 62.208,00 no final do terceiro ano. O correspondente valor para a taxa interna de retorno encontrado foi de 20% ao ano. Então, o preço de aquisição da máquina na data 0 é de
- a) R\$ 86.100,00.
 - b) R\$ 78.950,00.
 - c) R\$ 71.750,00.
 - d) R\$ 71.500,00.
 - e) R\$ 71.250,00.
- 37) (METRÔ – SP/2010) Um capital no valor de R\$ 15.000,00 é aplicado durante dois anos a uma taxa de juros compostos de 8% ao ano. Um outro capital é aplicado durante 16 meses a uma taxa de juros simples de 15% ao ano, apresentando um montante igual ao montante apresentado na primeira aplicação.

A soma dos juros correspondentes às duas aplicações é igual a

- a) R\$ 5.832,00.
- b) R\$ 5.473,00.
- c) R\$ 5.534,00.
- d) R\$ 5.626,00.
- e) R\$ 5.412,00.

38) (METRÔ – SP/2010) Numa mesma data, uma empresa desconta duas duplicatas da seguinte maneira:

- **Primeira duplicata:** valor nominal de R\$ 12.000,00, descontada 45 dias antes de seu vencimento, apresentando um valor atual igual a R\$ 11.460,00.
- **Segunda duplicata:** descontada 60 dias antes de seu vencimento, apresentando um desconto igual a R\$ 1.320,00, com a mesma taxa de desconto utilizada na primeira duplicata.

Considerando, em ambos os casos, a operação de desconto bancário simples e a convenção do mês comercial, tem-se que a empresa recebeu na data dos descontos o valor total correspondente de

- a) R\$ 32.140,00.
- b) R\$ 32.200,00.
- c) R\$ 32.800,00.
- d) R\$ 32.600,00.
- e) R\$ 33.200,00.

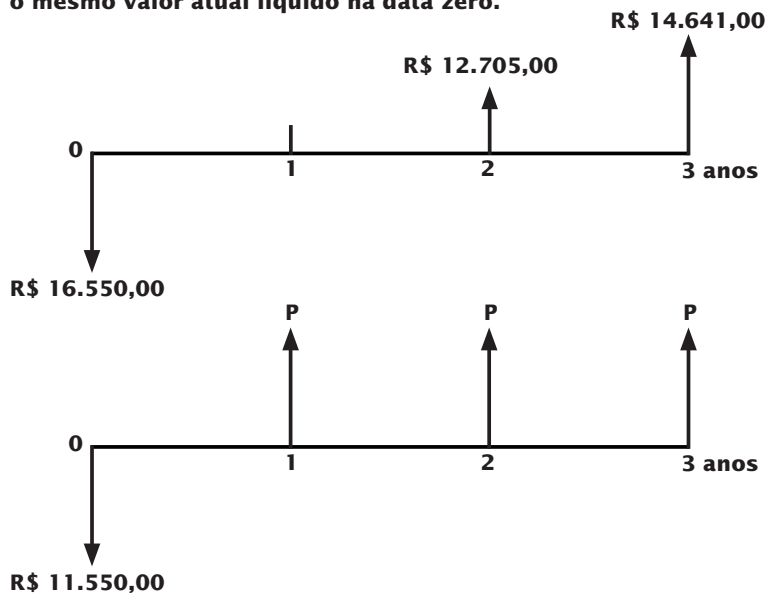
39) (METRÔ – SP/2010) Um televisor é vendido pela Loja M pelo preço à vista de R\$ 6.420,00, sem desconto. Um comprador poderá adquirir este televisor através de 20 prestações mensais e consecutivas de valores iguais, com a primeira prestação sendo paga no ato da compra. O saldo devedor, isto é, o preço à vista menos o valor da primeira prestação, deverá ser liquidado segundo o sistema francês de amortização, a uma taxa de juros compostos de 3% ao mês. Considere que o fator de recuperação de capital (FRC) correspondente de 19 meses para a taxa de juros compostos de 3% ao mês é igual a 0,070 . O valor de cada prestação é igual a

- a) R\$ 380,00.
- b) R\$ 360,00.
- c) R\$ 420,00.
- d) R\$ 449,40.
- e) R\$ 430,00.

40) (METRÔ – SP/2010) Uma dívida no valor de R\$ 150.000,00 deverá ser liquidada pelo sistema de amortizações constantes (SAC) através de 60 prestações mensais e consecutivas, vencendo a primeira prestação um mês após a contração da dívida. Se o valor da 51ª prestação é igual a R\$ 3.200,00, então a taxa de juros mensal correspondente à liquidação desta dívida é de

- a) 1,4%.
- b) 2,8%.
- c) 2,4%.
- d) 2,1%.
- e) 3,5%.

- 41) (METRÔ – SP/2010) A uma taxa mínima de atratividade de 10% ao ano, os dois fluxos de caixa abaixo, referentes a dois projetos de investimento, apresentam o mesmo valor atual líquido na data zero.



O valor de P, correspondente ao segundo fluxo, é igual a

- a) R\$ 7.719,80.
 b) R\$ 7.986,00.
 c) R\$ 6.442,04.
 d) R\$ 6.655,00.
 e) R\$ 7.320,50.
- 42) (METRÔ – SP/2010) Um investidor aplica, no início de um ano, o capital de R\$ 25.000,00 e resgata, no final de dois anos, todo o montante de R\$ 27.170,00 resultante desta aplicação. A taxa de inflação do primeiro ano da aplicação foi de 4%.
- Verificando-se que, no final do período de aplicação, a taxa real de juros correspondente foi nula, tem-se que a taxa de inflação referente ao segundo ano foi de
- a) 4,75%.
 b) 4,68%.
 c) 4,50%.
 d) 4,80%.
 e) 5,00%.
- 43) (BB/2011) Pretendendo fazer uma viagem à Europa, Mazza foi certo dia a uma Agência do Banco do Brasil comprar euros e dólares. Sabe-se que ela usou R\$ 6.132,00 para comprar € 2.800,00 e que, com R\$ 4.200,00 comprou US\$ 2.500,00. Com base nessas duas transações, é correto afirmar que, nesse dia, a cotação do euro em relação ao dólar, era de 1 para
- a) 1,3036.
 b) 1,3606.
 c) 1,3844.
 d) 1,4028.
 e) 1,4204.

- 44) (BB/2011) Um capital foi aplicado a juros simples, à taxa anual de 36%. Para que seja possível resgatar-se o quádruplo da quantia aplicada, esse capital deverá ficar aplicado por um período mínimo de:**
- a) 7 anos, 6 meses e 8 dias.
 - b) 8 anos e 4 meses.
 - c) 8 anos, 10 meses e 3 dias.
 - d) 11 anos e 8 meses.
 - e) 11 anos, 1 mês e 10 dias.
- 45) (BB/2011) Uma duplicata foi descontada em R\$ 700,00, pelos 120 dias de antecipação. Se foi usada uma operação de desconto comercial simples, com a utilização de uma taxa anual de desconto de 20%, o valor atual do título era de:**
- a) R\$ 7.600,00.
 - b) R\$ 8.200,00.
 - c) R\$ 9.800,00.
 - d) R\$ 10.200,00.
 - e) R\$ 10.500,00.
- 46) (BB/2011) Saulo aplicou R\$ 45.000,00 em um fundo de investimento que rende 20% ao ano. Seu objetivo é usar o montante dessa aplicação para comprar uma casa que, na data da aplicação, custava R\$ 135.000,00 e se valoriza à taxa anual de 8%. Nessas condições, a partir da data da aplicação, quantos anos serão decorridos até que Saulo consiga comprar tal casa?**
- a) 15.
 - b) 12.
 - c) 10.
 - d) 9.
 - e) 6.
- 47) (BB/2011) Certo mês, um comerciante promoveu uma liquidação em que todos os artigos de sua loja tiveram os preços rebaixados em 20%. Se, ao encerrar a liquidação o comerciante pretende voltar a vender os artigos pelos preços anteriores aos dela, então os preços oferecidos na liquidação devem ser aumentados em**
- a) 18,5%.
 - b) 20%.
 - c) 22,5%.
 - d) 25%.
 - e) 27,5%.
- 48) (BB/2011) Um capital de R\$ 10.500,00 foi aplicado a juros simples. Sabendo que a taxa de juros contratada foi de 42% ao ano, então, não tendo sido feito qualquer depósito ou retirada, o montante de R\$ 11.725,00 estará disponível a partir de quanto tempo da data de aplicação?**
- a) 4 meses.
 - b) 3 meses e 20 dias.
 - c) 3 meses e 10 dias.
 - d) 3 meses.
 - e) 2 meses e 20 dias.
- 49) (BB/2011) Uma duplicata no valor de R\$ 6.900,00 foi resgatada 3 meses antes de seu vencimento. Considerando que a taxa anual de desconto comercial simples foi de 48%, então, se o valor atual dessa duplicata era X reais, é correto afirmar que**
- a) $X \leq 5.700$.
 - b) $5.700 < X \leq 5.800$.
 - c) $5.800 < X \leq 5.900$.
 - d) $5.900 < X \leq 6.000$.
 - e) $X > 6.000$.

Capítulo 13

Resolução dos testes

I. REGRA DE TRÊS

- 1) **Oitenta quilogramas de trigo fornecem 48kg de farinha. Quantos quilogramas de trigo serão necessários para produzir 196,8kg dessa farinha?**

- a) 238kg.
- b) 832kg.
- c) 382kg.
- d) 283kg.
- e) 328kg.

Solução

Trata-se de uma regra de três simples e direta, pois as grandezas são diretamente proporcionais, já que, quanto maior a quantidade de trigo, maior será a quantidade de farinha produzida. Então a sua solução envolve o seguinte conceito:

$A \times B1 = A1 \times B$, logo tem-se:

(A) 80kg trigo $\longrightarrow$ 48kg farinha (B)

(A1) Xkg trigo $\longrightarrow$ 196,8kg de farinha (B1)

$$80\text{kg} \times 196,8\text{kg} = X \times 48\text{kg}$$

$$X = 80\text{kg trigo} \times 196,8\text{kg farinha} / 48\text{kg farinha}$$

$$X = 80 \times 196,8 / 48$$

X = 328kg de trigo serão necessários para produzir 196,8kg de farinha, o que corresponde à letra “E”.

- 2) **Se XYKO dirige seu veículo a uma velocidade média de 60km/h, faz determinado percurso em 2 horas. Se, ao voltar desse seu passeio, imprimir velocidade média de 80km/h, em quanto tempo fará o percurso?**

- a) 1h 50min.
- b) 1h 40min.
- c) 1h 30min.
- d) 1h 20min.
- e) 1h 10min.

Solução

Perceba que as variáveis envolvidas no exercício são a velocidade e o tempo. Sabe-se que, quanto maior a velocidade adotada, menor será o tempo gasto para percorrer

certo trecho. Assim, as grandezas são inversamente proporcionais. Logo, o raciocínio a empregar é aquele da multiplicação na linha.

$A \times B = A1 \times B1$, então tem-se a seguinte solução:

(A) 60km/h $\longrightarrow$ 2h (B)

(A1) 80km/h $\longrightarrow$ Xh (B1)

$$60\text{km/h} \times 2\text{h} = 80\text{km/h} \times X\text{h}$$

$$X = 60\text{km/h} \times 2\text{h} / 80\text{km/h}$$

$$X = 60 \times 2 / 80$$

$X = 1,5$ horas, isto é, 1h e 30min, o que corresponde à alternativa “C”.

3) Uma polia dá 390 voltas em 13 segundos. Quantas voltas terá dado em um minuto e meio?

- a) 270 voltas.
- b) 300 voltas.
- c) 3000 voltas.
- d) 2700 voltas.
- e) 330 voltas.

Solução

As grandezas envolvidas no exercício são o número de voltas que uma polia dá e o tempo gasto para tanto. Quanto mais tempo a polia ficar girando, maior será o número de voltas dadas; logo, a relação é diretamente proporcional. Assim, tem-se a seguinte solução:

390 voltas $\longrightarrow$ 13seg

X voltas $\longrightarrow$ 90seg (1min e 30seg)

$$390 \text{ voltas} \times 90\text{seg} = X \text{ voltas} \times 13\text{seg}$$

$$390 \times 90 = X \times 13$$

$$X = 390 \times 90 / 13$$

$X = 2.700$ voltas; portanto, a resposta correta é a letra “D”.

4) A piscina da casa da Dinda enche em 6 horas se for servida por um determinado registro. Outro tipo de registro faria o mesmo em 4 horas. Após a piscina estar vazia e fechado o ralo, quanto tempo o Nando terá que esperar para nadar na piscina cheia, se os dois tipos de registros forem abertos simultaneamente?

- a) 2h 24min.
- b) 2h 40min.
- c) 3h 10min.
- d) 3h 20min.
- e) 3h 30min.

Solução

Problemas desse tipo apresentam diversas soluções, inclusive com emprego de média harmônica.

Aqui vai se fugir um pouco da aplicação da regra de três, pois empregar-se-á outra forma, mais simples, de solucionar o exercício.

Na primeira forma de resolver, suponha-se que L seja a quantidade de litros que a piscina comporta. Se, com o primeiro registro aberto, a piscina enche em 6 horas, então a vazão (fluxo da água) é igual a $L/6$. Com o segundo registro aberto, a piscina enche em 4 horas, então a vazão (fluxo da água) é igual a $L/4$. Assim:

Vazão com o primeiro registro aberto = $L/6$

Vazão com o segundo registro aberto = $L/4$

Vazão com os dois registros abertos = $L/6 + L/4$

Tempo gasto para encher a piscina com os dois registros abertos = T

Como a vazão é igual à capacidade da piscina (L) dividida pelo tempo gasto para enchê-la (T), tem-se que:

$$(L/6) + (L/4) = L/T \text{ (media harmônica)}$$

Assim, após se calcular o mmc, que é $12T$, e dividir toda a equação por L , eliminando-o, a equação fica:

$$2T + 3T = 12$$

$$5T = 12$$

$$T = (12/5) \text{ horas} = 12 \times 60 / 5 \text{ min} = 144 \text{ min} = 2 \text{ h } 24 \text{ min}$$

Uma outra forma de resolver esse tipo de problema, desde que ele seja identificado como se tratando de média harmônica, é utilizar a seguinte expressão para a solução:

$T = P/S$, onde T = tempo; P é o produto dos dois tempos; e S é a soma dos dois tempos.

Assim, tem-se:

$$T = (6h \times 4h) / (6h + 4h)$$

$$T = 24h^2 / 10h$$

$T = 2,4$ horas, isto é, 2h e 24min; logo, a alternativa correta é a letra "A".

- 5) (Cespe/95 – TCU) Um carro movido a gasolina faz 12km por litro. Sabe-se que o preço do litro de álcool é fixado pelo governo como sendo 75% do preço do litro de gasolina. Um carro a álcool passa a ser mais econômico, quando comparado com um carro a gasolina, a partir de um rendimento mínimo de X km por litro. X é igual a:

- | | |
|---------|---------|
| a) 7,5; | d) 9,0; |
| b) 8,0; | e) 9,5. |
| c) 8,5; | |

Solução

O exercício requer os conceitos de porcentagens que serão vistos no capítulo seguinte. Porém, para avançar o raciocínio, tentar-se-á resolvê-lo por aqui mesmo.

Veja que o elemento de comparação é a quilometragem por litro do carro a gasolina. Logo, esta quilometragem deve receber o percentual de 100%. Assim, o exercício passa a ser uma regra de três simples e direta, visto que as grandezas são diretamente proporcionais, isto é, quanto menor o preço do litro do combustível, menor poderá ser a quilometragem por litro, considerando o gasto constante.

$$12\text{km/l} \longrightarrow 100\%$$

$$X\text{km/l} \longrightarrow 75\%$$

$$X = 12\text{km/l} \times 75\% / 100\%$$

$$X = (12 \times 75) / 100$$

$X = 9,0\text{km/l}$. Portanto, a resposta correta é a letra "D".

- 6) **(Analista do Orçamento 98 – Carlos Chagas)** Com 1.260kg de matéria-prima, uma fábrica pode produzir 1.200 unidades diárias de certo artigo, durante 7 dias. Nessas condições, com 3.780kg de matéria-prima, por quantos dias será possível sustentar uma produção de 1.800 unidades diárias desse artigo?

- a) 14. d) 9.
b) 12. e) 7.
c) 10.

Solução

O problema envolve três variáveis; portanto, está-se diante de uma regra de três composta. Existem duas relações envolvidas no problema. A primeira diz respeito às unidades diárias produzidas e ao número de dias de produção. Esta relação é inversamente proporcional, pois, quanto maior o número de unidades diárias produzidas, menor será o número de dias necessários para consumir a matéria-prima. A segunda relação envolvida é o número de dias de produção e a matéria-prima disponível. Neste caso, quanto maior a quantidade de matéria-prima, maior será o número de dias necessários para consumi-la; logo, esta relação é direta. Assim, está-se diante do conceito de que:

$$\begin{array}{llll} 7 \text{ d (A)} & \longrightarrow & 1.200 \text{ unid.} & \text{(B)} \longrightarrow 1.260\text{kg} \quad \text{(C)} \\ X \text{ d (A1)} & \longrightarrow & 1.800 \text{ unid.} & \text{(B1)} \longrightarrow 3.780\text{kg} \quad \text{(C1)} \end{array}$$

$A \times B \times C1 = A1 \times B1 \times C$. Tem-se, portanto, a seguinte solução:

$$7 \text{ d} \times 1.200 \text{ unid.} \times 3.780\text{kg} = X \text{ d} \times 1.800 \text{ unid.} \times 1.260\text{kg}$$

$$X = (7 \times 1.200 \times 3.780) / (1.800 \times 1.260)$$

$$X = 31.752.000 / 2.268.000$$

$X = 14$ dias. Portanto, a resposta correta é a letra “A”.

- 7) **(Analista do Orçamento 98 – Carlos Chagas)** Um atleta faz um treinamento cuja primeira parte consiste em sair de casa e correr em linha reta até certo local, à velocidade de 12km/h. Depois, sem intervalo, ele retorna andando a 8km/h. Se o tempo gasto nesse treinamento foi exatamente 3 horas, o tempo em que ele correu superou o tempo em que caminhou em:

- a) 36 minutos; d) 22 minutos;
b) 30 minutos; e) 15 minutos.
c) 25 minutos;

Solução

Perceba que o caminho percorrido de ida é exatamente igual ao caminho percorrido na volta. As variáveis envolvidas no problema são velocidade e tempo; logo, está-se diante de grandezas inversamente proporcionais.

O tempo total gasto para o percurso foi de 3 horas e o tempo de comparação é o tempo da caminhada. Então, pode-se estabelecer o seguinte raciocínio:

$$\begin{array}{ll} 12\text{km/h} & \longrightarrow X\% \\ 8\text{km/h} & \longrightarrow 100\% \end{array}$$

$$X = 12\text{km/h} \times 100\% / 8\text{km/h}$$

$$X = (12 \times 100) / 8$$

$$X = 150\%$$

Poder-se-ia dizer, então, que na corrida ele foi mais eficiente do que na caminhada em 50%!!!

- c) 42,7m.

Assim, tem-se a seguinte situação:

9) (Carlos Chagas – CEF /99) João e Maria acertaram seus relógios às 14 horas do dia 7 de março. O relógio de João adianta 20s por dia e o de Maria atrasa 16s por dia. Dias depois, João e Maria se encontraram e notaram uma diferença

de 4 minutos e 30 segundos entre os horários que seus relógios marcavam. Em que dia e hora eles se encontraram?

- a) Em 12/03, à meia-noite.
- b) Em 14/03, às 14h.
- c) Em 15/03, às 2h.
- d) Em 13/03, ao meio-dia.
- e) Em 14/03, às 22h.

Solução

Perceba que se um relógio adianta 20s por dia e o outro atrasa 16s por dia, então os dois relógios apresentam uma diferença diária de 36 segundos. Assim, considerando que um dia representa 24 horas e que 4 minutos e 30 segundos são 270 segundos, tem-se a seguinte solução:

$$24h \longrightarrow 36s$$

$$Xh \longrightarrow 270s$$

$$X = 24h \times 270s / 36s$$

$$X = 180h$$

Logo, João e Maria se encontraram 180 horas após o acerto de seus relógios. Veja que 180 horas representam 7,5 dias, ou seja, 7 dias e 12 horas. Logo, o encontro aconteceu no dia 15 de março, às duas horas da manhã!!!

A resposta correta é a letra “C”.

10) (Carlos Chagas – CEF /99) O faxineiro A limpa certo salão em 4 horas. O faxineiro B faz o mesmo serviço em 3 horas. Se A e B trabalharem juntos, em quanto tempo, aproximadamente, espera-se que o serviço seja feito?

- a) 2 horas e 7 minutos.
- b) 2 horas e 5 minutos.
- c) 1 hora e 57 minutos.
- d) 1 hora e 43 minutos.
- e) 1 hora e 36 minutos.

Solução

Trata-se de um problema de eficiência, já que um empregado é mais eficiente do que o outro. A eficiência é medida pelo inverso do tempo. Assim, as eficiências dos empregados são de $1/4$ e $1/3$. A eficiência dos dois empregados trabalhando juntos é igual a $[1/4 + 1/3]$. Portanto, o tempo gasto para ambos realizarem o serviço (T) é o inverso dessa eficiência, ou seja:

$$T = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}}$$

Para resolver o somatório das frações do denominador, deve-se obter o mínimo múltiplo comum (MMC) entre 3 e 4, que é igual a 12. Assim, a equação fica:

$$T = \frac{1}{\frac{3 \times 1}{12} + \frac{4 \times 1}{12}} = \frac{1}{\frac{3+4}{12}} = \frac{12}{7}$$

Uma outra possibilidade, de maneira direta, para aqueles que identificaram que o problema é de eficiência, basta empregar o conceito de $T = P / S$ (produto dividido pela soma) para resolver este exercício. Assim:

$$T = 1,714\text{h.}$$

T = 1 hora e aproximadamente mais 43 minutos. Logo, a resposta correta é a letra “D”.

- a) 2.535,00; d) 3.036,00;
b) 2.877,00; e) 3.250,00.
c) 2.958,00;

$X = \text{R\$ } 2.530,00$ (preço de venda).

$$PC = PV + 506 = 2.530 + 506 = \text{R\$ } 3.036,00$$

a) 140 pulos.
b) 130 pulos.
c) 110 pulos.

d) 100 pulos.
e) 120 pulos.

Ora, como o pulo do gato é igual a duas vezes o pulo do rato, então a cada dois pulos o gato diminui a diferença em meio pulo de gato. Assim, e considerando que a diferença inicial era de 30 pulos, tem-se:

Pulos de gato		Diferença
2		0,5
X		30

$X = 30 \times 2 / 0,5 = 120$ pulos de gato.

Resposta: letra “E”.

- 13) (Carlos Chagas – CEF /99) Numa pista circular de autorama, um carrinho vermelho dá uma volta a cada 72 segundos e um carrinho azul dá uma volta a cada 80 segundos. Se os dois carrinhos partiram juntos, quantas voltas terá dado o mais lento até o momento em que ambos voltarão a estar lado a lado no ponto de partida?**

- a) 6.
- b) 7.
- c) 8.
- d) 9.
- e) 10.

Solução

O carrinho vermelho é mais veloz e terá que dar uma volta a mais do que o carrinho azul para alcançá-lo.

Na solução do problema, deve-se lembrar que se trata de velocidade; logo, as grandezas envolvidas são inversamente proporcionais (distância percorrida e tempo).

Representando o número de voltas por n e sabendo que o carrinho mais veloz terá que dar uma volta a mais do que o mais lento, tem-se a seguinte solução:

$$\begin{array}{ll} 72 \text{ s} & \begin{array}{c} \square \square \rightarrow \\ \square \square \rightarrow \end{array} \quad n + 1 \\ 80 \text{ s} & \begin{array}{c} \square \square \rightarrow \\ \square \square \rightarrow \end{array} \quad n \end{array}$$

Como a relação é inversa, a multiplicação será na linha:

$$72 \times (n + 1) = 80 \times n$$

$$72n + 72 = 80n$$

$$80n - 72n = 72$$

$$8n = 72$$

$$n = 72 / 8$$

$$n = 9 \text{ voltas.}$$

Assim, o carrinho mais lento terá dado 9 voltas e o carrinho mais rápido terá dado 10 voltas até que eles se encontrem no ponto de partida.

Resposta correta: letra “D”.

- 14) (Carlos Chagas – CEF /99) Em 3 dias, 72.000 bombons são embalados, usando-se 2 máquinas embaladoras funcionando 8 horas por dia. Se a fábrica usar 3 máquinas iguais às primeiras, funcionando 6 horas por dia, em quantos dias serão embalados 108.000 bombons?**

- a) 3.
- b) 3,5.
- c) 4.
- d) 4,5.
- e) 5.

Solução

Tem-se as seguintes relações:

Nº de dias	Quantidade de Bombons	Nº de máquinas	Nº de horas trabalhadas
A 3	B 72.000	C 2	D 8
A1 X	B1 108.000	C1 3	D1 6

Analisando as relações existentes, encontram-se:

- 1) (nº de dias X produção) – se aumentar uma das variáveis, a outra também aumenta; logo, a relação entre estas duas variáveis é direta;
- 2) (produção X nº de máquinas) – aumentando o número de máquinas, aumenta a produção. As grandezas são diretamente proporcionais;
- 3) (nº de máquinas X nº de horas trabalhadas) – aumentando o número de máquinas, diminui o número de horas trabalhadas. Logo, estas grandezas são inversamente proporcionais.

Desta forma, a solução do problema será obtida da seguinte equação:

$$A \times B1 \times C \times D = A1 \times B \times C1 \times D1$$

$$3 \times 108.000 \times 2 \times 8 = X \times 72.000 \times 3 \times 6$$

$$X = \frac{3 \times 108.000 \times 2 \times 8}{72.000 \times 3 \times 6}$$

$$X = \frac{108 \times 2 \times 8}{72 \times 6}$$

$$X = 4 \text{ dias.}$$

Resposta correta: letra “C”.

- 15) (TFC/96) Uma viúva recebeu um terço da herança de seu marido, e cada um de seus três filhos recebeu um terço do restante. Sabe-se que a soma da parte da viúva com a de um de seus filhos foi igual a R\$ 45.000,00. O montante total da herança foi de:**

- | | |
|-------------------|--------------------|
| a) R\$ 50.625,00; | d) R\$ 90.000,00; |
| b) R\$ 67.500,00; | e) R\$ 101.250,00. |
| c) R\$ 81.000,00; | |

Solução

Se a viúva recebeu $\frac{1}{3}$ da herança, então sobraram $\frac{2}{3}$ desta herança para ser dividida entre os três filhos. A parte dos três filhos foi dividida em partes iguais. Assim:

$$\text{Viúva} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Cada filho} = \frac{1}{3} \text{ de } \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

Como $\frac{1}{3}$ é igual a $\frac{3}{9}$, então:

$$\text{Viúva} = \frac{3}{9}$$

$$\text{Filho A} = \frac{2}{9}$$

$$\text{Filho B} = \frac{2}{9}$$

$$\text{Filho C} = \frac{2}{9}$$

$$\text{Total} = \frac{9}{9}.$$

Se a soma da herança da viúva mais a de um filho foi de R\$ 45.000,00, então:

$$\begin{array}{rcl} 3/9 + 2/9 = & 5/9 & \Rightarrow 45.000,00 \\ & 9/9 & \Rightarrow X \end{array}$$

$$X = (45.000,00 \times 9/9) / (5/9)$$

$$X = \text{R\$ } 81.000,00.$$

Resposta: letra “C”.

- 16) (BB/SUL-Cespe/1999) Para fazer uma viagem ao exterior, um turista dispõe de R\$ 5.000,00 para comprar dólares. Parte desta quantia será usada para comprar dólares em espécie, a um custo de R\$ 2,00 por dólar, e a outra parte, na compra de cheques de viagem, a um custo de R\$ 1,95 por dólar. Sabendo que, em espécie e cheques de viagem, este turista obterá um total de 2.550 dólares ao realizar a transação de compra, a quantia de dólares em espécie que ele receberá será igual a:**

- a) 500;
- b) 550;
- c) 600;
- d) 650;
- e) 700.

Solução

A soma de dólares (D) em espécie e de cheques de viagem (C) é de 2.550 dólares. Em reais, a relação é de 2:1, no caso de dólares, e de 1,95:1, no caso de cheques de viagem, cuja soma é de R\$ 5.000,00. Assim, têm-se os seguintes sistemas:

$$D + C = 2.550 \quad (1)$$

$$2D + 1,95C = 5.000 \quad (2).$$

Multiplicando a expressão (1) por 2, tem-se:

$$2D + 2C = 5.100 \quad (3).$$

$$2D + 1,95C = 5.000 \quad (2)$$

Subtraindo (2) de (3), tem-se:

$$2D + 2C = 5.100 \quad (3)$$

$$2D + 1,95C = 5.000 \quad (2)$$

$$0,05C = 100$$

$$C = 100 / 0,05$$

$$C = 2.000.$$

Isto quer dizer que a quantidade de cheques de viagem é de 2.000 dólares.

Substituindo este valor em (1), tem-se:

$$D + 2000 = 2.550$$

$$D = 2.550 - 2.000$$

$$D = 550.$$

Ou seja, os dólares em espécie foram 550.

Resposta: letra “B”.

- 17) (TFC/98) Uma empresa, constituída em forma de sociedade anônima, possui o seu capital dividido em 350 milhões de ações. João, um acionista, possui 0,3% do capital dessa empresa. Considerando que uma assembleia geral dos acionistas aprovou uma bonificação em ações, na qual, para cada sete ações possuídas, o acionista recebe uma ação bonificada, com quantas ações ao todo João ficará após receber as ações bonificadas?**

- a) 120.000.
- b) 105.000.
- c) 900.000.
- d) 1.050.000.
- e) 1.200.000.

Solução

$$350.000.000 \text{ AÇÕES} = 100\%$$

$$x = 0,3\%$$

$$x = 350.000.000 \times 0,3 / 100$$

$$x = 1.050.000 \text{ ações possuídas por João antes da bonificação.}$$

Ações bonificadas: a cada 7 ações terá uma ação de bonificação:

$$7 \text{ ações} = 1 \text{ ação bonificada}$$

$$1.050.000 = Y \text{ ações bonificadas}$$

$$Y = 1.050.000 / 7 = 150.000 \text{ ações bonificadas.}$$

Assim, o total de ações de João, após a bonificação, é de 1.200.000 (1.050.000 ações normais mais 150.000 ações bonificadas).

Resposta correta: letra "E".

- 18) (TFC/98) Um serviço deve ser realizado por indivíduos com a mesma capacidade de trabalho e trabalhando independentemente um dos outros. Nessas condições, três indivíduos realizaram 40% do serviço em 30 horas de trabalho. À esta altura, se acrescentarmos dois novos indivíduos nas mesmas condições, em quantas horas o serviço estará terminado?**

- a) 18.
- b) 24.
- c) 27.
- d) 100/3.
- e) 75.

Solução

Foi informado que 3 indivíduos (I) realizaram 40% de determinado serviço em 30 horas. Questiona-se em quantas horas será realizado o restante do serviço (60%), utilizando 5 indivíduos.

Nº de horas	Nº de indivíduos	Serviço
A 30	B 3	C 40%
A1 X	B1 5	C1 60%

Como funcionam as relações entre as variáveis?

- 1) A relação entre horas trabalhadas e nº de indivíduos é inversa.
- 2) A relação entre o nº de indivíduos e produção é direta.

$$(A \times B = A1 \times B1).$$

$$Z = 12h \times 100\% / 150\%$$

$$Z = 1.200h / 150$$

$$Z = 8h$$

Logo, a resposta correta é a letra “E”.

- 2) (Carlos Chagas – CEF /99) Antonio tem 270 reais, Bento tem 450 reais e Carlos nada tem. Antonio e Bento dão parte do seu dinheiro a Carlos, de tal maneira que todos acabam ficando com a mesma quantia. O dinheiro dado por Antonio representa, aproximadamente, quanto por cento do que ele possuía?**
- a) 11,1.
b) 13,2.
c) 15,2.
d) 33,3.
e) 35,5.

Solução

Conforme se depreende do enunciado, Antônio, Bento e Carlos, após o ato de generosidade dos dois primeiros, acabam ficando com a mesma quantia. Para que isto ocorra, é necessário somar as quantias de cada um e, após, dividir o montante por três.

$$\text{Montante} = \text{R\$ } 270,00 + \text{R\$ } 450,00 + \text{R\$ } 0,00 = \text{R\$ } 720,00$$

$$\text{Valor individual} = \text{R\$ } 720,00 / 3 = \text{R\$ } 240,00.$$

Antônio, que possuía R\$ 270,00, ficará com R\$ 240,00; logo, cedeu a Carlos a quantia de R\$ 30,00.

O exercício solicita que se informe o percentual que representam os R\$ 30,00 cedidos por Antônio em relação à quantia que ele possuía inicialmente (R\$ 270,00).

R\$ 270,00 $\longrightarrow$ 100%

R\$ 30,00 $\longrightarrow$ X

$$R\$ 270,00 \times X = R\$ 30,00 \times 100\%$$

$$X = \text{R\$ } 30,00 \times 100\% / \text{R\$ } 270,00$$

$$X = 11,11\%.$$

A resposta correta é a letra “A”.

- 3) (CEB-Contador-IDR/94) Para obter um lucro de 25% sobre o preço de venda de um produto adquirido por R\$ 615,00, o comerciante deverá vendê-lo por quanto?
- a) R\$ 780,00. d) R\$ 860,00.
b) R\$ 820,00. e) R\$ 880,00.
c) R\$ 840,00.

Solução

Veja que a referência ou o paradigma é o preço de venda; logo, a ele deve ser atribuído o inteiro, isto é, 100%. Se o lucro é de 25% do valor da venda, então o preço de custo equivale a 75% do mesmo, já que o preço de venda consiste basicamente na soma do preço de custo com o lucro.

PV $\longrightarrow$ 100%
R\$ 615,00 $\longrightarrow$ 75% (100% – 25% lucro)
 $PV \times 75\% = R\$ 615,00 \times 100$
 $PV = R\$ 615,00 \times 100 / 75\%$
 $PV = 820,00$.

A resposta correta é a letra “B”.

- 4) (TTN/89) Antônio comprou um conjunto de sofás com um desconto de 20% sobre o preço de venda. Sabendo-se que o valor pago por Antônio foi de R\$ 1.200,00, de quanto era o preço de venda da mercadoria?**
- a) R\$ 1.500,00.
b) R\$ 1.000,00.
c) R\$ 1.200,00.
- d) R\$ 1.400,00.
e) R\$ 1.440,00.

Solução

Se Antônio pagou R\$ 1.200,00 e esse valor representa o preço de venda (PV) menos 20%, então ele pagou apenas 80% do PV. Assim, o preço de venda original do conjunto de sofás será determinado pela seguinte regra de três:

PV $\longrightarrow$ 100%
R\$ 1.200,00 $\longrightarrow$ 80%
 $PV \times 80\% = R\$ 1.200,00 \times 100\%$
 $PV = R\$ 1.200,00 \times 100\% / 80\%$
 $PV = R\$ 1.500,00$.

A resposta correta é a letra “A”.

- 5) (TTN/94) A empresa “Vestebem” comprou o produto A, pagando 10% de imposto sobre o preço de aquisição e 30% de despesa com transporte sobre o preço da mercadoria com imposto. Sabendo-se que na venda de A obteve um lucro de R\$ 143,00, correspondente a 20% sobre o preço de aquisição mais despesas (imposto e transporte), o preço de aquisição da mercadoria com o imposto foi de quanto?
- a) R\$ 765,00. d) R\$ 500,00.
b) R\$ 143,00. e) R\$ 550,00.
c) R\$ 715,00.

Solução

O preço de custo ou de aquisição é formado por todos os gastos necessários para a obtenção de uma mercadoria. No presente caso, o preço de custo (PC) é formado por preço de compra mais impostos e frete.

Sobre este PC, se obteve um lucro de 20%, correspondente a R\$ 143,00. Então, pode-se encontrar o PC pela aplicação da seguinte regra de três:

PC → 100%
R\$ 143,00 → 20%

$\text{PC} \times 20\% = \text{R\$ } 143,00 \times 100\%$
 $\text{PC} = \text{R\$ } 143,00 \times 100\% / 20\%$
 $\text{PC} = \text{R\$ } 715,00.$

Deseja-se saber o valor de aquisição da mercadoria com os impostos de 10%. Para calcular esse valor, parte-se do seguinte raciocínio:

Valor de compra sem impostos	=	100%
+ Impostos	=	10%
Valor de compra com impostos	=	110%
+ frete 30% de 110%	=	33%
Preço de custo da mercadoria	=	143%

Ora, sabe-se que o preço de custo da mercadoria é de R\$ 715,00, o que representa 143% do valor da compra da mercadoria sem os acréscimos de impostos e do frete. O valor de compra mais impostos representa 110% desse valor. Assim, o valor de aquisição com impostos será:

X	→	110%
R\$ 715,00	→	143%

$$X \times 143\% = R\$ 715,00 \times 110\%$$

$$X = R\$ 715,00 \times 110\% / 143\%$$

$$X = R\$ 550,00.$$

Portanto, a resposta é a letra “E”.

- 6) (TTN/89) Um cliente obteve do comerciante desconto de 20% no preço da mercadoria. Sabendo-se que o preço de venda, sem desconto, é superior em 20% ao do custo, pode-se afirmar que houve por parte do comerciante um:**

- a) lucro de 5%;
- b) prejuízo de 4%;
- c) lucro de 4%;
- d) prejuízo de 2%;
- e) lucro de 20%.

Solução

Esta é uma típica questão de porcentagem, na qual se deve estar atento ao elemento paradigma. Perceba que foi obtido o preço de venda com a aplicação de 20% sobre o preço de custo, então o elemento de comparação, nesta relação, é o preço de custo (PC), atribuindo-se a ele 100%. O preço de venda (PV) é 20% superior ao PC; logo, representa 120% deste último. Já o preço da transação (PT) é obtido mediante a aplicação de um desconto de 20% do PV, que passa a ser o elemento paradigma para obter o valor do PT. Logo, o PT representa 80% de PV. Assim, tem-se:

PC	→	100%
PV	→	120%

Agora, se for considerado o PV como sendo R\$ 120,00, obtém:

R\$ 120,00	→	100%
PT	→	80%

$$PT = R\$ 120,00 \times 80\% / 100\%$$

$$PT = R\$ 96,00.$$

Ora, atribuindo ao PV R\$ 120,00, está-se admitindo que o PC tenha sido de R\$ 100,00 (tudo por hipótese, para facilitar o raciocínio e o cálculo).

Assim, se o PT foi de R\$ 96,00 e o PC foi de R\$ 100,00, então houve um prejuízo de R\$ 4,00 sobre o PC, o que representa um prejuízo de 4%.

Assim, a resposta é a letra “B”.

- 7) **(TTN/89) Um terreno foi vendido por R\$ 16.500,00, com um lucro de 10%; em seguida, foi revendido por R\$ 20.700,00. O lucro total das duas transações representa sobre o custo inicial do terreno um percentual de:**

- a) 38,00%;
- b) 40,00%;
- c) 28,00%;
- d) 51,80%;
- e) 25,45%.

Solução

É requisitado informar o percentual de lucro total sobre o preço de custo. O valor da primeira venda (R\$ 16.500,00) representa o preço de custo mais 10% de lucro. Dentro da sistemática que se está adotando neste capítulo, o preço de custo representa 100%, pois é sobre ele que se quer saber o lucro, ao passo que o preço de venda representa 110%, 10% a mais do que o PC. Desta forma, o PC pode ser determinado como segue:

PC $\longrightarrow$ 100%

R\$ 16.500,00 $\longrightarrow$ 110%

$$PC \times 110\% = R\$ 16.500,00 \times 100\%$$

$$PC = R\$ 16.500,00 \times 100\% / 110\%$$

$$PC = R\$ 15.000,00.$$

O preço da segunda venda no valor de R\$ 20.700,00 representa sobre o preço de custo inicial o percentual a seguir determinado:

R\$ 15.000,00 $\longrightarrow$ 100%

R\$ 20.700,00 $\longrightarrow$ X

$$X = R\$ 20.700,00 \times 100\% / R\$ 15.000,00$$

$$X = 138\%.$$

Logo, o lucro total das duas operações foi de 38%, visto que 138% é 38% superior a 100%.

A resposta é a letra “A”.

- 8) **(TTN/92) Maria vendeu um relógio por R\$ 18.167,50, com um prejuízo de 15,5% sobre o preço de compra. Para que tivesse um lucro de 25% sobre o custo, ela deveria ter vendido por:**

- a) 22.709,37;
- b) 26.875,00;
- c) 27.675,00;
- d) 21.497,64;
- e) 26.785,00.

Solução

Veja que, se R\$ 18.167,50 representam a venda do bem com um prejuízo de 15,5% sobre o preço de custo, então esse valor representa 84,5% do PC (100% – 15,5%). Para ganhar 25% sobre o PC, ela teria que atribuir ao preço de venda o percentual de 125%. Assim, o valor a ser apurado é de:

R\$ 18.167,50	→	84,5%
PC	→	100%
PV	→	125%

$$PV \times 84,5\% = R\$ 18.167,50 \times 125\%$$

$$PV = R\$ 18.167,50 \times 125\% / 84,5\%$$

$$PV = R\$ 26.875,00.$$

Ou, tomando como referência o PC, encontra-se o mesmo valor:

$$PC \times 84,5\% = R\$ 18.167,50 \times 100\%$$

$$PC = R\$ 18.167,50 \times 100\% / 84,5\%$$

$$PC = R\$ 21.500,00$$

$$PV = R\$ 21.500,00 \times 125\% / 100\%$$

$$PV = R\$ 26.875,00.$$

A resposta é a letra “B”.

- 9) (AFTN/96) De todos os empregados de uma grande empresa, 30% optaram por realizar um curso de especialização. Essa empresa tem sua matriz localizada na capital. Possui, também, duas filiais, uma em Ouro Preto e outra em Montes Claros. Na matriz, trabalham 45% dos empregados e, na filial de Ouro Preto, trabalham 20% dos empregados. Sabendo-se que 20% dos empregados da capital optaram pela realização do curso e que 35% dos empregados da filial de Ouro Preto também o fizeram, então a percentagem dos empregados da filial de Montes Claros que não optaram pelo curso é igual a:

- | | |
|---------|---------|
| a) 60%; | d) 21%; |
| b) 40%; | e) 14%. |
| c) 35%; | |

Solução

Essa questão foi cobrada na disciplina de raciocínio lógico no concurso de 1996, porém se trata de típica questão de porcentagem. Sua resolução é extremamente válida para bem compreender os artifícios da porcentagem.

Precisa-se ter em mente que o total de qualquer atributo é sempre 100%. Assim, se na Capital (BH) trabalham 45% dos empregados e na filial de Ouro Preto (OP) outros 20%, então na filial de Montes Claros (MC) trabalham 35% dos empregados da empresa ($100\% - 45\% - 20\%$).

Foi informado que, do total dos funcionários, 30% realizaram o curso. Para compor esse percentual, tem-se que 20% dos funcionários da Capital realizaram o curso, o que resulta em 9,0% (20% de 45%), e que 35% dos funcionários da filial de OP realizaram o curso, resultando em 7,0% (35% de 20%). Para chegar ao percentual de 30%, faltam ainda Z%, que se referem aos funcionários da filial de MC. Como já se possuem 16% ($9,0\% + 7,0\%$), Z% equivale a 14%.

Dentro da mesma sistemática de apuração do percentual, tem-se que os 14% se originaram da multiplicação de X% de 35%, encontrando-se assim o percentual de 40% para X. Veja o quadro e os cálculos a seguir:

Local	Percentual 1		Percentual 2		Percentual 3
BH	45%	x	20%	=	9,0%
OP	20%	x	35%	=	7,0%
MC	35%	x	X%	=	Z%
Total	100%				30%

$$Z\% = 30\% - (9\% + 7\%)$$

$$Z\% = 30\% - 16\%$$

$$Z\% = 14\%.$$

Ora, se do total dos funcionários que realizaram o curso (30% do total dos funcionários da empresa), 14% são da filial de Montes Claros, que possui apenas 35% do total dos funcionários, então o percentual de funcionários desta filial que fizeram o curso será determinado do seguinte modo:

$$35\% \longrightarrow 100\%$$

$$14\% \longrightarrow X\%$$

$$X\% = 14\% \times 100\% / 35\%$$

$$X\% = 40\%.$$

Isto quer dizer que 40% dos funcionários da filial de Montes Claros realizaram o curso. Logo, o percentual dos funcionários desta filial que não realizaram o curso é de 60% ($100\% - 40\%$).

Tem-se, assim, como resposta correta, a letra “A”.

10) (AFTN/96) O salário mensal de um vendedor é constituído de uma parte fixa igual a R\$ 2.300,00, mais uma comissão de 3% sobre o total de vendas que exceder a R\$ 10.000,00. Calcula-se em 10% o percentual de descontos diversos que incidem sobre seu salário bruto. Em dois meses consecutivos, o vendedor recebeu, líquido, respectivamente, R\$ 4.500,00 e R\$ 5.310,00. Com esses dados, pode-se afirmar que suas vendas, no segundo mês, foram superiores às do primeiro mês em:

- | | |
|---------|---------|
| a) 18%; | d) 33%; |
| b) 20%; | e) 41%. |
| c) 30%; | |

Solução

É outra questão que foi cobrada na prova de raciocínio lógico.

Inicialmente, vai-se apurar o salário bruto. Sabe-se que o salário líquido é obtido a partir do salário bruto (SB) menos os descontos incidentes. Os descontos são de 10%; logo, o salário líquido representa 90% do salário bruto, que é o total, ou seja, 100%.

O salário líquido do mês 1 (SL1) é de R\$ 4.500,00 e o salário líquido do mês 2 (SL2) é de R\$ 5.310,00. Então, os respectivos salários brutos são de R\$ 5.000,00 e R\$ 5.900,00:

$$\text{SBI} \longrightarrow 100\%$$

$$\text{R\$ 4.500,00} \longrightarrow 90\%$$

$$\text{SBI} \times 90\% = \text{R\$ 4.500,00} \times 100\%$$

$$\text{SBI} = \text{R\$ 4.500,00} \times 100\% / 90\%$$

$$\text{SBI} = \text{R\$ 5.000,00}$$

$$\text{SB2} \longrightarrow 100\%$$

$$\text{R\$ } 5.310,00 \longrightarrow 90\%$$

$$\text{SB2} \times 90\% = \text{R\$ } 5.310,00 \times 100\%$$

$$\text{SB2} = \text{R\$ } 5.310,00 \times 100\% / 90\%$$

$$\text{SB2} = \text{R\$ } 5.900,00.$$

Como esses salários brutos são formados por uma parte fixa (R\$ 2.300,00) e uma parte variável, tem-se que a parte variável do SB1 é de R\$ 2.700,00 (R\$ 5.000,00 – R\$ 2.300,00) e a parte variável do SB2 é de R\$ 3.600,00 (R\$ 5.900,00 – R\$ 2.300,00).

A partir desses valores, pode-se determinar o valor das vendas do mês 1 e do mês 2, pois eles representam 3% do valor das vendas que exceder a R\$ 10.000,00.

Desta forma, pode-se apurar o valor das vendas diminuídas de R\$ 10.000,00, o que vem a ser a base de cálculo da parte variável, pela aplicação de regra de três simples, como segue:

$$\text{R\$ } 2.700,00 \longrightarrow 3\%$$

$$\text{Base de cálculo 1} \longrightarrow 100\%$$

$$\text{Base de cálculo 1} = \text{R\$ } 2.700,00 \times 100\% / 3\%$$

$$\text{Base de cálculo 1} = \text{R\$ } 90.000,00$$

Logo, o valor das vendas do mês 1 (V1) foi de R\$ 100.000,00 (R\$ 90.000,00 + 10.000,00).

$$\text{R\$ } 3.600,00 \longrightarrow 3\%$$

$$\text{Base de cálculo 2} \longrightarrow 100\%$$

$$\text{Base de cálculo 2} = \text{R\$ } 3.600,00 \times 100\% / 3\%$$

$$\text{Base de cálculo 2} = \text{R\$ } 120.000,00$$

Conclui-se que o valor das vendas do mês 2 foi de R\$ 130.000,00 (R\$ 120.000,00 + 10.000,00).

Desta forma, as vendas do mês 2 (V2) superaram as vendas do mês 1 em 30%, pois o valor de R\$ 130.000,00 é 30% superior ao de R\$ 100.000,00.

Veja outra forma de resolver o exercício, a partir do salário bruto:

$$\text{SB1} = \text{parte fixa} + 3\% \text{ de V1 excedente a R\$ } 10.000,00$$

$$\text{R\$ } 5.000,00 = \text{R\$ } 2.300,00 + 3\% \times (\text{V1} - \text{R\$ } 10.000,00)$$

$$\text{R\$ } 5.000,00 = \text{R\$ } 2.300,00 + 0,03 (\text{V1} - \text{R\$ } 10.000,00)$$

$$\text{R\$ } 5.000,00 = \text{R\$ } 2.300,00 + 0,03 \text{ V1} - \text{R\$ } 300,00$$

$$0,03 \text{ V1} = \text{R\$ } 5.000,00 - \text{R\$ } 2.300,00 + \text{R\$ } 300,00$$

$$0,03 \text{ V1} = \text{R\$ } 3.000,00$$

$$\text{V1} = \text{R\$ } 3.000,00 / 0,03$$

$$\text{V1} = \text{R\$ } 100.000,00.$$

$$\text{SB2} = \text{Parte fixa} + 3\% \text{ de V2 excedente a R\$ } 10.000,00$$

$$\text{R\$ } 5.900,00 = \text{R\$ } 2.300,00 + 3\% (\text{V2} - \text{R\$ } 10.000,00)$$

$$\text{R\$ } 5.900,00 = \text{R\$ } 2.300,00 + 0,03 (\text{V1} - \text{R\$ } 10.000,00)$$

$$\text{R\$ } 5.900,00 = \text{R\$ } 2.300,00 + 0,03 \text{ V1} - \text{R\$ } 300,00$$

$$0,03 \text{ V1} = \text{R\$ } 5.900,00 - \text{R\$ } 2.300,00 + \text{R\$ } 300,00$$

$$0,03 V1 = R\$ 3.900,00$$

$$V1 = R\$ 3.900,00 / 0,03$$

$$V1 = R\$ 130.000,00$$

A resposta correta é a letra “C”.

- 11) (TFC/98) A população de uma cidade era de 10.000 habitantes em 1970, tendo crescido 20% na primeira década seguinte e 12% acumulativamente na segunda década seguinte. Qual a população dessa cidade em 1990?**

- a) 12.000. d) 13.440.
b) 13.120. e) 14.400.
c) 13.200.

Solução

A taxa de crescimento populacional é sempre cumulativa, isto é, a taxa do período seguinte incide sobre a população existente no final do período anterior.

Desta forma, se a população inicial é de 10.000 habitantes e cresceu na primeira década 20%, então, no final dessa década, ela será de 12.000 habitantes. No início da segunda década, a população é de 12.000 habitantes e ela cresce mais 12% nessa década, o que equivale a mais 1.440 habitantes (12% de 12.000), resultando, no final da segunda década, em 13.440 habitantes.

$$10.000 \text{ hab.} \longrightarrow 100\%$$

$$X1 \longrightarrow 120\%$$

$$X1 = 10.000 \text{ hab.} \times 120\% / 100\%$$

$$X1 = 12.000 \text{ hab.}$$

$$12.000 \text{ hab.} \longrightarrow 100\%$$

$$X2 \longrightarrow 112\%$$

$$X2 = 12.000 \text{ hab.} \times 112\% / 100\%$$

$$X2 = 13.440 \text{ habitantes.}$$

A resposta correta é a letra “D”.

- 12) (MARE) Numa loja de roupas, um terno tinha um preço tão alto que ninguém se interessava em comprá-lo. O gerente da loja anunciou um desconto de 10% no preço, mas sem resultado. Por isso, ofereceu novo desconto de 10%, o que baixou o preço para R\$ 648,00. O preço inicial desse terno era superior ao preço final em:**

- a) R\$ 162,00; d) R\$ 71,28;
b) R\$ 152,00; e) R\$ 64,00.
c) R\$ 132,45;

Solução

O exercício trata de descontos sucessivos, o que vem a ser o famoso desconto comercial composto.

Imagine-se que o preço de venda inicial tenha sido de 100%, e sobre ele foi dado um desconto de 10%. Restou um preço equivalente a 90% do preço de venda inicial. Se sobre esse preço foi concedido outro desconto de 10%, então o preço resultante equivale a 81% do preço inicial, pois 10% de 90% representa um desconto de 9%.

Desta forma, o preço de R\$ 648,00 representa 81% do preço de venda inicial. Logo, o preço de venda inicial (PVi) será determinado da seguinte maneira:

$$\text{PVi} \longrightarrow 100\%$$

$$\text{R\$ 648,00} \longrightarrow 81\%$$

$$\text{PVi} = \text{R\$ 648,00} \times 100\% / 81\%$$

$$\text{PVi} = \text{R\$ 800,00}.$$

Com isto, apurou-se que o preço de venda inicial superou o preço de venda efetiva em R\$ 152,00 (R\$ 800,00 – R\$ 648,00).

A resposta correta é a letra “B”.

- 13) (AFTN/96) Em um determinado país, existem dois tipos de poços de petróleo, Pa e Pb. Sabe-se que oito poços Pa mais seis poços Pb produzem, em dez dias, tantos barris quantos seis poços Pa mais dez poços Pb produzem em oito dias. A produção do poço Pa, portanto, é:**

- a) 60,0% da produção do poço Pb;
- b) 60,0% maior do que a produção do poço Pb;
- c) 62,5% da produção do poço Pb;
- d) 62,5% maior do que a produção do poço Pb;
- e) 75,0% da produção do poço Pb.

Solução

Para facilitar a visualização, serão chamados os poços Pa apenas de A e os poços Pb apenas de B.

Foi informado que 8 poços A mais 6 poços B produzem, em 10 dias, o equivalente a 6 poços A mais 10 poços B em 8 dias.

Escrevendo isto em forma matemática, tem-se que:

$$(8A + 6B) \times 10 = (6A + 10B) \times 8$$

$$80A + 60B = 48A + 80B$$

$$80A - 48A = 80B - 60B$$

$$32A = 20B$$

$$A = 20B / 32$$

$$A = 0,625B$$

$$0,625 = 62,5 / 100 = 62,5\% \text{ da produção de B.}$$

A resposta correta é a letra “C”.

- 14) (Esaf/AFC-2002) Em um aquário, há peixes amarelos e vermelhos: 80% são amarelos e 20% são vermelhos. Uma misteriosa doença matou muitos peixes amarelos, mas nenhum vermelho. Depois que a doença foi controlada, verificou-se que 60% dos peixes vivos, no aquário, eram amarelos. Sabendo que nenhuma outra alteração foi feita no aquário, o percentual de peixes amarelos que morreram foi de:**

- a) 20%;
- b) 25%;
- c) 37,5%;
- d) 62,5%;
- e) 75%.

Solução

Se inicialmente havia 80% de peixes amarelos (PA) e 20% de peixes vermelhos (PV), o total dos peixes que havia era de 100%. Tentando resolver a questão pela aplicação de um raciocínio lógico e atribuindo valores a essas porcentagens, pode-se dizer, dentro das proporções apresentadas, que havia nesse aquário 800 peixes amarelos e 200 peixes vermelhos. Essa prática de atribuir valores é muito interessante quando o problema envolve somente percentuais.

Com a mortandade de peixes amarelos, estes passaram a representar apenas 60% do total. Veja que os peixes vermelhos continuam todos no aquário e passaram a representar 40%. A partir daí, pode-se estabelecer a seguinte relação:

PV 40% $\longrightarrow$ 200 peixes

PA 60% $\longrightarrow$ X peixes

$$40\% \times X = 60\% \times 200$$

$$X = 60\% \times 200 / 40\%$$

$X = 300$ peixes. Isto quer dizer que havia, no final, apenas 300 peixes amarelos no aquário.

Ora, se no início havia 800 peixes amarelos e há no final somente 300, então morreram 500 peixes amarelos de 800. Assim, o percentual de peixes amarelos que morreram é determinado pela seguinte relação:

800 peixes $\longrightarrow$ 100%

500 peixes $\longrightarrow$ X

$$800 \times X = 500 \times 100\%$$

$$X = 500 \times 100\% / 800$$

$$X = 62,5\%.$$

Perceba que o artifício de atribuir valores a determinados percentuais facilita a interpretação e, por consequência, o próprio cálculo.

A resposta encontrada satisfaz a alternativa “D”.

- 15) (Esaf/AFC-2002) A remuneração mensal dos funcionários de uma empresa é constituída de uma parte fixa igual a R\$ 1.500,00, mais uma comissão de 3% sobre o total de vendas que exceder a R\$ 8.000,00. Calcula-se em 10% o percentual de descontos diversos que incidem sobre seu salário bruto (isto é, sobre o total da parte fixa mais a comissão). Em dois meses consecutivos, um dos funcionários dessa empresa recebeu, líquido, respectivamente, R\$ 1.674,00 e R\$ 1.782,00. Com esses dados, pode-se afirmar que as vendas realizadas por esse funcionário, no segundo mês, foram superiores às do primeiro mês em:
- a) 8%;
b) 10%;
c) 14%;
d) 15%;
e) 20%.

Solução

Perceba que esta questão é igual à de nº 10, já resolvida antes com alteração dos valores. Por isso é que a resolução do maior número de exercícios possível é importante, pois, vez, por outra é cobrada alguma questão idêntica à dos exercícios resolvidos!

O salário líquido de dois meses consecutivos foi de R\$ 1.674,00 e R\$ 1.782,00.

O salário bruto será obtido pelo cálculo a seguir apresentado.

SB1 $\longrightarrow$ 100%

R\$ 1.674,00 $\longrightarrow$ 90%

$$SB1 \times 90\% = R\$ 1.674,00 \times 100\%$$

$$SB1 = R\$ 1.674,00 \times 100\% / 90\%$$

$$SB1 = R\$ 1.860,00$$

SB2 $\longrightarrow$ 100%

R\$ 1.782,00 $\longrightarrow$ 90%

$$SB2 \times 90\% = R\$ 1.782,00 \times 100\%$$

$$SB2 = R\$ 1.782,00 \times 100\% / 90\%$$

$$SB2 = R\$ 1.980,00.$$

Como esses salários brutos são formados por uma parte fixa (R\$ 1.500,00) e uma parte variável, tem-se que a parte variável do SB1 é de R\$ 360,00 (R\$ 1.860,00 – R\$ 1.500,00) e a parte variável do SB2 é de R\$ 480,00 (R\$ 1.980,00 – R\$ 1.500,00).

A partir desses valores, pode-se determinar o valor das vendas do mês 1 e do mês 2, pois eles representam 3% do valor das vendas que exceder a R\$ 8.000,00.

Desta forma, pode-se apurar o valor das vendas diminuídas de R\$ 8.000,00, o que vem a ser a base de cálculo da parte variável, pela aplicação de regra de três simples, como segue:

R\$ 360,00 $\longrightarrow$ 3%

Base de cálculo 1 $\longrightarrow$ 100%

$$\text{Base de cálculo 1} = R\$ 360,00 \times 100\% / 3\%$$

$$\text{Base de cálculo 1} = R\$ 12.000,00.$$

Logo, o valor da venda do mês 1 foi de R\$ 20.000,00 (R\$ 12.000,00 + 8.000,00).

R\$ 480,00 $\longrightarrow$ 3%

Base de cálculo 2 $\longrightarrow$ 100%

$$\text{Base de cálculo 2} = R\$ 480,00 \times 100\% / 3\%$$

$$\text{Base de cálculo 2} = R\$ 16.000,00.$$

Conclui-se que o valor das vendas do mês 2 foi de R\$ 24.000,00 (R\$ 16.000,00 + 8.000,00).

O percentual pelo qual as vendas do segundo mês superaram as do primeiro mês será obtido pela aplicação da seguinte regra de três:

R\$ 20.000,00 $\longrightarrow$ 100%

R\$ 24.000,00 $\longrightarrow$ X

$$R\$ 20.000,00 \times X = R\$ 24.000,00 \times 100\%$$

$$X = R\$ 24.000,00 \times 100\% / R\$ 20.000,00$$

$$X = 120\%, \text{ que é } 20\% \text{ superior a } 100\%.$$

Logo, a alternativa correta é a letra “E”.

- 16) (Carlos Chagas – CEF /99) Em uma agência bancária, trabalham 40 homens e 25 mulheres. Se, do total de homens, 80% são fumantes e, do total de mulheres, 12% são fumantes, então o número de funcionários dessa agência que são homens ou fumantes é:**
- a) 42; d) 48;
b) 43; e) 49.
c) 45;

Solução

O total de homens já foi informado no enunciado do exercício. Portanto, resta apurar o número de mulheres que são fumantes, pois é preciso saber a soma do número de homens mais as mulheres fumantes.

25 mulheres = 100%

X mulheres = 12%

$$X = 12 \times 25 / 100 = 3 \text{ mulheres fumantes}$$

Somando as 3 mulheres fumantes aos 40 homens, temos que 43 pessoas são homens ou são fumantes.

Resposta correta: letra “B”.

- 17) (CEF/91) Num grupo de 400 pessoas, 70% são do sexo masculino. Se, nesse grupo, 10% dos homens são casados e 20% das mulheres são casadas, qual o número de pessoas casadas?
- a) 25 pessoas. d) 64 pessoas.
b) 46 pessoas. e) 72 pessoas.
c) 52 pessoas.

Solução

Se o grupo é composto por 400 pessoas, então esse é o total de pessoas, ou seja, 100%. Assim, pode-se determinar o número de homens e de mulheres:

400 pessoas = 100%

X homens = 70%

Y mulheres = 30%

$$X = 70 \times 400 / 100 = 280 \text{ homens}$$

$$Y = 30 \times 400 / 100 = 120 \text{ mulheres}$$

Se 10% dos homens são casados e 20% das mulheres são casadas, então o número de pessoas casadas será:

280 homens = 100%

X casados = 10%

$$X = 10 \times 280 / 100$$

X = 28 homens casados

120 mulheres = 100%

Y casadas = 20%

$$Y = 20 \times 120 / 100$$

Y = 24 mulheres casadas

Desta forma, o total de pessoas casadas é de 52 (28 homens + 24 mulheres)

Resposta correta: letra “C”.

18) (Metrô-Técnico de Contabilidade-2ºG-IDR/94) João, Antônio e Ricardo são operários de uma certa empresa. Antônio ganha 30% a mais que João, e Ricardo, 10% a menos que Antônio. A soma do salário dos três, neste mês, foi de R\$ 4.858,00. Qual a quantia que coube a Antônio?

- a) R\$ 1.400,00.
- b) R\$ 1.638,00.
- c) R\$ 1.820,00.
- d) R\$ 1.840,00.
- e) R\$ 1.800,00.

Solução

Perceba que se pode tomar como paradigma o salário de João. Logo, atribuir-se-á a ele 100%.

Antônio ganha 30% mais do que João. Assim, o salário de Antônio representa 130% do salário de João.

O salário de Ricardo é 10% menor do que o salário de Antônio. Como o salário de Antônio equivale a 130% do salário de João, então o salário de Ricardo, comparado ao salário de João, é 117% do salário do João ($130\% - 13\% = 117\%$).

Como a soma dos três salários é de R\$ 4.858,00, então:

100% salário de João (João) = X

130% salário de João (Antônio) = Y

117% salário de João (Ricardo) = Z

347% salário de João (total) = R\$ 4.858,00

Assim, o salário de Antônio será obtido com a seguinte regra de três:

130% = Y

347% = R\$ 4.858,00

$Y = 130\% \times \text{R\$ } 4.858,00 / 347\%$

$Y = \text{R\$ } 1.820,00.$

Resposta correta: letra “C”.

19) Quantos por cento é o resultado da raiz quadrada de 64%?

- a) 80%.
- b) 60%.
- c) 8%.
- d) 32%.
- e) 12%.

Solução

Parece engraçado, mas a raiz quadrada de qualquer número situado entre 0 (zero) e 1 (um) é sempre maior do que o próprio número. De forma contrária, o quadrado de qualquer número situado nesta mesma faixa será sempre menor do que este número.

Não se pode esquecer de que 64% é representado por 64/100 ou, ainda, 0,64.

$$\sqrt{\frac{64}{100}} = 8/10 = 0,8 = 80\%$$

Resposta correta: letra “A”.

- 20) (Metrô- Assist. Administrativo-IDR/94) Uma mercadoria custou R\$ 100,00. Para obter-se um lucro de 20% sobre o preço de venda, por quanto deverá ser vendida?**

a) R\$ 120,00.
b) R\$ 121,00.
c) R\$ 123,00.
d) R\$ 125,00.
e) R\$ 124,00.

Solução

Perceba que o elemento de comparação é o preço de venda; logo, ele representa 100%. Como o lucro é de 20% sobre o preço de venda, este é 20% superior que o preço de custo, que assume, neste caso, 80%.

$$PV = 100\%$$

$$R\$ 100,00 = 80\%$$

$$PV = R\$ 100,00 \times 100\% / 80\%$$

$$PV = R\$ 125,00$$

Resposta correta: letra “D”.

- 21) (TTN/89) Um produto é vendido com um lucro bruto de 20%. Sobre o preço total da nota, 10% correspondem a despesas. De quantos por cento foi o lucro líquido do comerciante?**

a) 11%.
b) 9%.
c) 10%.
d) 8%.
e) 12%.

Solução

O lucro bruto, em percentuais, se não for informado nada diferente, é calculado sobre o custo do produto. Assim, o custo do produto é o elemento de comparação; logo, atribui-se a ele o valor de 100%. Como o lucro é de 20%, então o valor da venda (total da nota) é de 120%.

Imaginando que o custo do produto vendido tenha sido de R\$ 200,00, então:

$$R\$ 200,00 = 100\%$$

$$PV = 120\%$$

$$PV = 120\% \times R\$ 200,00 / 100\%$$

$$PV = R\$ 240,00.$$

Isto quer dizer que o lucro foi de R\$ 40,00 ($R\$ 240,00 - R\$ 200,00$), o que representa 20% de R\$ 200,00. Se as demais despesas foram da ordem de 10% do preço total da nota (preço de venda), então têm-se despesas gerais de R\$ 24,00. Diminuindo este valor do lucro de R\$ 40,00, tem um lucro líquido de apenas R\$ 16,00.

$$R\$ 200,00 = 100\%$$

$$R\$ 16,00 = X\%$$

$$X = R\$ 16,00 \times 100\% / R\$ 200,00$$

$$X = 8\%$$

Resposta correta: letra “D”.

- 22) (PREF. RJ – 2010) Em uma determinada cidade, 25% dos automóveis são da marca A e 50% dos automóveis são da marca B. Ademais, 30% dos automóveis da marca A são pretos e 20% dos automóveis da marca B também são pretos. Dado que só existem automóveis pretos da marca A e da marca B, qual a porcentagem de carros nesta cidade que são pretos?**

- a) 17,5%
b) 23,33%
c) 7,5%
d) 22,75%
e) 50%

Solução:

Trata-se de calcular a porcentagem de carros pretos na cidade.

Se 30% dos carros da marca A são pretos e a marca A compõe 25% dos carros da cidade, então os carros pretos da marca A representam 7,5% dos carros da cidade ($0,25 \times 0,3 = 0,075$).

Os carros da marca B representam 50% dos carros da cidade. Como 20% desses carros são pretos, então os carros pretos da marca B representam 10% do total de carros da cidade ($0,50 \times 0,20 = 0,10$).

Assim, somando-se os percentuais de carros pretos de cada uma das marcas, teremos:

% de carros pretos = % de carros pretos marca A + % de carros pretos marca B

$10\% + 7,5\% = 17,5\%$

Desta forma, os carros pretos representam 17,5% do total de carros da cidade.

Assim, a resposta correta é a letra "A".

3. JUROS SIMPLES

- 1) Uma duplicata de R\$ 300,00 venceu em 26/06/2000 e somente foi paga em 14/10/2000. Sabendo-se que o banco cobra juros simples de 72% a.a., o sacado desembolsou o montante de R\$:**

- a) 366,00;
b) 373,00;
c) 375,00;
d) 376,00;
e) 380,00.

Solução

$C = R\$ 300,00$

$i = 72\% \text{ a.a.} = 6\% \text{ a.m.} = 0,06 \text{ a.m.}$

$M = ?$

$n = ?$

Existem diversas formas de calcular o número de dias entre duas datas. Parece interessante apresentar uma forma bastante lógica que consiste em diminuir a data menor da data mais avançada, na seguinte ordem:

ano	mês	dia
2000	10	14
(-) 2000	06	26

Porém, uma conta assim colocada fica difícil de ser efetuada, pois $14 - 26$ daria valor negativo, e sabe-se que datas não podem ser negativas. Para superar esta impropriedade,

pede-se emprestado um mês da coluna dos meses, diminuindo esta em 1, e acrescentando 30 dias na coluna dos dias. Agora, têm-se condições de resolver a conta:

	Ano	mês	dia
	2000	09	44
(-)	2000	06	26
=	0	03	18

Assim, o tempo entre as duas datas é de 03 meses e 18 dias. Porém, neste cálculo, consideram-se todos os meses com 30 dias e o ano com 360 dias, ou seja, juros comerciais. Para obter o número de dias exatos, devem-se adicionar tantos dias quantos forem os meses de 31 dias compreendidos no período considerado, e diminuir os dias relativos ao mês de fevereiro se ele estiver compreendido no período considerado, tendo-se o cuidado de observar se é ano bissexto ou não.

No exercício, têm que adicionar dois dias, pois o período passou por 31/07 e 31/08. Veja que outubro possui 31 dias, mas o período não ultrapassou a 31 de outubro; logo, não há o que adicionar.

	Ano	mês	dia
	0	03	18
+			02
=	0	03	20

Finalmente, tem-se o valor do “n”, que é igual a 3 meses e 20 dias, o que corresponde a 3 meses mais 2/3 de mês, ou seja, 11/3 de mês.

Aqui, cabe mais uma ressalva: é sempre interessante trabalhar na forma fracionária, e, em muitos casos, não será necessário efetuar nenhuma divisão. Geralmente se resolve tudo por simplificação!!!

$$M = C (1 + i n)$$

$$M = R\$ 300,00 \times (1 + 0,06 \times 11/3)$$

$$M = R\$ 300,00 \times (1 + 0,02 \times 11/1)$$

$$M = R\$ 300,00 \times (1 + 0,22)$$

$$M = R\$ 300,00 \times 1,22$$

$$M = R\$ 366,00.$$

Logo, a resposta correta é a letra “A”.

2) O prazo em que se duplica um capital aplicado à taxa de juros simples de 4% ao mês é de:

- | | |
|--------------|--------------|
| a) 1 ano; | d) 25 meses; |
| b) 15 meses; | e) 3 anos. |
| c) 20 meses; | |

Solução

Para que um capital duplique de valor, é necessário que os juros sejam iguais ao capital; logo, o montante assumirá o dobro desse capital. Então, partindo da fórmula do montante e considerando os elementos apresentados, tem-se:

Logo, a resposta correta é a letra “D”.

- 4) Dois capitais foram aplicados a uma taxa de 72% a.a., sob regime de juros simples, sendo o primeiro pelo prazo de 4 meses e o segundo por 5 meses. Sabendo-se que a soma dos juros totalizou R\$ 39.540,00, e que os juros do segundo capital excederam os juros do primeiro em R\$ 12.660,00, a soma dos dois capitais iniciais era de:

- 6) **Dois capitais foram aplicados, sob regime de juros simples, o primeiro a uma taxa anual de 10%, durante 2 anos, e o segundo a uma taxa de 8% a.a., por 3 anos. Sabendo-se que os dois montantes totalizaram R\$ 520.000,00 e que o segundo excedeu o primeiro em R\$ 300.000,00, determine os valores dos juros percebidos pela aplicação de cada um dos capitais.**

- a) 110.000,00 e 410.000,00.
- b) 18.333,33 e 79.354,84.
- c) 91.666,67 e 330.645,16.
- d) 140.000,00 e 380.000,00.
- e) 18.333,33 e 93.666,67.

Solução

C_1	C_2
$i = 10\% \text{ a.a.}$	$i = 8\% \text{ a.a.}$
$n = 2 \text{ a}$	$n = 3 \text{ a}$

$$M_1 + M_2 = \text{R\$ } 520.000,00$$

$$M_2 - M_1 = \text{R\$ } 300.000,00$$

$$M_2 = \text{R\$ } 520.000,00 - M_1 \quad (1)$$

$$M_2 = \text{R\$ } 300.000,00 + M_1 \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), tem-se:

$$\text{R\$ } 300.000,00 + M_1 = \text{R\$ } 520.000,00 - M_1$$

$$2 M_1 = \text{R\$ } 220.000,00$$

$$M_1 = \text{R\$ } 110.000,00$$

Logo, M_2 será obtido pela substituição de M_1 em (1):

$$M_2 = \text{R\$ } 520.000,00 - \text{R\$ } 110.000,00$$

$$M_2 = \text{R\$ } 410.000,00.$$

A atenção em provas é fundamental. Percebam que se quer saber os juros, e não os montantes. Para os menos atentos, poderia parecer que já encontraram as respostas, pois a letra “A” contempla esses valores dos montantes!!!

Como montante é: $M = C (1 + i n)$, tem-se:

$$C_1 = \text{R\$ } 110.000,00 / (1 + 0,1 \times 2)$$

$$C_1 = \text{R\$ } 110.000,00 / 1,2$$

$$C_1 = 91.666,66$$

$$J_1 = M_1 - C_1$$

$$J_1 = \text{R\$ } 110.000,00 - \text{R\$ } 91.666,66$$

$$J_1 = \text{R\$ } 18.333,33$$

$$C_2 = \text{R\$ } 410.000,00 / (1 + 0,08 \times 3)$$

$$C_2 = \text{R\$ } 410.000,00 / 1,24$$

$$C_2 = \text{R\$ } 330.645,16$$

$$J_2 = M_2 - C_2$$

$$J_2 = \text{R\$ } 410.000,00 - \text{R\$ } 330.645,16$$

$$J_2 = \text{R\$ } 79.354,84.$$

Logo, a resposta correta é a letra “B”.

- 7) **Em determinada casa comercial, são concedidos descontos de 10% no preço das mercadorias, para as vendas à vista. Esta mesma casa cobra 24% de juros para as vendas com prazo de pagamento de 60 dias. Quais são as taxas mensais nominal e efetiva de juros simples?**

- a) 12% e 18,89%.
b) 18,89% e 12%.
c) 24% e 37,78%.
d) 37,78% e 24%.
e) 24% e 34%.

Solução

Imagine-se que o preço de tabela das mercadorias seja de R\$ 100,00. Se a compra for efetuada à vista, o valor a ser pago será de R\$ 90,00, pois, nesta condição, será concedido um desconto de 10% sobre o preço de tabela. Porém, se a compra for a prazo, então o valor a ser pago em 60 dias será de R\$ 124,00.

Ora, nessas condições, o valor de R\$ 90,00 representa o capital e o valor de R\$ 124,00 representa o montante. O preço de tabela (R\$ 100,00) é uma ilusão, pois não é praticado nunca.

A taxa nominal mensal é obtida pela simples divisão de 24% por 2, ou seja, 12% a.m.

A taxa efetiva é aquela taxa que, aplicada sobre o capital de R\$ 90,00, no período considerado, produz o montante de R\$ 124,00. Assim, a taxa efetiva é obtida a partir da fórmula do montante:

$$M = C (1 + i n)$$

$$R\$ 124,00 = R\$ 90,00 \times (1 + i \times 2)$$

$$R\$ 124,00 = R\$ 90,00 + R\$ 180,00 i$$

$$R\$ 180,00 i = R\$ 34,00$$

$$i = R\$ 34,00 / R\$ 180,00$$

$$i = 0,1889 \text{ ou seja, } 18,89\%.$$

Logo, a resposta correta é a letra “A”.

- 8) **(AFTN – Esaf/1998) Um capital é aplicado do dia 5 de maio ao dia 25 de novembro do mesmo ano, a uma taxa de juros simples ordinário de 36% ao ano, produzindo um montante de R\$ 4.800,00. Nessas condições, calcule o capital aplicado, desprezando os centavos.**

- a) R\$ 4.067,00.
b) R\$ 3.986,00.
c) R\$ 3.996,00.
d) R\$ 3.941,00.
e) R\$ 4.000,00.

Solução

mês dia

11 25

05 05

06 20, isto é, 200 dias.

Perceba que, neste caso, os juros ordinários foram considerados como se fossem juros comerciais.

Assim, o “n” equivale a 200/30

$$M = R\$ 4.800,00$$

$$i = 36\% \text{ ao ano} = 3\% \text{ ao mês}$$

$$C = ?$$

$$C = M / (1 + i n)$$

$$C = R\$ 4.800,00 / (1 + 0,03 \times 200/30)$$

$$C = R\$ 4.800,00 / (1 + 0,01 \times 20/1)$$

$$C = R\$ 4.800,00 / 1,2$$

$$C = R\$ 4.000,00.$$

Ou, se forem considerados os dias do numerador exatos, deve-se adicionar 4 dias.

Assim, tem-se:

$$C = R\$ 4.800,00 / (1 + 0,03 \times 204/30)$$

$$C = R\$ 4.800,00 / 1,204$$

$$C = R\$ 3.986,71.$$

Conforme se frisou na parte teórica, há autores que consideram o juro ordinário igual ao juro comercial, e outros o consideram como a segunda solução. Por isso, a questão foi anulada, pois apresenta duas respostas corretas (letras “B” e “E”). Mas o exercício é sempre válido!!!

- 9) (AFTN – Esaf/1998) A quantia de R\$ 10.000,00 foi aplicada a juros simples exatos, do dia 12 de abril ao dia 5 de setembro do corrente ano. Calcule os juros obtidos, à taxa de 18% ao ano, desprezando os centavos.**

- a) R\$ 705,00.
- b) R\$ 725,00.
- c) R\$ 715,00.
- d) R\$ 720,00.
- e) R\$ 735,00.

Solução

$$C = R\$ 10.000,00$$

$$i = 18\% \text{ a.a.}$$

$$n = 4 \text{ meses e } 26 \text{ dias} = 146/365 \text{ anos}$$

	mês	dia
	08	35
(-)	04	12

$$= \quad 04 \quad 23 + 3 \text{ dias} = 4 \text{ meses e } 26 \text{ dias} = 146 \text{ dias} = 146/365 \text{ anos}$$

$$J = C i n$$

$$J = R\$ 10.000,00 \times 0,18 \times 146/365$$

$$J = R\$ 720,00.$$

Logo, a resposta correta é a letra “D”.

- 10) (AFTN – Esaf/1998) Indique, nas opções abaixo, qual a taxa unitária anual equivalente à taxa de juros simples de 5% ao mês.**

- a) 1,0.
- b) 0,6.
- c) 60,0.
- d) 12,0.
- e) 5,0.

Solução

$$5\% \text{ a.m.} \times 12 \text{ meses} = 60\% \text{ a.a.} / 100 = 0,6 \text{ a.a.}$$

Logo, a resposta correta é a letra “B”.

Muita gente boa, inclusive alguns que lograram aprovação neste concurso, assinalaram a letra “C”, por simples falta de atenção no que estavam fazendo!!! O que se pediu foi a taxa unitária!

- 11) (AF-CE-Esaf/1998) Um capital é aplicado a juros simples, do dia 10 de fevereiro ao dia 24 de abril, do corrente ano, a uma taxa de 24% ao ano. Nessas condições calcule o juro simples exato ao fim do período, como porcentagem do capital inicial, desprezando as casas decimais superiores à segunda.**

- a) 4,70%. d) 4,88%.
b) 4,75%. e) 4,93%.
c) 4,80%.

Solução

$$M = (1 + in)$$

$$C = 100$$

$$i = 24\% \text{ a.a.} = 2\% \text{ a.m.}$$

$$n = 73 \text{ dias}$$

mês	dia
04	24
02	10
= 02	14 + 1 dia.

O ano bissexto é sempre par. Uma dica para saber se um ano é bissexto é tentar dividi-lo por 4. Se o resultado der exato, então o ano será bissexto. Para os que gostam de esporte, outra dica é que as olimpíadas são sempre em anos bissextos, e a copa do mundo, não. Como o ano é bissexto, devemos incluir 02 dias relativos ao mês de fevereiro. Assim, a quantidade de dias de aplicação é de 73 dias.

$$M = 100 \times (1 + 0,24 \times 75/365)$$

$$M = 104,80$$

$$i\% = 4,80\%.$$

Logo, a resposta correta é a letra “E”.

- 12) (BB-SP/98) Uma geladeira é vendida à vista por R\$ 1.000,00 ou em duas parcelas, sendo a primeira como uma entrada de R\$ 200,00 e a segunda, dois meses após, no valor de R\$ 880,00. Qual a taxa mensal de juros simples utilizada?**

- a) 6%. d) 3%.
b) 5%. e) 2%.
c) 4%.

Solução

Lembre-se de que juros incidem somente sobre a parte financiada e que a entrada é parte de pagamento à vista. Não incidem juros sobre pagamento à vista!

$$M = 880,00$$

$C = 800,00$, já que R\$ 200,00 foram pagos à vista

$$n = 2 \text{ meses}$$

$$i = ?$$

$$880 = 800 \times (1 + i \times 2)$$

$$880 = 800 + 1600 i$$

$$880 - 800 = 1600 i$$

$$1600 i = 80$$

$$i = 80 / 1600$$

$$i = 0,05 = 5\%.$$

Logo, a resposta correta é a letra “B”.

- 13) (BB-SP/98) Um investidor dispunha de R\$ 300.000,00 para aplicar. Dividiu esta aplicação em duas partes. Uma parte foi aplicada no banco Alfa, à taxa de 8% ao mês, e a outra parte no banco Beta, à taxa de 6% ao mês, ambas em juros compostos. O prazo de ambas as aplicações foi de 1 mês. Se, após este prazo, os valores resgatados forem iguais nos dois bancos, os valores de aplicação, em reais, em cada banco, foram, respectivamente:**

- a) 148.598,13 e 151.401,87;
- b) 149.598,13 e 150.401,87;
- c) 150.598,13 e 149.401,87;
- d) 151.598,13 e 148.401,87;
- e) 152.598,13 e 147.401,87.

Solução

Perceba que a aplicação foi a juros compostos, porém o prazo é de 1 mês com capitalização mensal. Nestas condições, é irrelevante utilizar juros compostos ou juros simples, pois o resultado, com apenas um período inteiro, será igual.

$$C_1 + C_2 = 300.000,00$$

$$C_2 = 300.000,00 - C_1 \quad (1)$$

$$M_1 = M_2$$

$$M = C \times (1 + i \times n)$$

$$C_1 \times (1 + 0,08) = C_2 \times (1 + 0,06)$$

$$1,08 C_1 = 1,06 C_2 \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2), tem-se:

$$1,08 C_1 = 1,06 \times (300.000 - C_1)$$

$$1,08 C_1 = 318.000 - 1,06 C_1$$

$$2,14 C_1 = 318.000,00$$

$$C_1 = 318.000,00 / 2,14$$

$$C_1 = 148.598,13$$

Como $C_2 = 300.000 - C_1$, então:

$$C_2 = 300.000,00 - 148.598,13$$

$$C_2 = 151.401,87.$$

Logo, a resposta correta é a letra “A”.

- 14) (BB-SP/98) Um aplicador aplica R\$ 10.000,00 em um CDB do Banco do Brasil, de 30 dias de prazo e a uma taxa prefixada de 3% ao mês.**

Considerando o imposto de renda de 20% no resgate, o valor líquido a ser resgatado pelo aplicador, em reais, e a taxa de rentabilidade efetiva da aplicação são, respectivamente:

- a) 10.200,00 e 2,35%;
 b) 10.240,00 e 2,35%;
 c) 10.240,00 e 2,40%;
 d) 10.240,00 e 2,45%;
 e) 10.300,00 e 2,40%.

Solução

O imposto de renda incide somente sobre o juro produzido (rendimento).

$$C = 10.000$$

$$J = ?$$

$$i = 3\% \text{ a.m.}$$

$$n = 1 \text{ mês}$$

$$J = Cin$$

$$J = 10.000,00 \times 0,03 \times 1$$

$$J = 300,00$$

$$\text{Imp. renda} = 20\%$$

$$IR = 0,2 \times 300,00 = 60,00$$

$$\text{Rendimento efetivo} = J - IR$$

$$\text{Rend. efetivo} = 300,00 - 60,00 = 240,00$$

$$\text{Valor líquido resgatado} = 10.000,00 + 240,00 = \text{R\$ } 10.240,00$$

$$\text{Taxa efetiva} = \text{Rend. efetivo} / \text{capital}$$

$$\text{Taxa efetiva} = 240,00 / 10.000,00$$

$$\text{Taxa efetiva} = 0,024 = 2,4\% \text{ ao mês.}$$

Logo, a resposta correta é a letra “C”.

- 15) (FISCAL SC – 1998) Dois capitais, em juros simples, estão entre si assim como 4 está para 6. Para que, em período de tempo igual, seja obtido o mesmo rendimento, a taxa de aplicação do menor capital deve superar a do maior em:**

- a) 20%;
 b) 60%;
 c) 40%;
 d) 50%;
 e) 70%.

Solução

C_1	C_2
4	6

$$\text{Mas } J_1 = J_2$$

$$\text{Então, } C_1 \times i_1 \times n = C_2 \times i_2 \times n$$

$$4 \times i_1 = 6 \times i_2$$

$$i_1 = 6 \times i_2 / 4$$

$$i_1 = 1,5 i_2.$$

Isto é, a taxa do primeiro capital deve superar a taxa do segundo capital em 50%.

Logo, a resposta correta é a letra “D”.

- 16) (Esaf-Bacen-2001) Uma pessoa recebeu um empréstimo de um banco comercial de R\$ 10.000,00 para pagar R\$ 12.000,00 ao final de cinco meses, mas foi obrigada a manter R\$ 2.000,00 de saldo em sua conta durante a vigência do empréstimo. Considerando que a pessoa retirou os R\$ 2.000,00 do empréstimo recebido e os utilizou para pagamento do montante no final, indique a taxa real de juros paga.**
- a) 20% ao semestre.
 - b) 4% ao mês, considerando juros simples.
 - c) 10% ao mês, considerando juros simples.
 - d) 20% no período.
 - e) 5% ao mês, juros simples.

Solução

O examinador foi bastante sagaz nesta questão, mas ela não é difícil. Para sua solução, necessita-se entender o que exatamente ocorreu.

Analisando: o valor a ser pago pelo empréstimo é de R\$ 12.000,00, porém já estão no banco R\$ 2.000,00. Portanto, faltam R\$ 10.000,00.

O valor do empréstimo foi de R\$ 10.000,00, mas a pessoa somente retirou R\$ 8.000,00, pois foi compelida a deixar R\$ 2.000,00 no banco. Assim, a situação é apresentada como se o valor do empréstimo tomado fosse de R\$ 8.000,00, e o valor a ser devolvido, de R\$ 10.000,00.

Dessa forma, o juro do período foi de 25% ($R\$ 10.000,00 / R\$ 8.000,00$). Como o período considerado foi de 5 meses, a taxa mensal de juros simples foi de 5%.

Alternativa correta: letra “E”.

- 17) (Esaf/AFPS-2002) Uma pessoa física recebeu um empréstimo de um banco comercial no valor de R\$ 10.000,00, por um prazo de três meses, para pagar de volta este valor acrescido de 15% de juros ao fim do prazo. Todavia, a pessoa só pode usar em proveito próprio 75% do empréstimo, porque, por força do contrato, usou o restante para fazer uma aplicação no próprio banco, que rendeu R\$ 150,00 ao fim dos três meses. Indique qual foi a taxa efetiva de juros paga pela pessoa física sobre a parte do empréstimo que utilizou em proveito próprio.**
- a) 12% ao trimestre.
 - b) 14% ao trimestre.
 - c) 15% ao trimestre.
 - d) 16% ao trimestre.
 - e) 18% ao trimestre.

Solução

Observem que o valor do empréstimo é de R\$ 10.000,00, e sobre esse valor será pago um juro de 15%, o que resultará num montante a ser pago no valor de R\$ 11.500,00. Considerando que R\$ 2.500,00 foram deixados nessa tal de aplicação (25%), e que renderá juros de R\$ 150,00, então, no final do período, essa pessoa já terá no banco a quantia de R\$ 2.650,00. Portanto, falta uma quantia de R\$ 8.850,00 ($R\$ 11.500,00 - R\$ 2.650,00$) para ser paga, dispondo a pessoa de apenas R\$ 7.500,00.

Assim, se o montante a ser pago é de R\$ 8.850,00 e o valor do principal foi de R\$ 7.500,00, a taxa de juros implicada na operação foi de:

$$M = C \times (1 + in)$$

$$(1 + in) = M / C$$

$$(1 + in) = 8.850,00 / 7.500,00$$

$$(1 + in) = 1,18$$

$$in = 1,18 - 1$$

$$in = 0,18$$

Como $n = 1$, implica que $i = 0,18 \times 100 = 18\%$.

Logo, a resposta correta é a letra “E”.

- 18) (Esaf/AFRF-2002-2) Uma conta no valor de R\$ 2.000,00 deve ser paga em um banco na segunda-feira, dia 8. O não pagamento no dia do vencimento implica uma multa fixa de 2% sobre o valor da conta, mais o pagamento de uma taxa de permanência de 0,2% por dia útil de atraso, calculada como juros simples, sobre o valor da conta. Calcule o valor do pagamento devido no dia 22 do mesmo mês, considerando que não há nenhum feriado bancário no período.**

a) R\$ 2.080,00.

d) R\$ 2.096,00.

b) R\$ 2.084,00.

e) R\$ 2.100,00.

c) R\$ 2.088,00.

Solução

Questão semelhante a essa foi cobrada no concurso realizado pela Esaf, no ano anterior para o SERPRO. Aliás, não foi só essa questão que foi semelhante àquela prova: foram 6 questões quase iguais nos dois concursos.

Na questão em tela, é afirmado que será devido, a título de multa, o equivalente a 2% da dívida, se esta não for paga no dia 8. A dívida foi paga no dia 22; logo, são devidos os 2% de multa fixa.

Também é informado que sobre o pagamento em atraso incide uma taxa de 0,2% ao dia útil. Do dia 8 ao dia 22 temos 14 dias corridos. Considerando que o dia 8 foi uma segunda-feira, então até o dia 22 se passaram dois finais de semana, isto é, dois sábados e dois domingos. Assim, tem-se que descontar 4 dias para se chegar aos dias úteis, pois sábados e domingos não são dias úteis, totalizando 10 dias úteis.

Desta forma, sobre o valor original (R\$ 2.000,00), deve-se adicionar 2% a título de multa fixa e 2% ($10 \times 0,2\%$) a título de juros.

Atenção!!!

Vejam que se afirmou que a base de cálculo é o valor original. Assim sendo, podem-se somar os dois percentuais, pois se trata de regime de juros simples, o que resulta em uma taxa de 4% (2% de multa + 2% de juros).

Valor devido em 22 do mês de referência:

$$M = C \times (1 + i n)$$

$$M = 2.000,00 \times (1 + 0,04 \times 1)$$

$$M = \text{R\$ } 2.080,00.$$

A resposta satisfaz à alternativa “A”.

- 19) (Esaf/SERPRO-2001) Uma conta no valor de R\$ 1.000,00 deve ser paga em um banco na segunda-feira, dia 5. O não pagamento no dia do vencimento implica uma multa fixa de 2% sobre o valor da conta, mais o pagamento de uma taxa de permanência de 0,1% por dia útil de atraso, calculada como juros simples, sobre o valor da conta. Calcule o valor do pagamento devido no dia 19 do mesmo mês, considerando que não há nenhum feriado bancário no período.**
- R\$ 1.019,00.
 - R\$ 1.020,00.
 - R\$ 1.025,00.
 - R\$ 1.029,00.
 - R\$ 1.030,00.

Solução

Na questão em tela, é afirmado que será devido, a título de multa, o equivalente a 2% da dívida, se esta não for paga no dia 5. A dívida foi paga no dia 19; logo, são devidos os 2% de multa fixa.

Também foi informado que sobre o pagamento em atraso incide uma taxa de 0,1% ao dia útil. Do dia 5 ao dia 19, têm-se 14 dias corridos. Considerando que o dia 5 foi uma segunda-feira, então, até o dia 19, se passaram dois finais de semana, isto é, dois sábados e dois domingos. Assim, tem-se que descontar 4 dias para se chegar aos dias úteis, pois sábados e domingos não são dias úteis (os bancos não funcionam).

Desta forma, sobre o valor original (R\$ 1.000,00), deve-se adicionar 2% a título de multa fixa e 1% ($10 \times 0,1\%$) a título de juros.

Valor devido em 19 do mês de referência:

$$M = C \times (1 + i \times n)$$

$$M = R\$ 1.000,00 \times (1 + 0,03 \times 1)$$

$$M = R\$ 1.030,00.$$

A resposta satisfaz a alternativa “E”.

- 20) (Esaf/SUSEP-2002-Analista Técnico Atuarial) Um capital é aplicado a juros simples durante três meses e dez dias a uma taxa de 3% ao mês. Calcule os juros em relação ao capital inicial.**
- 9%.
 - 10%.
 - 10,5%.
 - 11%.
 - 12%.

Solução

Perceba que não foi informado o capital. Conforme já se frisou, é bom, nestes casos, atribuir um valor a ele, e o melhor valor é de R\$ 100,00, pois os juros por ele produzidos representarão, em valores, o próprio percentual.

Assim, tem-se:

$$C = R\$ 100,00$$

$$n = 3 \text{ meses e } 10 \text{ dias} = 100 \text{ dias} = 100/30 \text{ meses}$$

$$i = 3\% \text{ a.m.}$$

$$J = ?$$

$$J = C \times i \times n$$

$$J = R\$ 100,00 \times 0,03 \times 100/30$$

$$J = R\$ 100,00 \times 0,01 \times 10/1$$

$$J = R\$ 10,00.$$

Logo, em termos percentuais, os juros produzidos (R\$ 10,00) sobre o capital hipotético de R\$ 100,00 representam 10%.

Assim, a resposta correta é a letra “B”.

- 21) A empresa “X” deve a um banco quatro notas promissórias: a primeira, de R\$ 100.000,00, com vencimento para 75 dias; a segunda, de R\$ 250.000,00, com vencimento para 153 dias; a terceira, de R\$ 280.000,00, com vencimento para 60 dias; e a última, de R\$ 120.000,00, com vencimento para 210 dias. A empresa deseja consolidar esses quatro títulos em uma única promissória de R\$ 750.000,00. Sabendo-se que o banco adota o regime de juros comerciais simples, o prazo do novo título será de:**

- a) 100 dias; d) 117 dias;
b) 106 dias; e) 123 dias.
c) 112 dias;

Solução

A questão versa sobre prazo médio. Lembrando a fórmula, o prazo médio $\bar{n}$ é de:

$$\bar{n} = \frac{\sum C_i n_i}{\sum C_i}$$

Como todas as taxas são iguais, pode-se simplesmente ignorá-las:

$$\bar{n} = \frac{\sum C_n}{\sum C}$$

$$\bar{n} = (100.000 \times 75 + 250.000 \times 153 + 280.000 \times 60 + 120.000 \times 210) / 750.000$$

$$\bar{n} = 117 \text{ dias.}$$

Logo, a resposta correta é a letra “D”.

- 22) (AFTN – Esaf/1998) Os capitais de R\$ 20.000,00, R\$ 30.000,00 e R\$ 50.000,00 foram aplicados à mesma taxa de juros simples mensal, durante 4, 3 e 2 meses respectivamente. Obtenha o prazo médio de aplicação desses capitais.**

- a) Dois meses e vinte e um dias. d) Três meses e nove dias.
b) Três meses. e) Dois meses e meio.
c) Três meses e dez dias.

Solução

$$\bar{n} = \frac{\sum C_i n_i}{\sum C_i}$$

Como todas as taxas são iguais, pode-se desconsiderá-las:

$$\bar{n} = \frac{\sum C_n}{\sum C}$$

$$\bar{n} = (20.000 \times 4 + 30.000 \times 3 + 50.000 \times 2) / (20.000,00 + 30.000,00 + 50.000,00)$$

$$\bar{n} = 270.000,00 / 100.000,00$$

$$\bar{n} = 2,7 \text{ meses} = (2,7 \times 30) \text{ dias} = 81 \text{ dias} = 2 \text{ meses e } 21 \text{ dias.}$$

Logo, a resposta correta é a letra “A”.

- 23) (Esaf/AFRF –2002-1) Os capitais de R\$ 2.000,00, R\$ 3.000,00, R\$ 1.500,00 e R\$ 3.500,00 são aplicados à taxa de 4% ao mês, juros simples, durante dois, três, quatro e seis meses, respectivamente. Obtenha o prazo médio de aplicação destes capitais.**

- a) Quatro meses.
- b) Quatro meses e cinco dias.
- c) Três meses e vinte e dois dias.
- d) Dois meses e vinte dias.
- e) Oito meses.

Solução

Mais uma vez as taxas são todas iguais; logo, serão ignoradas.

$$\bar{n} = \frac{\sum C_i n_i}{\sum C_i}$$

$$\bar{n} = [(2.000,00 \times 2) + (3.000,00 \times 3) + (1.500,00 \times 4) + (3.500,00 \times 6)] / (2.000,00 + 3.000,00 + 1.500,00 + 3.500,00)$$

$$\bar{n} = [4.000,00 + 9.000,00 + 6.000,00 + 21.000,00] / 10.000,00$$

$$\bar{n} = 40.000,00 / 10.000,00$$

$$\bar{n} = 4 \text{ meses.}$$

O valor apurado satisfaz a alternativa “A”, que é a resposta correta.

- 24) (AFRF 2000/2001 – Esaf) Os capitais de R\$ 3.000,00, R\$ 5.000,00 e R\$ 8.000,00 foram aplicados todos no mesmo prazo, a taxas de juros simples de 6% ao mês, 4% ao mês e 3,25% ao mês, respectivamente. Calcule a taxa média de aplicação desses capitais.**

- a) 4,83% ao mês.
- b) 3,206% ao mês.
- c) 4,4167% ao mês.
- d) 4% ao mês.
- e) 4,859% ao mês.

Solução

Para não cansá-lo da forma de resolução deste tipo de questão, vai-se apresentá-la sob outra maneira, dando a você uma opção a mais de cálculo, e lembrando que:

$$\bar{i} = \frac{\sum C_i n_i}{\sum C_i n_i}$$

Como a questão versa sobre taxa média, tem-se que dividir o total dos juros ($\sum C_i n_i$) pelo somatório do capital multiplicado pelo prazo ($\sum C_i$).

$C \times n$	i	
$J_1 = R\$ 3.000,00 \times 1 \times$	6%	$= R\$ 180,00$
$J_2 = R\$ 5.000,00 \times 1 \times$	4%	$= R\$ 200,00$
$J_3 = R\$ 8.000,00 \times 1 \times$	3,25%	$= R\$ 260,00$
Total = R\$ 16.000,00		R\$ 640,00

A taxa média será determinada pela divisão de R\$ 640,00 por R\$ 16.000,00, isto é, será de 4% (0,04).

A resposta correta é a letra “D”.

- 25) (Esaf/AFRF/2002-2) Os capitais de R\$ 7.000,00, R\$ 6.000,00, R\$ 3.000,00 e R\$ 4.000,00 são aplicados, respectivamente, às taxas de 6%, 3%, 4% e 2% ao mês, no regime de juros simples, durante o mesmo prazo. Calcule a taxa média proporcional anual de aplicação destes capitais.**

- a) 4%.
- b) 8%.
- c) 12%.
- d) 24%.
- e) 48%.

Solução

Mais uma questão de taxa média:

$C \times n$	i	
$J_1 = R\$ 7.000,00 \times 1$	6%	= R\$ 420,00
$J_2 = R\$ 6.000,00 \times 1$	3%	= R\$ 180,00
$J_3 = R\$ 3.000,00 \times 1$	4%	= R\$ 120,00
$J_4 = R\$ 4.000,00 \times 1$	2%	= R\$ 80,00
Total = R\$ 20.000,00		R\$ 800,00

A taxa média será determinada pela divisão de R\$ 800,00 por R\$ 20.000,00, isto é, será de 4% (0,04).

A resposta correta é a letra “A”.

- 26) (Esaf-ATE/MS-2001) Três capitais são aplicados a juros simples pelo mesmo prazo. O capital de R\$ 3.000,00 é aplicado à taxa de 3% ao mês; o capital de R\$ 2.000,00 é aplicado a 4% ao mês; e o capital de R\$ 5.000,00 é aplicado a 2% ao mês. Obtenha a taxa média mensal de aplicação desses capitais.**

- a) 3%.
- b) 2,7%.
- c) 2,5%.
- d) 2,4%.
- e) 2%.

Solução

A questão versa sobre taxa média.

A taxa média é calculada pela aplicação da seguinte equação:

$$\tilde{I} = \frac{\sum C \cdot i}{\sum C \cdot n}$$

Desta forma, a taxa média é obtida pelo somatório dos juros ($\sum C \cdot i$), dividido pelo somatório do produto do capital pelo tempo ($\sum C \cdot n$).

Como o prazo de aplicação é único, atribuiu-se a ele o valor de 1 ou o ignoramos.

$$\tilde{I} = (3.000 \times 0,03 + 2.000 \times 0,04 + 5.000 \times 0,02) / (3.000 + 2.000 + 5.000)$$

$$\tilde{I} = 270 / 10.000$$

$$\tilde{I} = 0,027 \text{ ou } 2,7\%.$$

Alternativa correta: letra “B”.

- 27) (Esaf-AFRF/2003) Os capitais de R\$ 2.500,00, R\$ 3.500,00, R\$ 4.000,00 e R\$ 3.000,00 são aplicados a juros simples, durante o mesmo prazo, às taxas mensais de 6%, 4%, 3% e 1,5%, respectivamente. Obtenha a taxa média mensal de aplicação destes capitais.**

- a) 2,9%.
- b) 3%.
- c) 3,138%.
- d) 3,25%.
- e) 3,5%.

Taxa média é aquela taxa que substitui todas as demais taxas de aplicação.

C x n	i
J ₁ = R\$ 2.500,00 x 1 6%	= R\$ 150,00
J ₂ = R\$ 3.500,00 x 1 4%	= R\$ 140,00
J ₃ = R\$ 4.000,00 x 1 3%	= R\$ 120,00
J ₄ = R\$ 3.000,00 X 1 1,5%	= R\$ 45,00
Total = R\$ 13.000,00	R\$ 455,00

A resposta correta é a letra “E”.

- a) R\$ 48,00.
- b) R\$ 50,00.
- c) R\$ 55,00.
- d) R\$ 60,00.
- e) R\$ 40,00.

A questão versa sobre uma capitalização no regime de juros simples.

O número de parcelas é igual a 20, sendo que a primeira é antecipada e a última é no vencimento. Assim, o tempo de aplicação da primeira parcela é de apenas 19 bimestres, a segunda de 18 bimestres,..., a 19ª de 1 bimestre e a 20ª no vencimento.

Sabemos ainda que o montante será de R\$ 1.950,00, e que a taxa é de 5% a.m., isto é, de 10% ao bimestre, ou 0.1 ao bimestre.

Matematicamente, teremos a seguinte equação:

Sendo P o valor da parcela (ou do capital aplicado em cada mês), e considerando que o montante é obtido pela fórmula $M = C \times (1 + in)$, então podemos afirmar que o montante de R\$ 1.950,00 será obtido pela seguinte equação:

$$1.950,00 = P \times [(1+0,1 \times 19) + (1+0,1 \times 18) + \dots + (1+0,1 \times 1) + (1+0,1 \times 0)]$$

$$1.950,00 = P \times [2,9 + 2,8 + \dots + 1,1 + 1,0]$$

Vejam que a expressão entre colchetes representa uma progressão aritmética (PA) decrescente, cuja razão é $-0,1$.

Dessa forma, a soma dos termos (entre colchetes) é obtida pela expressão seguinte:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Onde:

S_n = soma dos n termos de uma PA

a_1 = o valor do primeiro termo, no caso 2,9

a_n = o valor do último (ou enésimo) termo, no caso 1,0

n = número de termos, no caso 20.

$$\text{Assim, } S_n = [(2,9 + 1,0) / 2] \times 20$$

$$S_n = 39$$

Voltando à expressão inicial, que deve ser utilizada para o cálculo do valor de cada parcela, tem-se:

$$\text{R\$ } 1.950,00 = P \times 39,0$$

$$P = \text{R\$ } 1.950,00 / 39,0$$

$$P = \text{R\$ } 50,00.$$

Portanto, a alternativa correta é a letra “B”.

- 29) (Esaf-AFRF/2003) Uma pessoa tem que pagar dez parcelas, no valor de R\$ 1.000,00 cada, que vencem todo dia 5 dos próximos dez meses. Todavia, ela combina com o credor um pagamento único equivalente no dia 5 do décimo mês para quitar a dívida. Calcule este pagamento, considerando juros simples de 4% ao mês.**

- a) R\$ 11.800,00.
- b) R\$ 12.006,00.
- c) R\$ 12.200,00.
- d) R\$ 12.800,00.
- e) R\$ 13.486,00.

Solução

Está-se diante de uma capitalização no regime de juros simples, na qual é solicitado determinar o montante no final de 10 meses, com valores devidos ao final de cada mês a partir do primeiro.

O montante na data do vencimento da última parcela pode ser determinado pelo cálculo do montante de cada uma das parcelas, como segue:

$$M = C \times (1 + in)$$

$$M_1 = 1.000,00 \times (1 + 0,04 \times 9) = 1.000 \times 1,36 = \text{R\$ } 1.360,00$$

$$M_2 = 1.000,00 \times (1 + 0,04 \times 8) = 1.000 \times 1,32 = \text{R\$ } 1.320,00$$

$$M_3 = 1.000,00 \times (1 + 0,04 \times 7) = 1.000 \times 1,28 = \text{R\$ } 1.280,00$$

$$M_4 = 1.000,00 \times (1 + 0,04 \times 6) = 1.000 \times 1,24 = \text{R\$ } 1.240,00$$

$$M_5 = 1.000,00 \times (1 + 0,04 \times 5) = 1.000 \times 1,20 = \text{R\$ } 1.200,00$$

$$M_6 = 1.000,00 \times (1 + 0,04 \times 4) = 1.000 \times 1,16 = \text{R\$ } 1.160,00$$

$$M_7 = 1.000,00 \times (1 + 0,04 \times 3) = 1.000 \times 1,12 = \text{R\$ } 1.120,00$$

$$M_8 = 1.000,00 \times (1 + 0,04 \times 2) = 1.000 \times 1,08 = \text{R\$ } 1.080,00$$

$$M_9 = 1.000,00 \times (1 + 0,04 \times 1) = 1.000 \times 1,04 = \text{R\$ } 1.040,00$$

$$M_{10} = 1.000,00 \times (1 + 0,04 \times 0) = 1.000 \times 1,00 = \text{R\$ } 1.000,00$$

$$\text{TOTAL} = \text{R\$ } 11.800,00$$

Veja que este cálculo é bastante extenso e demandaria um tempo excessivo. Em provas de concursos, possui-se em média de 3 a 4 minutos para resolver cada questão. Se fosse adotado esse critério, certamente lhe faltaria tempo para resolver toda prova.

Uma solução bem mais rápida é conseguida mediante o emprego dos conhecimentos de progressão aritmética (PA), com a utilização da fórmula para o cálculo da soma dos termos de uma PA. A expressão a ser satisfeita é a seguinte:

$$M = P \times [(1+0,04 \times 9) + (1+0,04 \times 8) + \dots + (1+0,04 \times 1) + (1+0,04 \times 0)]$$

P é cada uma das parcelas de R\$ 1.000,00 e $(1 + i \times n)$ são os termos da PA.

Desta forma, com aplicação da expressão a seguir, será determinada a soma dos termos, ou seja, a parte entre colchetes da expressão acima.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Onde:

S_n = soma dos termos de uma PA

a_1 = o valor do primeiro termo, no caso 1,36.

$a_n = a_{10}$ = valor do último termo, no caso 1.

n = número de termos, no caso 10.

Assim, $S_n = [(1,36 + 1,0) / 2] \times 10$

$$S_n = [2,36 / 2] \times 10$$

$$S_n = 1,18 \times 10$$

$$S_n = 11,8$$

Voltando à expressão inicial para o cálculo do montante, tem-se:

$$M = P \times 11,8$$

$$M = R\$ 1.000,00 \times 11,8$$

$$M = R\$ 11.800,00.$$

Portanto, a alternativa correta é a letra “A”.

30) Pedro vendeu uma máquina de calcular com um prejuízo de 20% sobre o preço de venda. Sabendo-se que o valor da perda foi de R\$ 170,00, o preço de aquisição da máquina foi de R\$:

- a) 850,00;
- b) 1.000,00;
- c) 1.020,00;
- d) 1.040,00;
- e) 1.050,00.

Solução

Note que o prejuízo de R\$ 170,00 é sobre o preço de venda (PV). Logo, o PV será igualado a 100%, pois ele é o elemento de comparação.

$$R\$ 170,00 = 20\%$$

$$PV = 100\%$$

$$PV = R\$ 170,00 \times 100\% / 20\%$$

$$PV = R\$ 850,00$$

Como o preço de aquisição (PA) é o preço de venda (PV) mais o prejuízo, então o PA será:

$$PA = R\$ 850,00 + R\$ 170,00$$

$$PA = R\$ 1.020,00.$$

Resposta correta: letra “C”.

- 31) Um capital de R\$ 100.000,00, aplicado à taxa de juros simples de 20% ao trimestre, ao longo de 15 meses, rende um total de juros no valor de:**

- a) R\$ 30.000,00; d) R\$ 150.000,00;
b) R\$ 80.000,00; e) R\$ 180.000,00.
c) R\$ 100.000,00;

Solução

A questão é bastante simples, de aplicação direta de fórmula.

$$J = C \cdot i \cdot n$$

$$J = R\$ 100.000,00 \times 0,20 \times 5$$

$$J = R\$ 100.000,00$$

Resposta correta: letra "C".

- 32) Uma pessoa aplicou a juros simples ordinários ou comerciais a importância de R\$ 1.000,00 no dia 20/06/1999 e recebeu por essa aplicação o montante de R\$ 1.020,00 no dia 02/07/1999. Nessas condições, a taxa de juros mensal da operação foi de:**

- a) 4,0% d) 5,5%
b) 4,5% e) 6,0%
c) 5,0%

Solução

$$C = R\$ 1.000,00$$

$$M = R\$ 1.020,00$$

$$J = R\$ 20,00$$

$$n = 02/07/99 - 20/06/99 = 12 \text{ dias}$$

$$i = ?$$

$$J = C \cdot i \cdot n$$

$$R\$ 20,00 = R\$ 1.000,00 \times i \times 12/30$$

$$R\$ 20,00 = R\$ 1.000,00 \times i \times 0,4$$

$$R\$ 20,00 = R\$ 400,00 \cdot i$$

$$i = R\$ 20,00 / R\$ 400,00$$

$$i = 0,05$$

$$i = 5\%.$$

Resposta correta: letra "C".

- 33) Paulo emprestou R\$ 150,00, a juros simples comerciais, lucrando R\$ 42,00 de juros. Sabendo-se que o prazo de aplicação foi de 120 dias, a taxa de juros mensal aplicada foi de:**

- a) 7%; d) 5%;
b) 8%; e) 4%.
c) 6%;

Solução

$$C = R\$ 150,00$$

$$J = R\$ 42,00$$

$$n = 120 \text{ d} = 4 \text{ meses}$$

Resposta correta: letra “A”.

- Solução:**

0,5 C	0,5 C
n = 6 meses	n = 4 meses
M1 = R\$ 117.000,00	M2 = R\$ 108.000,00
C = ?	

$$M = C + J \quad \Rightarrow \quad J = M - C$$

$$M_1 - M_2 = \text{R\$ } 117.000,00 - \text{R\$ } 108.000,00 = \text{R\$ } 9.000,00.$$

Os dois capitais são iguais e estão aplicados à mesma taxa de juros mensais. Os montantes, entretanto, são diferentes, em função de os capitais estarem aplicados a prazos diferentes. Desta forma, a diferença entre os dois montantes (R\$ 9.000,00) representa os juros obtidos pela aplicação da metade do capital pelo período de 2 meses.

Como, em dois meses, a metade do capital rendeu R\$ 9.000,00 de juros, e considerando que, no regime de juros simples, estes são lineares, então, em 6 meses, essa metade do capital rende três vezes mais juros, ou seja, rende R\$ 27.000,00 de juros.

Desta forma, pode-se apurar o valor do capital aplicado do seguinte modo:

$$J_1 = M_1 - 0,5 C$$

$$R\$ 27.000,00 = R\$ 117.000,00 - 0,5 C$$

$$0,5 C = \text{R\$ } 117.000,00 - \text{R\$ } 27.000,00$$

$$0,5 C = \text{R\$ } 90.000,00$$

$$C = \text{R\$ } 90.000,00 / 0,5$$

$$C = \text{R\$ } 180.000,00.$$

Resposta correta: letra “D”.

- 35) Um investidor empregou 70% de seu capital, à taxa de 24% a.a., e o restante, à taxa de 18% a.a. Admitindo-se que as aplicações foram efetuadas no regime de juros simples comerciais, pelo prazo de 10 meses, e que juntas renderam juros no total de R\$ 38.850,00, o capital inicial do investidor era de R\$:

Como Pedro recebeu R\$ 6.000,00 a mais do que João, então Pedro recebeu R\$ 18.000,00.

A diferença entre o lucro recebido por Pedro e Paulo é de R\$ 12.000,00, o que representa um capital de R\$ 60.000,00. Então, para R\$ 60.000,00 de capital, coube um lucro de R\$ 12.000,00. Assim:

$$\text{Capital R\$ 60.000,00} = \text{Lucro R\$ 12.000,00}$$

$$\text{Capital X} = \text{Lucro R\$ 36.000,00}$$

$$X = \text{R\$ } 36.000,00 \times \text{R\$ } 60.000,00 / \text{R\$ } 12.000,00$$

$$X = \text{R\$ } 180.000,00.$$

Resposta correta: letra “A”.

- 37) Um capitalista empregou $\frac{2}{5}$ de seu capital a juros simples comerciais, à taxa de 48% a.a., durante 5 meses, e o restante do capital, também a juros simples comerciais, à taxa de 60% a.a., durante 6 meses. Sabendo-se que a soma dos montantes recebidos nas duas aplicações foi de R\$ 302.400,00, o capital inicial total era de R\$:**

- a) 230.000,00; d) 255.000,00;
b) 240.000,00; e) 260.000,00.
c) 250.000,00;

Solução

$0,4 C$	$0,6 C$
$i = 48\% \text{ a.a.} = 4\% \text{ a.m.}$	$i = 60\% \text{ a.a.} = 5\% \text{ a.m.}$
$n = 5 \text{ meses}$	$n = 6 \text{ meses}$
$M_1 = ?$	$M_2 = ?$
$M_1 + M_2 = \text{R\$ } 302.400,00$	
$C = ?$	

Como $M = C(1 + in)$, tem-se:

$$0,4 C(1 + 0,04 \times 5) + 0,6 C(1 + 0,05 \times 6) = \text{R\$ } 302.400,00$$

$$0,4 C \times 1,2 + 0,6 C \times 1,3 = \text{R\$ } 302.400,00$$

$$0,48 C + 0,78 C = \text{R\$ } 302.400,00$$

$$1,26 C = \text{R\$ } 302.400,00$$

$$C = \text{R\$ } 302.400,00 / 1,26$$

$$C = \text{R\$ } 240.000,00.$$

Resposta correta: letra “B”.

- 38) João aplicou certa importância a uma taxa de 24% a.a., por 10 meses. Findo o prazo, reaplicou o montante por mais 5 meses, à taxa de 30% a. a. Sabendo-se que ambas as aplicações renderam juros no total de R\$ 3.710,00 e que o regime de capitalização é o de juros simples comerciais, o capital inicial da aplicação original era de R\$:**

- a) 10.000,00; d) 10.800,00;
b) 10.600,00; e) 11.000,00.
c) 10.700,00;

Solução

$$C = ?$$

$$i_1 = 24\% \text{ a.a.} = 2\% \text{ a.m.}$$

$$n_1 = 10 \text{ meses}$$

$$M_1 = ? \quad J_1 = ?$$

$$C_2 = M_1 = ?$$

$$n_2 = 5 \text{ meses}$$

$$i_2 = 30\% \text{ a.a.} = 2,5\% \text{ a.m.}$$

$$J_2 = ?$$

$$J_1 + J_2 = \text{R\$ } 3.710,00.$$

O juro 1 é obtido de forma direta pela aplicação da fórmula de juros. O juro 2 é obtido, considerando-se como capital o montante 1. Tem-se, então, de resolver a seguinte expressão:

$$J_{\text{total}} = C \times i_1 \times n_1 + M_1 \times i_2 \times n_2$$

$$\text{O montante } 1 = C (1 + 0,02 \times 10)$$

Substituindo os elementos na fórmula, tem-se:

$$\text{R\$ } 3.710,00 = C \times 0,02 \times 10 + [C (1 + 0,02 \times 10)] \times 0,025 \times 5$$

$$\text{R\$ } 3.710,00 = 0,2 C + 1,2 C \times 0,125$$

$$\text{R\$ } 3.710,00 = 0,2 C + 0,15 C$$

$$\text{R\$ } 3.710,00 = 0,35 C$$

$$C = \text{R\$ } 3.710,00 / 0,35$$

$$C = \text{R\$ } 10.600,00.$$

Resposta correta: letra “B”.

- 39) Uma duplicata de R\$ 570,00, vencida em 4/03/2000, somente foi paga em 20/06/2000. Admitindo-se que o banco cobre juros simples de 24% a.a., o montante desembolsado pelo devedor foi de R\$:**

a) 591,06;

d) 607,57;

b) 595,95;

e) 611,04.

c) 601,82;

Solução

$$C = \text{R\$ } 570,00$$

$$i = 24\% \text{ a.a.}$$

$$n = \begin{array}{ccc} 2000 & 06 & 20 \end{array}$$

$$(-) \begin{array}{ccc} 2000 & 03 & 04 \end{array}$$

$$= \begin{array}{ccc} 0 & 03 & 16 \end{array}$$

$$(+) \begin{array}{ccc} & & 02^* \end{array}$$

$$= \begin{array}{ccc} 108 & \text{dias} & \end{array}$$

$$n = 108/360 \text{ anos}$$

* No cálculo dos dias efetuado da forma acima, consideram-se todos os meses com 30 dias. Como os meses de março e maio possuem 31 dias, é necessário acrescentar mais dois dias ao resultado. Outra questão diz respeito ao período de aplicação. Como

o negócio ocorreu numa instituição financeira, considera-se o ano com 360 dias para o denominador, pois as aplicações em instituições financeiras são, de regra, calculadas por juros comerciais. No numerador, entretanto, adotou-se o número de dias exatos. Assim, obter-se-á o montante pela aplicação direta da fórmula.

$$M = ?$$

$$M = C (1 + in)$$

$$M = R\$ 570,00 (1 + 0,24 \times 108/360)$$

$$M = R\$ 611,04.$$

Resposta correta: letra “E”.

40) Uma pessoa emprega seu capital nas seguintes condições: a terça parte, a 15% ao ano; a quinta parte, a 18% ao ano; e o restante, a 21% ao ano. Qual a taxa única, a que a mesma poderia empregar todo o capital, a fim de obter o mesmo rendimento anual?

a) 18,4%.

d) 15,6%.

b) 12,8%.

e) 22,2%.

c) 21,2%.

Solução

$1/3 C$	$1/5 C$	$X C$
$i = 15\% \text{ a.a.}$	$i = 18\% \text{ a.a.}$	$i = 21\% \text{ a.a.}$
	$\tilde{i} = ?$	

Inicialmente, deve-se encontrar o valor de X. Como as três partes devem formar um inteiro, X poderá ser encontrado pela resolução da seguinte expressão:

$$1/3 C + 1/5 C + X = C$$

Extraíndo o MMC, tem-se:

$$\frac{5 C + 3 C + 15 X}{15} = \frac{15 C}{15}$$

$$15 X = 15 C - 5 C - 3 C$$

$$15 X = 7 C$$

$$X = 7/15 C.$$

Assim, considerando a soma do capital como sendo 15, as partes são: 5, 3 e 7.

$$\tilde{i} = \sum C_i n / \sum C_n$$

Como os períodos são idênticos para os capitais, eles podem ser desconsiderados no cálculo. Desta forma, tem-se:

$$\tilde{i} = (C_1 \times i_1 + C_2 \times i_2 + C_3 \times i_3) / (C_1 + C_2 + C_3)$$

$$\tilde{i} = (5 \times 15 + 3 \times 18 + 7 \times 21) / (5 + 3 + 7)$$

$$\tilde{i} = (75 + 54 + 147) / 15$$

$$\tilde{i} = 276 / 15$$

$$\tilde{i} = 18,4\%.$$

Resposta correta: letra “A”.

- 41) (Prova AFTN/91) Um capital no valor de 50, aplicado a juro simples, a uma taxa de 3,6% ao mês, atinge, em 20 dias, um montante de:**

a) 51; d) 53,6;
b) 51,2; e) 68.
c) 52;

Solução

$M = ?$

$C = 50$

$i = 3,6\% \text{ a.m.} = 0,12\% \text{ a.d.}$

$n = 20 \text{ dias.}$

A questão é de aplicação direta de fórmula:

$M = C (1 + i n)$

$M = 50 (1 + 0,0012 \times 20)$

$M = 50 (1 + 0,024)$

$M = 50 \times 1,024$

$M = 51,2.$

Resposta correta: letra “B”.

- 42) Determinado capital foi aplicado a uma taxa de 3,8% a.a. de juros simples, por um período de 10 meses, sendo resgatada, ao final deste período, a importância de R\$ 20.633,33. Qual o valor do capital investido?**

a) 10.000. d) 12.000.
b) 20.000. e) 15.000.
c) 6.333,33.

Solução

$C = ?$

$i = 3,8\% \text{ a.a.}$

$n = 10 \text{ meses} = 10/12 \text{ ano}$

$M = \text{R\$ } 20.633,33$

$M = C (1 + in)$

$\text{R\$ } 20.633,33 = C (1 + 0,038 \times 10/12)$

$\text{R\$ } 20.633,33 = 1,0316667 C$

$C = \text{R\$ } 20.633,33 / 1,0316667$

$C = \text{R\$ } 20.000,00.$

Resposta correta: letra “B”.

- 43) Dispondo de R\$ 60.000,00, João aplica 3/4 dessa importância a uma taxa mensal de 15% de juros, e o restante a 12% ao mês. Quanto receberá de juros, decorridos 10 meses?**

a) 85.500.
b) 145.500.
c) 67.500.
d) 112.500.
e) 18.000.

Solução

$C_1 = \text{R\$ } 45.000,00$	$C_2 = \text{R\$ } 15.000,00$
$i_1 = 15\% \text{ a.m.}$	$i_2 = 12\% \text{ a.a.} = 1\% \text{ a.m.}$
$n = 10 \text{ meses}$	$n = 10 \text{ meses}$
$J_1 = ?$	$J_2 = ?$
$J_{\text{total}} = J_1 + J_2 = ?$	

$$J_{\text{total}} = \text{R\$ } 45.000,00 \times 0,15 \times 10 + \text{R\$ } 15.000,00 \times 0,12 \times 10$$

$$J_{\text{total}} = \text{R\$ } 67.500,00 + \text{R\$ } 18.000,00$$

$$J_{\text{total}} = \text{R\$ } 85.500,00.$$

Resposta correta: letra "A".

- 44) Um vendedor de carros comercializa determinado veículo por 60% do valor à vista como entrada e um pagamento de R\$ 60.000,00, 30 dias depois. Sabendo que o valor à vista do veículo é de R\$ 125.000,00, qual a taxa mensal de juros cobrada?**

- a) 0,67%.
- b) 2%.
- c) 25%.
- d) 20%.
- e) 2,5%.

Solução

$$\text{Preço à vista} = \text{R\$ } 125.000,00$$

$$(-) \text{ Entrada } 60\% = \text{R\$ } 75.000,00$$

$$= \text{Valor financiado} = \text{R\$ } 50.000,00$$

O valor financiado é o próprio capital e somente sobre ele que incidirão juros.

$$M = \text{R\$ } 60.000,00$$

$$i = ?$$

$$n = 1 \text{ mês}$$

$$J = \text{R\$ } 10.000,00$$

$$J = C \cdot i \cdot n$$

$$\text{R\$ } 10.000,00 = \text{R\$ } 50.000,00 \times i \times 1$$

$$i = \text{R\$ } 10.000,00 / \text{R\$ } 50.000,00$$

$$i = 0,2 = 20\% \text{ ao mês.}$$

Resposta correta: letra "D".

- 45) Quanto tempo deve permanecer aplicado um capital para que os juros sejam equivalentes a 3 vezes este capital, num regime de juros simples a uma taxa de 12% ao trimestre?**

- a) 75 meses.
- b) 75 trimestres.
- c) 36 meses.
- d) 25 meses.
- e) 6 anos e meio.

Solução

Sendo os juros iguais a 3 vezes o capital aplicado, tem-se a seguinte situação:

$$n = ?$$

$$J = 3$$

$$C = 1$$

$$i = 12\% \text{ a.t.}$$

$$J = Cin$$

$$3 = 1 \times 0,12 \times n$$

$$n = 3 / 0,12$$

$$n = 25 \text{ trimestres} = 75 \text{ meses.}$$

Resposta correta: letra "A".

- 46) (Prova AFTN) O preço à vista de uma mercadoria é de R\$ 100,00. O comprador pode, entretanto, pagar 20% de entrada no ato e o restante em uma única parcela de R\$ 100,16, vencível em 90 dias. Admitindo-se o regime de juros simples comerciais, a taxa de juros anuais cobrada na venda a prazo é de:**

a) 98,4%;

d) 102,0%;

b) 99,6%;

e) 103,2%.

c) 100,8%;

Solução

$$\text{Preço à vista} = \text{R\$ } 100.000,00$$

$$(-) \text{ Entrada} = \text{R\$ } 20.000,00$$

$$= \text{Valor financiado} = \text{R\$ } 80.000,00$$

$$C = \text{R\$ } 80.000,00$$

$$M = \text{R\$ } 100.160,00$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$J = M - C = \text{R\$ } 20.160,00$$

$$i = ?$$

$$J = Cin$$

$$\text{R\$ } 20.160,00 = \text{R\$ } 80.000,00 \times i \times 3$$

$$\text{R\$ } 240.000,00 i = \text{R\$ } 20.160,00$$

$$i = \text{R\$ } 20.160,00 / \text{R\$ } 240.000,00$$

$$i = 0,084 = 8,4\% \text{ a.m.} \times 12 = 100,8\% \text{ a.a.}$$

Resposta correta: letra "C".

- 47) Carlos empresta R\$ 200.000,00 a uma taxa de juros de 20% a.a. Decorrido certo tempo, recebe juros equivalentes a 1/4 do valor cedido por empréstimo. Por quanto tempo esteve emprestado o capital de Carlos?**

a) 12,5 anos.

d) 5 anos.

b) 2 anos.

e) 20 anos.

c) 1 ano e 3 meses.

Solução

$$C = \text{R\$ } 200.000,00$$

$$i = 20\% \text{ a.a.}$$

$$J = \text{R\$ } 50.000,00$$

$$n = ?$$

$$J = C \cdot i \cdot n$$

$$R\$ 50.000,00 = R\$ 200.000,00 \times 0,2 \times n$$

$$R\$ 50.000,00 = R\$ 40.000,00 \cdot n$$

$$n = R\$ 50.000,00 / R\$ 40.000,00$$

$$n = 1,25 \text{ anos.}$$

Como 1 ano equivale a 12 meses, 0,25 ano equivale a 3 meses. Logo, o período de aplicação do capital foi de 1 ano e 3 meses.

Resposta correta: letra “C”.

- 48) Calcular os juros simples produzidos por certo capital que, aplicado durante 6 anos, à taxa de 2% a.a., produziu um montante de R\$ 280.000,00.**

a) 15.000.

d) 30.000.

b) 20.000.

e) 35.000.

c) 25.000.

Solução

$$M = R\$ 280.000,00$$

$$J = ?$$

$$C = ?$$

$$n = 6 \text{ anos}$$

$$i = 2\% \text{ a.a.}$$

$$M = C (1 + i \cdot n)$$

$$R\$ 280.000,00 = C (1 + 0,02 \times 6)$$

$$1,12 C = R\$ 280.000,00$$

$$C = R\$ 280.000,00 / 1,12$$

$$C = R\$ 250.000,00$$

$$\text{Como } J = M - C$$

$$J = R\$ 280.000,00 - R\$ 250.000,00$$

$$J = R\$ 30.000,00$$

Resposta correta: letra “D”.

- 49) Se aplicarmos R\$ 87.000,00 pelo período de 8 meses e 10 dias, a uma taxa mensal de juros de 2%, qual será o montante ao fim deste período?**

a) 522.000.

d) 435.000.

b) 43.500.

e) 263.175.

c) 101.500.

Solução

$$M = ?$$

$$C = R\$ 87.000,00$$

$$n = 8 \text{ meses e } 10 \text{ d} = 8 \text{ meses} + 1/3 \text{ de meses} = 25/3 \text{ de meses}$$

$$i = 2\% \text{ a.m.}$$

$$M = C (1 + i \cdot n)$$

$$M = R\$ 87.000,00 (1 + 0,02 \times 25/3)$$

$$M = R\$ 87.000,00 (1 + 0,166667)$$

$$M = R\$ 87.000,00 \times 1,166667$$

$$M = R\$ 101.500,00.$$

Resposta correta: letra “C”.

- 50) Uma loja vende um televisor por R\$ 1.800,00 à vista. A prazo, vende o aparelho por R\$ 2.800,00, com R\$ 720,00 de entrada e o saldo 3 meses após. Qual a taxa de juros simples mensal?**

- a) 30,14%.
b) 26,61%.
c) 32,18%.
d) 29,14%.
e) 30,86%.

Solução

$$\text{Preço à vista} = R\$ 1.800,00$$

$$\text{(-) Entrada} = R\$ 720,00$$

$$= \text{Valor financiado} = R\$ 1.020,00$$

Perceba que, na venda a prazo, o valor total a pagar é de R\$ 2.800,00. Como desse valor R\$ 720,00 são pagos como entrada, então o montante do valor financiado será:

$$\text{Montante} = R\$ 2.800,00 - R\$ 720,00 = R\$ 2.080,00$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$i = ?$$

Aplicando a fórmula do montante, tem-se:

$$M = C (1 + in)$$

$$R\$ 2.080,00 = R\$ 1.020,00 (1 + i \times 3)$$

$$R\$ 2.080,00 = R\$ 1.020,00 + R\$ 3.240,00 i$$

$$R\$ 3.240,00 i = R\$ 1.000,00$$

$$i = R\$ 1.000,00 / R\$ 3.240,00$$

$$i = 0,3086$$

$$i = 30,86\%.$$

Resposta correta: letra “E”.

- 51) Pedro aplicou suas economias, durante 8 meses, a uma taxa de juros simples de 12% a.a., no Banco A. Ao final deste período, retirou o capital aplicado e os juros e aplicou esta quantia total no Banco B, a uma taxa de 15% a.a. Ao fim de 6 meses, tinha um montante de R\$ 348.300,00. Qual era o valor original das economias de Pedro?**

- a) 300.000.
b) 250.000.
c) 225.000.
d) 200.000.
e) 175.000.

Solução

$$n_1 = 8 \text{ meses}$$

$$i_1 = 12\% \text{ a.a.} = 1\% \text{ a.m.}$$

$$C_1 = ?$$

$$M_1 = C_2 = ?$$

$$i_2 = 15\% \text{ a.a.}$$

$$n_2 = 6 \text{ meses} = 0,5 \text{ ano}$$

$$M_2 = \text{R\$ } 348.300,00$$

$$M = C (1 + i n)$$

$$\text{R\$ } 348.300,00 = M_1 (1 + 0,15 \times 0,5)$$

$$1,075 M_1 = \text{R\$ } 348.300,00$$

$$M_1 = \text{R\$ } 348.300,00 / 1,075$$

$$M_1 = \text{R\$ } 324.000,00$$

Lançando na fórmula $M = C (1 + in)$, term-se:

$$\text{R\$ } 324.000,00 = C_1 (1 + 0,01 \times 8)$$

$$1,08 C_1 = \text{R\$ } 324.000,00$$

$$C_1 = \text{R\$ } 324.000,00 / 1,08$$

$$C_1 = \text{R\$ } 300.000,00.$$

Resposta correta: letra "A".

- 52) Apliquei minhas economias, em regime de capitalização simples, a uma taxa de 6% a.a., durante 2 anos, 1 mês e 20 dias, obtendo um rendimento de R\$ 400.000,00. Quanto resgatei após o período indicado?**

- | | |
|---------------|---------------|
| a) 5.853.658. | d) 3.516.883. |
| b) 6.253.658. | e) 4.527.994. |
| c) 3.116.883. | |

Solução

$$i = 6\% \text{ a.a.}$$

$$n = 2 \text{ a, } 1 \text{ m, } 20 \text{ d} = 770 \text{ d} = 770 / 360 \text{ anos}$$

$$J = \text{R\$ } 400.000,00$$

$$M = ?$$

$$M = C + J$$

$$J = Cin$$

$$\text{R\$ } 400.000,00 = C \times 0,06 \times 770/360$$

$$0,1283333 C = \text{R\$ } 400.000,00$$

$$C = \text{R\$ } 400.000,00 / 0,1283333$$

$$C = \text{R\$ } 3.116.883,00$$

$$M = C + J$$

$$M = \text{R\$ } 3.116.883,00 + \text{R\$ } 400.000,00$$

$$M = \text{R\$ } 3.516.883,00.$$

Resposta correta: letra "D".

- 53) Paulo toma um empréstimo bancário de R\$ 1.000.000,00, comprometendo-se a quitá-lo em três vezes: 2/5, seis meses após; 1/3 do restante, decorridos mais 2 meses; e o saldo, ao final de um ano. Considerando um regime de capitalização simples, a uma taxa de 46% a.a., quanto pagará de juros?**

- | | |
|----------------|----------------|
| a) 317.333,33. | d) 347.333,33. |
| b) 327.333,33. | e) 357.333,33. |
| c) 337.333,33. | |

Solução

$$J = Cin$$

$$C_1 = R\$ 400.000,00$$

$$n_1 = 6 \text{ meses} = 0,5 \text{ anos}$$

$$C_2 = R\$ 200.000,00$$

$$n_2 = 8 \text{ meses} = 8/12 \text{ anos}$$

$$C_3 = R\$ 400.000,00$$

$$n_3 = 12 \text{ meses} = 1 \text{ ano}$$

$$i = 46\% \text{ a.a.}$$

$$J_1 = R\$ 400.000,00 \times 0,46 \times 0,5$$

$$J_1 = R\$ 92.000,00$$

$$J_2 = R\$ 200.000,00 \times 0,46 \times 8/12$$

$$J_2 = R\$ 61.333,33$$

$$J_3 = R\$ 400.000,00 \times 0,46 \times 1$$

$$J_3 = R\$ 184.000,00$$

$$J_1 + J_2 + J_3 = R\$ 337.333,33$$

Resposta correta: letra "C".

- 54) Carlos empresta 3/7 de seu capital a 8% a.a. de juros simples e o restante, a 1% a.m., recebendo de juros, após 2 anos, R\$ 22.011,43. Qual o montante global ao fim desses 2 anos?**

a) 45.857.

d) 61.143.

b) 129.011.

e) 14.674.

c) 7.337.

Solução

3/7 C	4/7 C
i = 8% a.a.	i = 1% a.m.
n = 2 anos	n = 2 anos
$J_1 = ?$	$J_2 = ?$
$J_1 + J_2 = R\$ 22.011,43$	
M = ?	

$$M = C + J$$

$$J = Cin$$

Substituindo os elementos na fórmula dos juros, tem-se:

$$R\$ 22.011,43 = 3/7 C \times 0,08 \times 2 + 4/7 C \times 0,01 \times 24$$

$$R\$ 22.011,43 = 3/7 C \times 0,16 + 4/7 C \times 0,24$$

$$R\$ 22.011,43 = 0,48/7 C + 0,96/7 C$$

$$R\$ 22.011,43 = 1,44/7 C$$

$$C = R\$ 22.011,43 \times 7 / 1,44$$

$$C = R\$ 107.000,00$$

Como o $M = C + J$, teremos:

$$M = R\$ 107.000,00 + R\$ 22.011,43$$

$$M = R\$ 129.011,43.$$

Resposta correta: letra “B”.

55) Empregando R\$ 150.000,00 a 8% a.m. e R\$ 220.000,00 a 5% a.m., após quantos meses os montantes serão iguais?

- a) 40. d) 70.
b) 50. e) 80.
c) 60.

Solução

$C_1 = R\$ 150.000,00$	$C_2 = R\$ 220.000,00$
$i_1 = 8\% \text{ a.m.}$	$i_2 = 5\% \text{ a.m.}$
$M_1 = M_2 = ?$	
$n_1 = n_2$	

Aplicando a fórmula do montante e considerando o montante 1 igual ao montante 2, tem-se:

$$M = C (1 + i n)$$

$$R\$ 150.000,00 (1 + 0,08 \times n) = R\$ 220.000,00 (1 + 0,05 \times n)$$

$$R\$ 150.000,00 + R\$ 12.000,00 n = R\$ 220.000,00 + R\$ 11.000,00 n$$

$$R\$ 1.000,00 n = R\$ 70.000,00$$

$$n = R\$ 70.000,00 / R\$ 11.000,00$$

$$n = 70 \text{ meses.}$$

Resposta correta: letra “D”.

56) Dois capitais idênticos são emprestados a juros simples, o primeiro, durante 3 anos, a uma taxa de 12% a.a., e o segundo, por 1 ano e meio, a 8% a.a. O credor recebe, como retorno de seus empréstimos, a quantia total de R\$ 744.000,00. Qual o valor de cada um dos capitais?

- a) 288.000. d) 144.000.
b) 600.000. e) 300.000.
c) 248.000.

Solução

$C_1 = ?$	$C_2 = ?$
$n = 3 \text{ anos}$	$n = 1,5 \text{ anos}$
$i_1 = 12\% \text{ a.a.}$	$i_2 = 8\% \text{ a.a.}$
$M_1 + M_2 = R\$ 744.000,00$	
$C_1 = C_2 = ?$	

$$M = C (1 + i n)$$

$$C (1 + 0,12 \times 3) + C (1 + 0,08 \times 1,5) = R\$ 744.000,00$$

$$1,36 C + 1,12 C = R\$ 744.000,00$$

$$2,48 C = R\$ 744.000,00$$
$$C = R\$ 744.000,00 / 2,48$$
$$C = R\$ 300.000,00.$$

Resposta correta: letra “E”.

- 57) Por quanto tempo deve-se empregar R\$ 200.000,00, a uma taxa anual de juros simples de 10%, para produzir um montante de R\$ 280.000,00?**

- a) 3,6 anos. d) 36 meses.
b) 10 anos. e) 4 anos.
c) 40 meses.

Solução

$$n = ?$$

$$C = R\$ 200.000,00$$

$$i = 10\% \text{ a.a.}$$

$$M = R\$ 280.000,00$$

$$J = M - C = R\$ 80.000,00$$

$$J = Cin$$

$$R\$ 80.000,00 = R\$ 200.000,00 \times 0,1 \times n$$

$$R\$ 80.000,00 = R\$ 20.000,00 n$$

$$n = R\$ 80.000,00 / R\$ 20.000,00$$

$$n = 4 \text{ anos.}$$

Resposta correta: letra “E”.

- 58) Calcule os juros simples produzidos por um capital de R\$ 20.000,00, aplicado por 129 dias a uma taxa de 6% a.a.**

- a) 430. d) 1.548.
b) 1.200. e) 333.
c) 12.900.

Solução

$$J = ?$$

$$C = R\$ 20.000,00$$

$$n = 129 \text{ dias} = 129/360 \text{ anos}$$

$$i = 6\% \text{ a.a.}$$

Aplicando a formula dos juros, tem-se:

$$J = Cin$$

$$J = R\$ 20.000,00 \times 0,06 \times 129/360$$

$$J = R\$ 430,00.$$

Resposta correta: letra “A”.

- 59) Calcule o montante gerado pela aplicação de certa quantia durante 3 anos, a uma taxa anual de 20%, e que rende R\$ 90.000,00 de juros.**

- a) 240.000. d) 120.000.
b) 200.000. e) 90.000.
c) 150.000.

Solução

$$M = ?$$

$$C = ?$$

$$J = \text{R\$ } 90.000,00$$

$$n = 3 \text{ anos}$$

$$i = 20\% \text{ a.a.}$$

$$M = C + J$$

$$J = C \cdot i \cdot n$$

Pela aplicação da fórmula dos juros, encontra-se o valor do capital aplicado:

$$\text{R\$ } 90.000,00 = C \times 0,2 \times 3$$

$$\text{R\$ } 90.000,00 = 0,6 C$$

$$C = \text{R\$ } 90.000,00 / 0,6$$

$$C = \text{R\$ } 150.000,00.$$

Como $M = C + J$, o valor do montante será:

$$M = \text{R\$ } 150.000,00 + \text{R\$ } 90.000,00$$

$$M = \text{R\$ } 240.000,00.$$

Resposta correta: letra "A".

- 60) Um capital foi aplicado durante um ano a juros simples, nos primeiros 3 meses, a uma taxa mensal de 5,2% e, no tempo restante, somado aos juros, a uma taxa de 8% a.m.; os juros resultantes desta segunda aplicação foram de R\$ 620.000,00. Qual o valor do capital inicialmente aplicado?**

a) 724.905,80.

d) 784.905,80.

b) 744.905,80.

e) 804.905,80.

c) 764.905,80.

Solução

$$n_1 = 3 \text{ meses}$$

$$i_1 = 5,2\% \text{ a.m.}$$

$$n_2 = 9 \text{ meses}$$

$$i_2 = 8\% \text{ a.m.}$$

$$J_2 = \text{R\$ } 620.000,00$$

$$C = ?$$

Como os juros da segunda aplicação são de R\$ 620.000,00 e eles foram obtidos pela aplicação do montante resultante da 1ª aplicação, tem-se:

$$J_2 = [C (1 + i_1 \cdot n_1)] \times i_2 \times n_2$$

$$\text{R\$ } 620.000,00 = [C (1 + 0,052 \times 3)] \times 0,08 \times 9$$

$$\text{R\$ } 620.000,00 = 1,156 C \times 0,72$$

$$0,83232 C = \text{R\$ } 620.000,00$$

$$C = \text{R\$ } 620.000,00 / 0,83232$$

$$C = \text{R\$ } 744.905,80.$$

Resposta correta: letra "B".

- 61) Se $6/8$ de uma quantia produzem $3/8$ desta mesma quantia de juros em 4 anos, qual é a taxa aplicada?**

- a) 12,5%.
- b) 8%.
- c) 37,5%.
- d) 3,75%.
- e) 7, 5%.

Solução

Perceba que $3/8$ é a metade de $6/8$.

Então, tomando $C = 2$ e $J = 1$, com $n = 4$ anos, tem-se:

$$J = C \cdot i \cdot n$$

$$1 = 2 \times i \times 4$$

$$8i = 1$$

$$i = 1/8$$

$$i = 0,125$$

$$i = 12,5\%.$$

Resposta correta: letra "A".

- 62) (AF-CE-Esaf/1998) Os capitais de R\$ 8.000,00, R\$ 10.000,00 e R\$ 6.000,00 foram aplicados à mesma taxa de juros simples, pelos prazos de 8, 5 e 9 meses, respectivamente. Obtenha o tempo necessário para que a soma desses capitais produza juros; à mesma taxa, iguais à soma dos juros dos capitais individuais aplicados nos seus respectivos prazos.**

- a) 6 meses.
- b) 6 meses e meio.
- c) 7 meses.
- d) 7 meses e dez dias.
- e) 7 meses e dezoito dias.

Solução

$$C_1 = \text{R\$ } 8.000,00 \quad n_1 = 8 \text{ meses}$$

$$C_2 = \text{R\$ } 10.000,00 \quad n_2 = 5 \text{ meses}$$

$$C_3 = \text{R\$ } 6.000,00 \quad n_3 = 9 \text{ meses}$$

Trata-se de uma questão de prazo médio. Assim:

$$C_1 \times n_1 = \text{R\$ } 8.000,00 \times 8 = \text{R\$ } 64.000,00$$

$$C_2 \times n_2 = \text{R\$ } 10.000,00 \times 5 = \text{R\$ } 50.000,00$$

$$C_3 \times n_3 = \text{R\$ } 6.000,00 \times 9 = \text{R\$ } 54.000,00$$

$$\text{Somadas} = \text{R\$ } 24.000,00 = \text{R\$ } 168.000,00$$

$$\bar{n} = \sum C \cdot n / \sum C$$

$$\bar{n} = \text{R\$ } 168.000,00 / \text{R\$ } 24.000,00$$

$$\bar{n} = 7 \text{ meses.}$$

Resposta correta: letra "C".

4. DESCONTO SIMPLES

- 1) (TTN/94) O valor atual racional de um título é igual à metade de seu valor nominal. Calcular a taxa de desconto, sabendo-se que o pagamento desse título foi antecipado de 5 meses.

- | | |
|--------------|--------------|
| a) 200% a.a. | d) 28% a.m. |
| b) 20% a.m. | e) 220% a.a. |
| c) 25% a.m. | |

Solução

Conforme se definiu na parte teórica, o valor atual racional (V_a) equivale, em juros simples, ao valor do capital; o valor nominal (N), ao montante; e o desconto racional (Dr), ao juro calculado sobre o V_a . Desta forma, como não foram apresentados valores, pode-se atribuí-los, como, por exemplo, $N = R\$ 100,00$, $V_a = R\$ 50,00$ e $Dr = R\$ 50,00$.

Como se definiu que o $Dr =$ juro, pode-se agora calcular a taxa envolvida:

$$J = Cin$$

$$R\$ 50,00 = R\$ 50,00 \times i \times 5$$

$$R\$ 250,00 i = R\$ 50,00$$

$$i = 50/250$$

$$i = 0,20, \text{ ou seja } 20\% \text{ ao mês.}$$

A resposta correta é “B”.

Perceba que pela utilização das fórmulas, sempre, se obterá a taxa em sua forma unitária. Para encontrar a forma percentual, basta multiplicar o valor assim encontrado por 100!!!

Existem outras formas de resolver este exercício, inclusive com uso de regra de três, que parece ser a forma mais fácil. No entanto, conforme já se disse, deve-se trabalhar com fórmulas também em juros simples, para, quando se chegar em juros compostos, estar habituado à forma de cálculo, o que tornará aqueles exercícios bem mais simples!!!

- 2) (TTN/89) Utilizando o desconto racional, o valor que devo pagar por um título com vencimento daqui a 6 meses, se o seu valor nominal for de R\$ 29.500,00, e eu desejar ganhar 36% ao ano, é de:

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) R\$ 24.000,00; | d) R\$ 18.880,00; |
| b) R\$ 25.000,00; | e) R\$ 24.190,00. |
| c) R\$ 27.500,00; | |

Solução

A primeira coisa que deve ficar clara neste exercício é que os 36% ao ano que se deseja ganhar representam uma taxa de juros simples de 3% ao mês.

Outra definição importante diz respeito ao “valor que devo pagar”. Esta definição se refere ao valor atual racional (V_a).

Por definição, chega-se à conclusão de que o valor atual racional é obtido pela aplicação da seguinte fórmula:

$$V_a = \frac{N}{1+in}$$

Na verdade, trata-se da fórmula do montante, donde:

$$M = C (1 + in)$$

Como:

$$N = R\$ 29.500,00$$

$$i = 3\% \text{ ao mês} = 0,03$$

$$n = 6 \text{ meses, tem-se:}$$

$$Va = \frac{R\$ 29.500}{(1 + 0,03 \times 6)}$$

$$\text{Logo, } Va = R\$ 29.500,00 / 1,18$$

$$Va = R\$ 25.000,00.$$

A resposta correta é a letra “B”.

- 3) (TTN/94) Admita-se que uma duplicata tenha sido submetida a 2 tipos de descontos. No primeiro caso, a juros simples, a uma taxa de 10% a.a., vencível em 180 dias, com desconto comercial (por fora). No segundo caso, com desconto racional (por dentro), mantendo as demais condições. Sabendo-se que a soma dos descontos, por fora e por dentro, foi de R\$ 635,50, o valor nominal do título era de R\$:**

a) 6.510,00;

d) 5.970,00;

b) 6.430,00;

e) 6.240,00.

c) 6.590,00;

Solução

A taxa fornecida é anual e o prazo, em dias.

Por prudência, antes de começar a resolver questões de provas, deve-se estabelecer com que unidade de tempo vai-se trabalhar. Na resolução deste exercício, trabalhar-se-á com taxa anual e, também, com o tempo em anos, pois 180 dias representam, em juros comerciais, meio ano.

Foi informado que a soma dos descontos, comercial e racional, gerou o montante de R\$ 635,50.

$$\text{Assim, tem-se que } Dc + Dr = R\$ 635,50.$$

$$i = 10\% \text{ ao ano;}$$

$$n = 0,5 \text{ ano; e}$$

$$\text{Como } Dc = Nin \text{ e } Dr = Nin / (1 + in), \text{ tem-se:}$$

$$[Nin] + [Nin / (1 + in)] = R\$ 635,50$$

$$[N \times 0,1 \times 0,5] + [N \times 0,1 \times 0,5 / (1 + 0,1 \times 0,5)] = R\$ 635,50$$

$$[0,05 N] + [0,05 N / 1,05] = R\$ 635,50.$$

Neste momento, é chegada a hora de extrair o mínimo múltiplo comum (MMC), cujo valor, para o caso em comento, é de 1,05. Assim, basta multiplicar todos os termos da equação por 1,05. Tem-se, então:

$$0,0525 N + 0,05 N = R\$ 667,275$$

$$0,1025 N = R\$ 667,275$$

$$N = R\$ 667,275 / 0,1025$$

$$N = R\$ 6.510,00.$$

A resposta correta, portanto, é a letra “A”.

- ### Solução

Desta forma, aplicando os conceitos de desconto comercial, parte-se da seguinte igualdade:

Como:

$$N_1 = \text{R\$ } 1.800,00.$$

O valor assim encontrado representa mais da metade do desconto total produzido; logo, este é o título que produziu o maior desconto. Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 5) **(Analista de Comércio Exterior – Esaf/1998) O desconto simples racional de um título descontado à taxa de 24% ao ano, três meses antes de seu vencimento, é de R\$ 720,00. Calcular o valor do desconto correspondente, caso fosse um desconto simples comercial.**

- a) R\$ 43,20. d) R\$ 763,20.
b) R\$ 676,80. e) R\$ 12.000,00.
c) R\$ 720,00.

Solução

Quem for prestar provas cuja banca organizadora seja a Esaf, deve ficar atento a questões dessa natureza, que exigem o conhecimento da relação existente entre o desconto comercial simples e o desconto racional simples.

Já se sabe que o desconto comercial representa o montante quando tomado como capital o desconto racional. É nisto que consiste a relação entre o desconto comercial e o racional.

Assim, partindo-se da fórmula do montante [$M = C \times (1 + in)$], a fórmula a ser empregada, para o cálculo direto, é a seguinte:

$$D_c = D_r \times (1 + i \times n)$$

$$24\% \text{ a.a.} = 2\% \text{ a.m.} = 0,02$$

$$D_c = R\$ 720,00 \times (1 + 0,02 \times 3)$$

$$D_c = R\$ 720,00 \times 1,06$$

$$D_c = R\$ 763,20.$$

A resposta correta é a representada pela letra “D”.

- 6) **(BB/CENTRO-OESTE/99) Uma LTN, cujo prazo a decorrer até o seu vencimento é de 36 dias, está sendo negociada com uma rentabilidade efetiva linear de 24% ao ano. A taxa de desconto anual embutida é de:**

- a) 23,44%; d) 23,50%;
b) 23,46%; e) 23,52%.
c) 23,48%;

Solução

A taxa de 24% ao ano é a própria taxa efetiva. O detalhe dessa questão é que o “n” é 0,1 ano. Com isso, basta aplicar a fórmula do cálculo da taxa efetiva que se chegará à taxa de desconto comercial embutida na operação. Assim:

$$i_{ef} = \frac{i_{dc}}{1 - i_{dc} \times n}$$

$$0,24 = \frac{i_{dc}}{1 - i_{dc} \times 0,1}$$

$$0,24 \times (1 - i_{dc} \times 0,1) = i_{dc}$$

$$0,24 - 0,024 i_{dc} = i_{dc}$$

$$0,24 = 1,024 i_{dc}$$

$$idc = 0,24 / 1,024$$

$$idc = 0,234375, \text{ isto é, aproximadamente } 23,44\% \text{ ao ano.}$$

Logo, a alternativa correta é a letra “A”.

- 7) **(AFTN – Esaf/1996) Você possui uma duplicata cujo valor de face é \$ 150,00. Esta duplicata vence em 3 meses. O banco com o qual você normalmente opera, além da taxa normal de desconto mensal (simples por fora) também fará uma retenção de 15% do valor de face da duplicata, a título de saldo médio, permanecendo bloqueado em sua conta este valor desde a data do desconto até a data do vencimento da duplicata. Caso desconte a duplicata no banco, você receberá líquidos, hoje, \$ 105,00. A taxa de desconto que mais se aproxima da taxa praticada por este banco é de:**

- | | |
|----------|----------|
| a) 5,0%; | d) 4,8%; |
| b) 5,2%; | e) 5,4%. |
| c) 4,6%; | |

Solução

O valor nominal da duplicata é de \$ 150,00.

Perceba que foi informado haver uma retenção de 15% desse valor, o que representa \$ 22,50. Como o líquido recebido, que não é o valor atual, é de \$ 105,00, então o valor do desconto foi de:

$$150,00 - Dc - 22,50 = 105,00$$

$$Dc = 150,00 - 105,00 - 22,50$$

$$Dc = 22,50 \text{ (por coincidência é o mesmo valor que a retenção).}$$

Agora, é só aplicar a fórmula do desconto comercial que se achará a taxa de desconto aplicada na operação.

$$Dc = Nin$$

$$\$ 22,50 = \$ 150 \times i \times 3$$

$$\$ 22,50 = \$ 450 i$$

$$i = \$ 22,50 / \$ 450$$

$$i = 0,05, \text{ isto é, } 5\% \text{ ao mês.}$$

Logo, a alternativa correta é a letra “A”.

- 8) **(AFTN – Esaf/1998) O desconto comercial simples de um título, quatro meses antes do seu vencimento, é de R\$ 600,00. Considerando uma taxa de 5% ao mês, obtenha o valor correspondente no caso de um desconto racional simples.**

- | | |
|----------------|----------------|
| a) R\$ 400,00. | d) R\$ 700,00. |
| b) R\$ 800,00. | e) R\$ 600,00. |
| c) R\$ 500,00. | |

Solução

Novamente, considerando o desconto comercial sendo o montante quando o desconto racional for considerado o capital, tem-se:

$$Dc = Dr (1 + i n)$$

$$R\$ 600,00 = Dr (1 + 0,05 \times 4)$$

$$R\$ 600,00 = 1,2 Dr$$

$$Dr = R\$ 600 / 1,2$$

$$Dr = R\$ 500,00.$$

Logo, a alternativa correta é a letra “C”.

- 9) (AF – CE – Esaf/1998) Qual o valor hoje de um título de valor nominal de R\$ 24.000,00, vencível ao fim de 6 meses, a uma taxa de 40% ao ano, considerando um desconto simples comercial?

- a) R\$ 19.200,00.
- b) R\$ 20.000,00.
- c) R\$ 20.400,00.
- d) R\$ 21.000,00.
- e) R\$ 21.600,00.

Solução

O exercício versa sobre valor atual comercial. Lembra-se da fórmula?

O valor atual comercial é calculado pela fórmula:

$$V_{ac} = N (1 - in)$$

Como a taxa é de 40% ao ano e o período de antecipação é de 6 meses, isto é, 0,5 ano e, ainda, considerando que o valor nominal é de R\$ 24.000,00, tem-se:

$$V_{ac} = R\$ 24.000 \times (1 - 0,4 \times 0,5)$$

$$V_{ac} = R\$ 24.000 \times 0,8$$

$$V_{ac} = R\$ 19.200,00.$$

Logo, a resposta correta é a letra “A”.

- 10) (FISCAL SC – 1998) O valor nominal de um título de crédito descontado quatro meses e meio antes de seu vencimento, a uma taxa de desconto de 6% ao ano que sofreu um desconto simples por fora no valor de R\$ 225,00, vale:

- a) R\$ 100.000,00;
- b) R\$ 10.000,00;
- c) R\$ 1.000,00;
- d) R\$ 40.000,00;
- e) R\$ 30.000,00;

Solução

O desconto simples por fora é o próprio desconto comercial. A taxa de desconto é de 6% ao ano, o que equivale a 0,5% ao mês. O prazo de antecipação é de 4,5 meses.

A fórmula para calcular o desconto comercial é:

$$Dc = Nin$$

Assim, substituindo as variáveis na fórmula, tem-se:

$$R\$ 225,00 = N \times 0,005 \times 4,5$$

$$0,0225 N = R\$ 225,00$$

$$N = R\$ 225,00 / 0,0225$$

$$N = R\$ 10.000,00.$$

Logo, a resposta correta é a letra “B”.

- 11) (AFRF – 2000/2001 – Esaf) O desconto racional simples de uma nota promissória, cinco meses antes do vencimento, é de R\$ 800,00, a uma taxa de 4% ao mês. Calcule o desconto comercial simples correspondente, isto é, considerando o mesmo título, a mesma taxa e o mesmo prazo.

- a) R\$ 960,00.
- b) R\$ 666,67.
- c) R\$ 973,32.
- d) R\$ 640,00.
- e) R\$ 800,00.

Solução

Conforme as definições apresentadas, o desconto comercial representa o montante quando tomado como capital o desconto racional, se mantidas as demais condições, pois a fórmula do montante é $M = C(1 + in)$, e a fórmula do Dc em relação ao Dr é:

$$Dc = Dr \times (1 + i \times n)$$

$$Dc = R\$ 800,00 \times (1 + 0,04 \times 5)$$

$$Dc = R\$ 800,00 \times 1,2$$

$$Dc = R\$ 960,00.$$

O gabarito está representado pela letra “A”, que é a resposta correta.

- 12) Uma operação com LTN, que tem 39 dias para o seu vencimento, está sendo negociada a uma taxa de rentabilidade de 1,20% ao mês. A taxa de desconto anual correspondente será de:**

- | | |
|------------|------------|
| a) 13,58%; | d) 14,18%; |
| b) 13,78%; | e) 14,48%. |
| c) 13,98%; | |

Solução:

Já se resolveu um exercício semelhante a este, porém, aqui, o detalhe é em relação ao “n”, para o qual se deve adotar o valor de 39/360 anos, querendo trabalhar com a taxa anual, ou, então, o “n” terá de ser 1,3 meses, querendo trabalhar com a taxa em meses.

Adotando o “n” em anos, deve-se adotar também a taxa em anos, que, para o caso, será de 14,40% ao ano ($12 \times 1,2\%$).

Assim, tem-se:

$$i_{ef} = \frac{i_{dc}}{1 - i_{dc} \times n}$$

$$0,144 = \frac{i_{dc}}{1 - i_{dc} \times 39/360}$$

$$0,144 \times (1 - i_{dc} \times 39/360) = i_{dc}$$

$$0,144 - 0,0156 i_{dc} = i_{dc}$$

$$0,144 = 1,0156 i_{dc}$$

$$i_{dc} = 0,144 / 1,0156$$

$$i_{dc} = 0,141788, \text{ isto é, aproximadamente } 14,18\% \text{ ao ano.}$$

Logo, a alternativa correta é a letra “D”.

- 13) (Esaf – BACEN/2001) Um título deve sofrer um desconto comercial simples de R\$ 560,00, três meses antes do seu vencimento. Todavia, uma negociação levou à troca do desconto comercial por um desconto racional simples. Calcule o novo desconto, considerando a taxa de 4% ao mês.**

- | | |
|----------------|----------------|
| a) R\$ 500,00. | d) R\$ 600,00. |
| b) R\$ 540,00. | e) R\$ 620,00. |
| c) R\$ 560,00. | |

Solução

Considerando as seguintes fórmulas:

$Dc = Nin$ e $Dr = Nin/(1+in)$, tendo em vista que Nin é o desconto comercial, pode-se dizer que:

$$Dr = Dc / (1 + i n)$$

Onde:

Dc = desconto comercial simples

Dr = desconto racional simples

N = valor nominal ou valor futuro

i = taxa unitária do período considerado

n = número de períodos considerados

Assim, a **Solução** da questão passa pelo seguinte cálculo:

$$Dr = R\$ 560,00 / (1 + 0,04 \times 3)$$

$$Dr = R\$ 560,00 / 1,12$$

$$Dr = R\$ 500,00.$$

Resposta correta: letra “A”.

- 14) (Esaf – Pref. Fort. 2003) Um título no valor nominal de R\$ 20.000,00 sofre um desconto comercial simples de R\$ 1.800,00, três meses antes de seu vencimento. Calcule a taxa mensal de desconto aplicada.**

- a) 6%.
- b) 5%.
- c) 4%.
- d) 3,3%.
- e) 3%.

Solução

$$N = R\$ 20.000,00$$

$$Dc = R\$ 1.800,00$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$i = ?$$

Trata-se de questão com aplicação direta de fórmula:

$$Dc = Nin$$

$$R\$ 1.800,00 = R\$ 20.000,00 \times i \times 3$$

$$R\$ 60.000,00 i = R\$ 1.800,00$$

$$i = R\$ 1.800,00 / R\$ 60.000,00$$

$$i = 0,03, \text{ isto é, } 3\% \text{ ao mês.}$$

A resposta correta é a letra “E”.

- 15) (Esaf – AFPS/2002) Um título no valor nominal de R\$ 10.900,00 deve sofrer um desconto comercial simples de R\$ 981,00, três meses antes do seu vencimento. Todavia, uma negociação levou à troca do desconto comercial por um desconto racional simples. Calcule o novo desconto, considerando a mesma taxa de desconto mensal.**

- a) R\$ 890,00.
- b) R\$ 900,00.
- c) R\$ 924,96.
- d) R\$ 981,00.
- e) R\$ 1.090,00.

Solução

Esta, agora, está fácil, pois todos já sabem que o desconto comercial representa o montante quando tomado como capital o desconto racional!

Porém, antes se deve descobrir qual foi a taxa de desconto envolvida na operação.

Como $D_c = N_{in}$

$$R\$ 981,00 = R\$ 10.900,00 \times i \times 3$$

$$R\$ 981,00 = R\$ 32.700,00 \times i$$

$$i = R\$ 981,00 / R\$ 32.700,00$$

$$i = 0,03, \text{ isto é, } 3\%.$$

Agora, a fórmula a ser empregada, para o cálculo direto do D_r , é a seguinte:

$$D_c = D_r (1 + i \times n)$$

$$D_r = D_c / (1 + i \times n)$$

$$D_r = 981 / (1 + 0,03 \times 3)$$

$$D_r = R\$ 981,00 / 1,09$$

$$D_r = R\$ 900,00.$$

Assim, a resposta correta é a representada pela letra “B”.

- 16) (Esaf – SEFA – PA/2002) Uma nota promissória sofre um desconto simples comercial de R\$ 981,00, três meses antes do seu vencimento, a uma taxa de desconto de 3% ao mês. Caso fosse um desconto simples racional, calcule o valor do desconto correspondente à mesma taxa.**

- | | |
|------------------|----------------|
| a) R\$ 1.000,00. | d) R\$ 920,00. |
| b) R\$ 950,00. | e) R\$ 900,00. |
| c) R\$ 927,30. | |

Solução

Mais uma vez, está-se diante da fórmula que estabelece a relação existente entre o desconto comercial e o desconto racional.

$$D_c = D_r \times (1 + i \times n)$$

$$R\$ 981,00 = D_r \times (1 + 0,03 \times 3)$$

$$R\$ 981,00 = D_r \times 1,09$$

$$D_r = R\$ 981,00 / 1,09$$

$$D_r = R\$ 900,00.$$

A alternativa correta é a letra “E”.

Percebam que, em dois concursos distintos, a Esaf aplicou questão idêntica!

- 17) (Esaf – SUSEP/2002 – Analista Técnico Atuarial) Um título sofre um desconto simples comercial de R\$ 1.856,00, quatro meses antes do seu vencimento, a uma taxa de desconto de 4% ao mês. Calcule o valor do desconto correspondente à mesma taxa, caso fosse um desconto simples racional.**

- R\$ 1.600,00.
- R\$ 1.650,00.
- R\$ 1.723,75.
- R\$ 1.800,00.
- R\$ 1.856,00.

Solução

$$D_c = D_r \times (1 + i \times n)$$

$$R\$ 1.856,00 = D_r \times (1 + 0,04 \times 4)$$

$$\text{Dr} = \text{R\$ } 1.856,00 / 1,16$$

Dr = R\$ 1.600,00.

A resposta correta é a letra “A”.

- 18) (Esaf – AFRF/2002) Um título sofre um desconto comercial de R\$ 9.810,00, três meses antes do seu vencimento, a uma taxa de desconto simples de 3% ao mês. Indique qual seria o desconto à mesma taxa, se o desconto fosse simples e racional.**

- a) R\$ 9.810,00.
- b) R\$ 9.521,34.
- c) R\$ 9.500,00.
- d) R\$ 9.200,00.
- e) R\$ 9.000,00.

Solução

Parece que já se resolveu esta questão. Na verdade, foi de outro concurso, mas ela apareceu novamente!

$$D_r = D_c / (1 + i \times n)$$

$$Dr = R\$ 9.810,00 / (1 + 0,03 \times 3)$$

$$\text{Dr} = \text{R\$ } 9.810,00 / 1,09$$

Dr = R\$ 9.000.00.

A resposta correta é a letra “E”.

- 19) (AFRE – MG/2005) Um cheque pré-datado é adquirido com um desconto de 20% por uma empresa especializada, quatro meses antes de seu vencimento. Calcule a taxa de desconto mensal da operação, considerando um desconto simples por dentro.

- a) 6,25%.
b) 6%.
c) 4%.
d) 5%.
e) 5,5%.

Solução

A taxa de juros envolvida na operação é aquela que, se aplicada sobre o valor atual, é capaz de elevar o valor atual até o valor nominal.

Assim, considerando que o valor nominal do cheque tenha sido de R\$ 1.000,00, o valor atual será de R\$ 800,00, visto que, sobre o valor nominal, foi aplicado o desconto de 20%, resultando, assim, no valor atual de R\$ 800,00.

A taxa que, aplicada sobre o valor de R\$ 800,00 pelo período de 4 meses, resultar em R\$ 1.000,00 será obtida da seguinte forma:

$$M = C (1 + in)$$

$$1.000,00 = 800,00 (1 + 4i)$$

$$1.000,00 - 800,00 = 3.200 \text{ i}$$

$$i = 200 / 3.200$$

$$i = 0,0625$$

$$i = 6,25\%.$$

Outra forma de resolver o exercício é com auxílio da taxa efetiva, obtida por meio da aplicação da seguinte fórmula:

$$i_{ef} = i_{dc} / 1 - i_{dc} n$$

Onde: i_{ef} é a taxa efetiva de juros e i_{dc} é a taxa de desconto comercial.

Assim:

$$i_{ef} = 0,05 / 1 - 0,05 \times 4$$

$$i_{ef} = 0,05 / 0,8$$

$$i_{ef} = 0,0625$$

$$i_{ef} = 6,25\%.$$

A resposta correta é a letra “A”.

20) (AFC – STN/2005) Marcos descontou um título 45 dias antes de seu vencimento e recebeu R\$ 370.000,00. A taxa de desconto comercial simples foi de 60% ao ano. Assim, o valor nominal do título e o valor mais próximo da taxa efetiva da operação são, respectivamente, iguais a:

- a) R\$ 550.000,00 e 3,4% ao mês;
- b) R\$ 400.000,00 e 5,4% ao mês;
- c) R\$ 450.000,00 e 64,8% ao ano;
- d) R\$ 400.000,00 e 60% ao ano;
- e) R\$ 570.000,00 e 5,4% ao mês.

Solução

O valor atual (V_a) vale R\$ 370.000,00. A taxa de 60% ao ano é proporcional a 5% ao mês. O título foi descontado 45 dias antes do vencimento, com desconto comercial simples, isto é, 1,5 meses antes do vencimento.

Relembrando as fórmulas do desconto comercial, tem-se que:

$$D_c = V_{in};$$

$$V_a = V (1 - in);$$

$$i_{ef} = i_{dc} / (1 - i_{dc} \times n);$$

Onde:

i = taxa

n = número de períodos

D_c = desconto comercial

V = valor nominal

V_a = Valor atual

i_{ef} = taxa efetiva de juros

i_{dc} = taxa de desconto comercial.

Assim, pode-se calcular o valor nominal do título como:

$$V_a = V (1 - in)$$

$$370.000 = V (1 - 0,05 \times 1,5)$$

$$370.000 = V \times 0,925$$

$$V = R\$ 400.000,00.$$

A taxa efetiva de desconto comercial é aquela que, se aplicada sobre o valor atual durante o prazo de antecipação do desconto, produzirá um montante que se igualará ao valor nominal.

Desta forma, há duas maneiras de se calcular a taxa efetiva, ou seja, pela aplicação da fórmula acima apresentada ou pela aplicação desse conceito. Então, serão apresentadas as duas formas de apuração da taxa efetiva de juros envolvida na operação.

Sabemos que a fórmula do montante é:

$M = C(1 + in)$, em que o C será o próprio valor atual.

$$R\$ 400.000,00 = R\$ 370.000,00(1 + i \times 1,5)$$

$$R\$ 400.000,00 = R\$ 370.000,00 + 550.000,00 i$$

$$R\$ 30.000,00 = 550.000 i$$

$$i = 30.000 / 550.000$$

$$i = 0,05405.$$

A taxa efetiva se aproxima de 5,4% ao mês.

Pela outra forma, com auxílio da fórmula, o cálculo ficará:

$$i_{ef} = i_{dc} / (1 - i_{dc} \times n);$$

$$i_{ef} = 0,05 / 1 - 0,05 \times 1,5$$

$$i_{ef} = 0,05 / 0,925$$

$$i_{ef} = 0,05405$$

$$i_{ef} = 5,4\%.$$

Resposta correta: letra “B”.

- 21) Uma empresa, em 25/07/2000, descontou em um banco uma duplicata de R\$ 60.000,00, com vencimento para 23/10/2000. Sabendo-se que o banco adota o desconto simples, comercial ou por fora, a uma taxa de 96% a.a., o líquido creditado na conta corrente da empresa, na data do desconto, foi de R\$:**

- a) 45.000,00;
- b) 45.600,00;
- c) 45.900,00;
- d) 46.000,00;
- e) 46.200,00.

Solução

$$N = R\$ 60.000,00$$

$$V_a = N(1 - in)$$

$$i = 96\% \text{ a.a.} = 8\% \text{ a.m.}$$

$$n = 90 \text{ dias} = 3 \text{ meses.}$$

Aplicando a fórmula, tem-se:

$$V_a = R\$ 60.000,00 \times (1 - 0,08 \times 3)$$

$$V_a = R\$ 60.000,00 \times 0,76$$

$$V_a = R\$ 45.600,00.$$

Resposta correta: letra “B”.

- 22) (AFTN 85) Uma empresa descontou uma duplicata em um banco que adota uma taxa de 84% a.a. e o desconto comercial simples. O valor do desconto foi de R\$ 10.164,00. Se, na operação, fosse adotado o desconto racional simples, o valor do desconto seria reduzido em R\$ 1.764,00. Nessas condições, o valor nominal da duplicata é de:**

- a) R\$ 45.000;
- b) R\$ 46.700;
- c) R\$ 47.300;
- d) R\$ 48.400;
- e) R\$ 50.000.

Solução

$$Dc = Nin = R\$ 10.164,00$$

$$Dc - Dr = R\$ 1.764,00$$

$$Dr = R\$ 10.164,00 - R\$ 1.764,00 = R\$ 8.400,00$$

$$Dr = Nin / (1 + i n)$$

$$i = 84\% \text{ a.a.} = 7\% \text{ a.m.}$$

$$Dc = Dr \times (1 + i n)$$

$$Dc = Dr + Dr \times i \times n$$

$$Dc - Dr = Dr \times i \times n$$

Como $Dc - Dr = R\$ 1.764,00$, tem-se:

$$R\$ 1.764,00 = R\$ 8.400,00 \times 0,07 \times n$$

$$R\$ 588,00 n = R\$ 1.764,00$$

$$n = R\$ 1.764,00 / R\$ 588,00$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$Dc = Nin$$

$$R\$ 10.164,00 = N \times 0,07 \times 3$$

$$0,21 N = R\$ 10.164,00$$

$$N = R\$ 10.164,00 / 0,21$$

$$N = R\$ 48.400,00.$$

Resposta correta: letra “D”.

- 23) O valor atual de uma duplicata é 5 vezes o valor de seu desconto comercial simples. Sabendo-se que a taxa de juros adotada é de 60% a.a., o vencimento do título, expresso em dias, é de:**

- a) 100;
- b) 120;
- c) 130;
- d) 140;
- e) 150.

Solução

$$Va = 5$$

$$D = 1$$

$$N = 6$$

$$i = 60\% \text{ a.a.}$$

$$Dc = Nin$$

Substituindo os elementos na fórmula, tem-se:

$$1 = 6 \times 0,6 \times n$$

$$1 = 3,6 n$$

$$n = 1 / 3,6$$

$$n = 0,2777 \text{ anos} \times 360 = 100 \text{ dias.}$$

Resposta correta: letra “A”.

- 24) Uma empresa descontou em um banco uma duplicata de R\$ 600.000,00, recebendo o líquido de R\$ 516.000,00. Sabendo-se que o banco cobra uma comissão de 2% sobre o valor do título, que o regime é de juros simples comerciais, sendo a taxa de juros de 96% a.a., o prazo de desconto da operação foi de:**

- a) 30 dias; d) 50 dias;
b) 40 dias; e) 60 dias.
c) 45 dias;

Solução

$$N = R\$ 600.000,00$$

$$\text{Comissão} = 2\% \text{ de } N = R\$ 12.000,00$$

$$\text{Valor líquido} = R\$ 516.000,00$$

$$i = 96\% \text{ a.a.} = 8\% \text{ a.m.}$$

$$Dc = (N - \text{Comissão}) - Va$$

$$Dc = (R\$ 600.000,00 - R\$ 12.000,00) - R\$ 516.000,00$$

$$Dc = R\$ 72.000,00$$

$$Dc = Nin.$$

Substituindo os elementos na fórmula, será encontrado o período de antecipação:

$$R\$ 72.000,00 = R\$ 600.000,00 \times 0,08 \times n$$

$$R\$ 72.000,00 = R\$ 48.000,00 \times n$$

$$n = R\$ 72.000,00 / R\$ 48.000,00$$

$$n = 1,5 \text{ meses} = 45 \text{ dias.}$$

Resposta correta: letra “C”.

- 25) A diferença entre o desconto simples comercial e racional de uma duplicata é igual a R\$ 5.267,50. Sabendo-se que o desconto comercial é igual a R\$ 24.080,00, o valor nominal do título, à taxa de 84% a.a., é de:**

- a) R\$ 34.400,00;
b) R\$ 18.812,50;
c) R\$ 62.000,00;
d) R\$ 86.000,00;
e) R\$ 74.000,00.

Solução

$$Dc - Dr = R\$ 5.267,50$$

$$Dc = R\$ 24.080,00$$

$$Dr = R\$ 24.080,00 - R\$ 5.267,50 = R\$ 18.812,50$$

$$i = 84\% \text{ a.a.} = 7\% \text{ a.m.}$$

$$n = ?$$

$$N = ?$$

$$Dc = Dr (1 + in)$$

$$R\$ 24.080,00 = R\$ 18.812,50 (1 + 0,07 \times n)$$

$$R\$ 24.080,00 - R\$ 18.812,50 = R\$ 1.316,875 n$$

$$R\$ 5.267,50 = R\$ 1.316,875 n$$

$$n = R\$ 5.267,50 / R\$ 1.316,875$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

$$D_c = N_{in}$$

$$R\$ 24.080,00 = N \times 0,07 \times 4$$

$$0,28 N = R\$ 24.080,00$$

$$N = R\$ 24.080,00 / 0,28$$

$$N = R\$ 86.000,00.$$

Resposta correta: letra "D".

- 26) Um banco cobra 6% a.a. de juros simples adiantados. Se Carlos assina uma promissória para pagá-la daí a 7 meses, no valor total de R\$ 1.500,00, que soma receberá do banco?**

- a) R\$ 1.252,80.
- b) R\$ 1.395,00.
- c) R\$ 1.437,50.
- d) R\$ 1.447,50.
- e) R\$ 1.552,50.

Solução

$$V_{a_c} = N (1 - in)$$

$$V_{a_c} = R\$ 1.500,00 (1 - 0,06 \times 7/12)$$

$$V_{a_c} = R\$ 1.500,00 \times 0,965$$

$$V_{a_c} = R\$ 1.447,50.$$

Resposta correta: letra "D".

- 27) O desconto simples comercial de um título é de R\$ 860,00, a uma taxa de juros de 60% a.a. O valor do desconto simples racional do mesmo título é de R\$ 781,82, mantendo-se a taxa de juros e o tempo. Nessas condições, o valor nominal do título é de:**

- a) R\$ 8.400,00;
- b) R\$ 8.500,00;
- c) R\$ 8.600,00;
- d) R\$ 8.700,00;
- e) R\$ 8.900,00.

Solução

$$D_c = R\$ 860,00$$

$$i = 5\% \text{ a.m.}$$

$$D_r = R\$ 781,82$$

$$N = ?$$

$$n = ?$$

$$D_c = D_r \times (1 + in)$$

$$R\$ 860,00 = R\$ 781,82 (1 + 0,05 \times n)$$

$$R\$ 860,00 = R\$ 781,82 + R\$ 39,091 n$$

$$R\$ 39,091 n = R\$ 78,18$$

$$n = R\$ 78,18 / R\$ 39,091 = 2 \text{ meses}$$

$$D_c = N i n$$

$$R\$ 860,00 = N \times 0,05 \times 2$$

$$R\$ 860,00 = 0,1 N$$

$$N = R\$ 860,00 / 0,1$$

$$N = R\$ 8.600,00.$$

Resposta correta: letra “C”.

- 28) O valor atual de um título cujo valor de vencimento é de R\$ 256.000,00, daqui a 7 meses, sendo a taxa de juros simples, utilizada para o cálculo, de 4% ao mês, é de:**

a) R\$ 200.000,00;

d) R\$ 190.000,00;

b) R\$ 220.000,00;

e) R\$ 210.000,00.

c) R\$ 180.000,00;

Solução

$$N = R\$ 256.000,00$$

$$n = 7 \text{ meses}$$

$$i = 4\% \text{ ao mês}$$

$$V_{a_r} = ?$$

$$V_{a_r} = N / (1 + i n)$$

$$V_{a_r} = R\$ 256.000,00 / (1 + 0,04 \times 7)$$

$$V_{a_r} = R\$ 256.000,00 / 1,28$$

$$V_{a_r} = R\$ 200.000,00.$$

Resposta correta: letra “A”.

- 29) Um título de R\$ 3.000.000,00, vencível daqui a 20 dias, é descontado hoje, à taxa de desconto comercial de 4,5% ao mês. O valor descontado do título é de:**

a) R\$ 2.950.000,00;

d) R\$ 2.800.000,00;

b) R\$ 2.910.000,00;

e) R\$ 2.900.000,00.

c) R\$ 2.850.000,00;

Solução

$$N = R\$ 3.000.000,00$$

$$n = 20 \text{ dias}$$

$$i = 4,5\% \text{ a.m.}$$

$$V_{a_c} = ?$$

$$V_{a_c} = N (1 - i n)$$

$$V_{a_c} = R\$ 3.000.000,00 (1 - 0,045 \times 20/30)$$

$$V_{a_c} = R\$ 3.000.000,00 \times 0,97$$

$$V_{a_c} = R\$ 2.910.000,00.$$

Resposta correta: letra “B”.

- 30) Um banco, ao descontar notas promissórias, utiliza o desconto comercial a uma taxa de juros simples de 12% ao mês. O banco cobra, simultaneamente, uma comissão de 4% sobre o valor nominal da promissória. Um cliente do banco recebe R\$ 300.000,00 líquidos, ao descontar uma promissória vencível em três meses. O valor da comissão é de:**

- a) R\$ 12.000,00;
- b) R\$ 14.600,00;
- c) R\$ 16.000,00;
- d) R\$ 19.200,00;
- e) R\$ 20.000,00.

Solução

$$i_c = 12\% \text{ a.m.}$$

$$\text{Comissão} = 4\% \text{ de } N$$

$$N = ?$$

$$\text{Valor líquido recebido} = R\$ 300.000,00 (N - D - \text{Comissão})$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$\text{Comissão} = ?$$

$$\text{Valor líquido} = N - N i_c n - 0,04N$$

$$R\$ 300.000,00 = N - N \times 0,12 \times 3 - 0,04N$$

$$R\$ 300.000,00 = N - 0,36 N - 0,04N$$

$$0,6 N = R\$ 300.000,00$$

$$N = R\$ 300.000,00 / 0,6$$

$$N = R\$ 500.000,00.$$

Assim, a comissão será:

$$\text{Comissão} = 4\% \text{ de } R\$ 500.000,00 = R\$ 20.000,00.$$

Resposta correta: letra "E".

- 31) Certa duplicata foi descontada 2 meses e 8 dias antes de seu vencimento, a uma taxa anual de 22%. Calcule o valor do desconto comercial, sabendo que o valor líquido resgatado foi de R\$ 2.075.775,40.**

- c) 112.000.
- b) 45.000.
- c) 90.000.
- d) 77.000.
- e) 33.000.

Solução

$$n = 2 \text{ meses e } 8 \text{ dias} = 68/360 \text{ de ano}$$

$$i = 22\% \text{ ao ano}$$

$$V_a = R\$ 2.075.775,40$$

$$D_c = ?$$

$$V_a = N (1 - 0,22 \times 68/360)$$

$$R\$ 2.075.775,40 = N (1 - 0,041556)$$

$$R\$ 2.075.775,40 = 0,95844 N$$

$$N = R\$ 2.165.775,40$$

$$D = N - Va$$

$$D = R\$ 2.165.775,40 - R\$ 2.075.775,40$$

$$D = R\$ 90.000,00.$$

Resposta correta: letra “C”.

- 32) Qual o desconto por dentro de uma nota promissória com valor de face de R\$ 300.000,00, resgatada 4 meses e 10 dias antes seu vencimento, a uma taxa mensal de 21%?**

a) 10.600.

d) 28.940.

b) 142.932.

e) 157.068.

c) 130.000.

Solução

$$N = R\$ 300.000,00$$

$$Dr = ?$$

$$n = 4 \text{ meses e } 10 \text{ dias} = 13/3 \text{ de mês}$$

$$i = 21\% \text{ a.m.}$$

$$Dr = \frac{N_{in}}{(1 + in)}$$

$$Dr = \frac{R\$ 300.000,00 \times 0,21 \times 13/3}{(1 + 0,21 \times 13/3)}$$

$$Dr = \frac{R\$ 273.000,00}{1,91}$$

$$Dr = R\$ 142.932,00.$$

Resposta correta: letra “B”.

- 33) Uma letra de câmbio, vencível em 50 dias, deveria ser descontada por dentro, a uma taxa de 15% a.m., mas foi, por engano, descontada por fora. Sabendo que o valor nominal do título era de R\$ 500.000,00, qual o prejuízo sofrido pelo portador da letra?**

a) 20.000.

d) 35.000.

b) 25.000.

e) 40.000.

c) 30.000.

Solução

$$n = 50 \text{ dias} = 5/3 \text{ de mês}$$

$$i = 15\% \text{ a.m.}$$

$$Dr = ?$$

$$N = R\$ 500.000,00$$

$$Dc - Dr = \text{prejuízo} = ?$$

$$Dc = N_{in}$$

$$Dc = R\$ 500.000,00 \times 0,15 \times 5/3$$

$$Dc = R\$ 125.000,00$$

$$Dc = Dr (1 + in)$$

$$R\$ 125.000,00 = Dr \times (1 + 0,15 \times 5/3)$$

$$Dr = R\$ 125.000,00 / 1,25$$

$$Dr = R\$ 100.000,00$$

$$\text{Prejuízo} = Dc - Dr$$

$$\text{Prejuízo} = R\$ 125.000,00 - R\$ 100.000,00$$

$$\text{Prejuízo} = R\$ 25.000,00.$$

Resposta correta: letra “B”.

- 34) Calcule o valor de face de um título de crédito descontado 2 meses e meio antes do vencimento, e que, a uma taxa de 6% a.a., sofreu um desconto por fora de R\$ 1.000,00.**

a) 80.000.

d) 130.000.

b) 100.000.

e) 200.000.

c) 65.000.

Solução

$$n = 2,5 \text{ meses}$$

$$i = 6\% \text{ a.a.}$$

$$Dc = R\$ 1.000,00$$

$$N = ?$$

$$Dc = Nin$$

$$R\$ 1.000,00 = N \times 0,06 \times 2,5/12$$

$$R\$ 1.000,00 = 0,0125 N$$

$$N = R\$ 1.000,00 / 0,0125$$

$$N = R\$ 80.000,00.$$

Resposta correta: letra “A”.

- 35) O portador de uma nota promissória com valor de face de R\$ 425.000,00 resgatou-a a uma taxa de desconto racional de 20% a.a., tendo sofrido um desconto de R\$ 24.889,00. Esta operação foi realizada a quantos dias do vencimento do título?**

a) 72.

d) 102.

b) 82.

e) 112.

c) 92.

Solução

$$N = R\$ 425.000,00$$

$$i = 20\% \text{ a.a.}$$

$$Dr = R\$ 24.889,00$$

$$Dr = \frac{Nin}{(1 + in)}$$

$$R\$ 24.889,00 = \frac{R\$ 425.000,00 \times 0,2 \times n}{(1 + 0,2 \times n)}$$

$$R\$ 24.889,00 \times (1 + 0,2 n) = R\$ 85.000,00 n$$

$$R\$ 24.889,99 + R\$ 4.977,80 n = R\$ 85.000,00 n$$

$$R\$ 24.889,00 = R\$ 80.022,20 n$$

$$R\$ 60.000,00 (1 - i \times 7) + R\$ 75.000,00 (1 - i \times 4) = R\$ 99.000,00$$

$$60.000,00 - 420.000,00 i + 75.000,00 - 300.000,00 i = 99.000,00$$

$$R\$ 720.000,00 i = R\$ 135.000,00 - R\$ 99.000,00$$

$$R\$ 720.000,00 i = R\$ 36.000,00$$

$$i = R\$ 36.000,00 / R\$ 720.000,00$$

$$i = 0,05 = 5\% \text{ a.m.}$$

Resposta correta: letra “B”.

38) Utilizando o desconto racional, o valor que devo pagar por um título com vencimento daqui a 6 meses, se o seu valor nominal for de R\$ 29.500 e eu desejar ganhar 36% ao ano, é de:

- a) 25.000;
- b) 4.500;
- c) 9.335;
- d) 20.165;
- e) 29.500.

Solução

$$V_a = ?$$

$$n = 6 \text{ meses}$$

$$N = R\$ 29.500,00$$

$$i = 36\% \text{ a.a.}$$

$$V_a = N / (1 + in)$$

$$V_a = R\$ 29.500,00 / (1 + 0,36 \times 0,5)$$

$$V_a = R\$ 29.500,00 / 1,18$$

$$V_a = R\$ 25.000,00.$$

Resposta correta: letra “A”.

39) Um título de crédito, com valor de emissão de R\$ 800.000,00 e vencível daqui a 2 anos, sofreu um desconto comercial a uma taxa de 4% a.a. Se tivesse sofrido um desconto racional de mesmo valor, qual seria a nova taxa anual de desconto?

- a) 5%.
- b) 3,87%.
- c) 4,35%.
- d) 3,58%.
- e) 4%.

Solução

$$N = R\$ 800.000,00$$

$$n = 2 \text{ anos}$$

$$i = 4\% \text{ a.a.}$$

$$D_c = ?$$

$$D_r = D_c$$

$$D_r = D_c$$

$$i_r = ?$$

$$D_c = N i n$$

$$D_c = R\$ 800.000,00 \times 0,04 \times 2$$

$$D_c = R\$ 64.000,00$$

$$Dr = \frac{N_{in}}{(1 + in)}$$

$$R\$ 64.000,00 = \frac{R\$ 800.000,00 \times i \times 2}{(1 + i \times 2)}$$

$$R\$ 64.000,00 (1 + 2 \times i) = R\$ 1.600.000,00 i$$

$$R\$ 64.000,00 + R\$ 128.000,00 i = R\$ 1.600.000,00 i$$

$$R\$ 1.472.000,00 i = R\$ 64.000,00$$

$$i = R\$ 64.000,00 / R\$ 1.472.000,00$$

$$i = 0,043478 = 4,35\%.$$

Resposta correta: letra “C”.

- 40) Quanto devo receber pelo resgate de dois títulos de R\$ 520.000,00 cada, sabendo que a taxa de desconto por fora é de 4% a.m. e que os títulos vencerão, respectivamente, dentro de 15 e 45 dias?**

- a) 312.000.
- b) 416.000.
- c) 832.000.
- d) 499.200.
- e) 998.400.

Solução

$N_1 = R\$ 520.000,00$	$N_2 = R\$ 520.000,00$
$i = 4\% \text{ a.m.}$	
$n_1 = 15 \text{ dias} = 0,5 \text{ meses}$	$n_2 = 45 \text{ dias} = 1,5 \text{ meses}$
$Va_1 + Va_2 = ?$	
$Va_c = N (1 - i n)$	

$$Va_c = R\$ 520.000,00 (1 - 0,04 \times 0,5) + R\$ 520.000,00 (1 - 0,04 \times 1,5)$$

$$Va_c = R\$ 520.000,00 \times 0,98 + R\$ 520.000,00 \times 0,94$$

$$Va_c = R\$ 509.600,00 + R\$ 488.800,00$$

$$Va_c = R\$ 998.400,00.$$

Resposta correta: letra “E”.

- 41) Qual a taxa mensal de desconto por dentro de uma duplicata no valor de R\$ 800.000,00, que sofreu um desconto de R\$ 150.000,00 por ter sido resgatada 40 dias antes do vencimento?**

- a) 14,91%.
- b) 15,00%.
- c) 16,12%.
- d) 17,31%.
- e) 18,47%.

Solução

$$i = ?$$

$$N = R\$ 800.000,00$$

$$Dr = R\$ 150.000,00$$

$$n = 40 \text{ dias} = 4/3 \text{ de mês}$$

$$Va_r = N - Dr$$

$$Va_r = R\$ 800.000,00 - R\$ 150.000,00$$

$$Va_r = R\$ 650.000,00$$

$$Va_r = N / (1 + i n)$$

$$R\$ 650.000,00 = R\$ 800.000,00 / (1 + i \times 4/3)$$

$$R\$ 650.000,00 + R\$ 866.666,67 i = R\$ 800.000,00$$

$$R\$ 866.666,67 i = R\$ 150.000,00$$

$$i = R\$ 150.000,00 / R\$ 866.666,67$$

$$i = 0,17307$$

$$i = 17,31\% \text{ a.m.}$$

Resposta correta: letra “D”.

42) João aplicou R\$ 1.500.000,00 em títulos de crédito, com a promessa de resgate 1 ano após, e a uma taxa de 132% a.a.; porém, antes do vencimento, decidiu resgatar o título, tendo sofrido um desconto comercial de R\$ 382.800,00. Se a taxa de desconto foi de 11% ao mês, quantos meses após a aplicação João efetuou o resgate?

- a) 4 meses.
- b) 6 meses.
- c) 8 meses.
- d) 11 meses.
- e) 1 mês.

Solução

$$i = 132\% \text{ a.a.}$$

$$n = 1 \text{ ano}$$

$$M = C (1 + i n)$$

$$M = R\$ 1.500.000,00 (1 + 1,32 \times 1)$$

$$M = R\$ 3.480.000,00$$

$$M = N = R\$ 3.480.000,00$$

$$-.-.-.-.-$$

$$Dc = R\$ 382.800,00$$

$$i = 11\% \text{ a.m.}$$

$$n = ?$$

$$Dc = Nin$$

$$R\$ 382.800,00 = R\$ 3.480.000,00 \times 0,11 \times n$$

$$R\$ 382.800 = R\$ 382.800,00 n$$

$$n = 1 \text{ mês.}$$

Resposta correta: letra “E”.

- 43) Vivaldo se propõe a pagar R\$ 80.000,00 ao portador de uma nota promissória, vencível dentro de 3 meses. Sabendo que o negócio está sendo realizado a uma taxa de desconto racional de 5% a.m., qual o valor de emissão da nota promissória?**

- a) 82.000. d) 97.000.
b) 87.000. e) 99.000.
c) 92.000.

Solução

$$Va_r = R\$ 80.000,00$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$i = 5\% \text{ a.m.}$$

$$N = ?$$

$$Va_r = N / (1 + i n)$$

$$R\$ 80.000,00 = N / (1 + 0,05 \times 3)$$

$$N = R\$ 80.000,00 \times 1,15$$

$$N = R\$ 92.000,00.$$

Resposta correta: letra “C”.

- 44) Necessitado resgata um título de R\$ 1.000.000,00, 2 meses antes do vencimento, a uma taxa de desconto comercial de 20% a.a., e aplica 2/3 do valor líquido em letras de câmbio, vencíveis dentro de seis meses, capitalizadas a juros simples de 25% a.a. Qual o rendimento desta última aplicação?**

- a) 113.889. d) 33.333.
b) 966.667. e) 80.556.
c) 644.445.

Solução

$$N = R\$ 1.000.000,00$$

$$n = 2 \text{ meses}$$

$$i = 20\% \text{ a.a.}$$

$$Va = ?$$

$$Va = ?$$

$$2/3 Va = C$$

$$n = 6 \text{ meses}$$

$$i = 25\% \text{ a.a.}$$

$$J = ?$$

$$Va_c = N (1 - in)$$

$$Va_c = R\$ 1.000.000,00 (1 - 0,2 \times 2/12)$$

$$Va_c = R\$ 966.666,67$$

$$2/3 Va = R\$ 966.666,67 \times 2/3 = R\$ 644.444,44$$

$$J = R\$ 644.444,44 \times 0,25 \times 0,5$$

$$J = R\$ 80.555,55 = R\$ 80.556,00.$$

Resposta correta: letra “E”.

45) (Esaf/AFRF-2005) Um banco deseja operar a uma taxa efetiva de juros simples de 24% ao trimestre, para operações de cinco meses. Deste modo, o valor mais próximo da taxa de desconto comercial trimestral que o banco deverá cobrar em suas operações de cinco meses deverá ser igual a:

- a) 19%; d) 22%;
b) 18,24%; e) 24%.
c) 17,14%;

Solução

Trata-se de questão sobre taxa efetiva. Se a taxa efetiva trimestral desejada é de 24%, então a taxa efetiva mensal será de 8%.

Aplicando a fórmula da taxa efetiva, para o cálculo da taxa efetiva mensal, encontrar-se-á a taxa de desconto mensal:

$$i_{ef} = i_{dc} / (1 - i_{dc} \times n);$$

$$0,08 = i_{dc} / (1 - i_{dc} \times 5)$$

$$i_{dc} = 0,08 (1 - i_{dc} \times 5)$$

$$i_{dc} = 0,08 - 0,4 i_{dc}$$

$$1,4 i_{dc} = 0,08$$

$$i_{dc} = 0,08 / 1,4$$

$$i_{dc} = 0,05714 \text{ ao mês}$$

$$i_{dc} = 0,05714 \text{ ao mês} \times 3 \text{ meses} = 0,17142 \text{ ao trimestre}$$

Isto é, a taxa de desconto trimestral é de 17,14%.

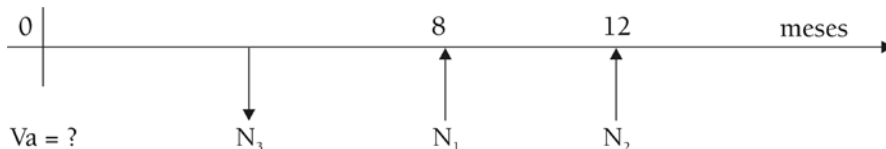
Resposta correta: letra “C”.

5. EQUIVALÊNCIA SIMPLES

1) Um indivíduo deverá liquidar duas dívidas, expressas por dois títulos, um de R\$ 37.000,00 e outro de R\$ 49.800,00, vencíveis, respectivamente, em 8 e 11 meses, a partir de hoje. A taxa de juros simples é de 6% ao mês. Utilizando-se o critério do valor atual racional, para que uma promissória de R\$ 59.950,00 seja equivalente, hoje, aos dois títulos especificados, o prazo de vencimento da promissória deve ser de:

- a) 15 dias;
b) 45 dias;
c) 110 dias;
d) 134 dias;
e) 148 dias.

Solução



R\$ 37.000,00 R\$ 49.800,00

$N_3 = \text{R\$ } 59.950,00$

$i = 6\% \text{ am.}$

$n = ?$

Em juros simples, a equivalência de capitais deve ser realizada na data focal zero. Então, será calculado o valor atual dos dois títulos que vencem, respectivamente, em 8 e 11 meses.

$$Va_{\text{total}} = Va_1 + Va_2$$

$$Va_{\text{total}} = [N_1 / (1 + in_1)] + [N_2 / (1 + in_2)]$$

$$Va_{\text{total}} = [\text{R\$ } 37.000,00 / (1 + 0,06 \times 8)] + [\text{R\$ } 49.800,00 / (1 + 0,06 \times 11)]$$

$$Va_{\text{total}} = [\text{R\$ } 37.000,00 / 1,48] + [\text{R\$ } 49.800,00 / 1,66]$$

$$Va_{\text{total}} = \text{R\$ } 25.000,00 + \text{R\$ } 30.000,00$$

$$Va_{\text{total}} = \text{R\$ } 55.000,00.$$

Este é o valor atual na data focal 0 (zero). Como se está em juros simples, trabalhando com desconto racional, o valor nominal 3 (N_3) representa o montante calculado a taxa de 6% ao mês sobre esse valor atual, considerado capital, cujo período de aplicação é desconhecido, mas será encontrado:

$$M = C (1 + i n)$$

$$\text{R\$ } 59.950,00 = \text{R\$ } 55.000,00 \times (1 + 0,06 \times n)$$

$$\text{R\$ } 59.950,00 = \text{R\$ } 55.000,00 + \text{R\$ } 3.300,00 \times n$$

$$\text{R\$ } 3.300,00 n = \text{R\$ } 4.950,00$$

$$n = \text{R\$ } 4.950,00 / \text{R\$ } 3.300,00$$

$$n = 1,5 \text{ meses, o que representa 45 dias.}$$

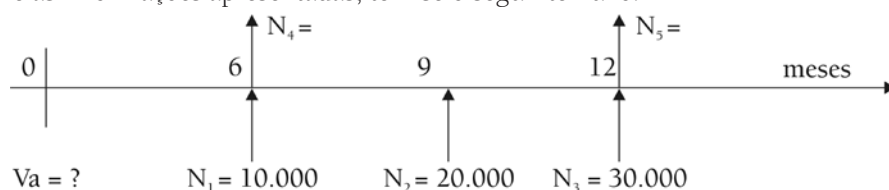
Logo, a alternativa correta é a letra “B”.

- 2) Um indivíduo tem uma dívida a ser paga em 3 parcelas: uma de R\$ 10.000,00, de hoje a 6 meses; outra de R\$ 20.000,00, de hoje a 9 meses; e uma terceira de R\$ 30.000,00, de hoje a 12 meses. O credor aceita o pagamento da dívida em 2 parcelas iguais, no 6º mês e no 12º mês, a partir de hoje, utilizando-se uma taxa de juros simples de 45% a.a. O valor de cada pagamento, adotando-se desconto comercial e a data zero como referência, é, desprezados os centavos, de:

- | | |
|----------------|----------------|
| a) R\$ 38.301; | d) R\$ 28.301; |
| b) R\$ 37.500; | e) R\$ 22.830. |
| c) R\$ 26.301; | |

Solução

Pelas informações apresentadas, tem-se o seguinte fluxo:



$i = 45\%$ ao ano

$N_1 = R\$ 10.000,00$

$N_2 = R\$ 20.000,00$

$N_3 = R\$ 30.000,00$

$N_4 = N_5 = N = ?$

Para que as condições permaneçam as inicialmente propostas, com a alteração das datas de pagamentos, tem-se que igualar os valores atuais da situação antiga com a proposta, considerando, ainda, que os valores atuais devem ser calculados pelo desconto comercial.

Assim:

$$Va_1 + Va_2 + Va_3 = Va_4 + Va_5$$

Como $Va_c = N (1 - i \times n)$,

$$10.000 (1 - 0,45 \times 0,5) + 20.000 (1 - 0,45 \times 0,75) + 30.000 (1 - 0,45 \times 1) = N (1 - 0,45 \times 0,5) + N (1 - 0,45 \times 1)$$

$$10.000 \times 0,775 + 20.000 \times 0,6625 + 30.000 \times 0,55 = 0,775N + 0,55N$$

$$7.750,00 + 13.250,00 + 16.500,00 = 1,325N$$

$$N = R\$ 37.500,00 / 1,325$$

$$N = R\$ 28.301,88.$$

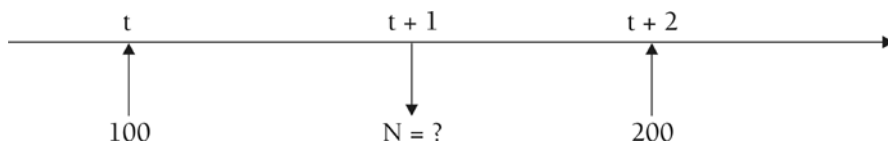
Portanto, a resposta correta é a letra “D”.

- 3) (Prova AFTN/91) A uma taxa de 25% ao período, uma quantia de 100, no fim do período t , mais uma quantia de 200, no fim do período $t + 2$, são equivalentes, no fim do período $t + 1$, a uma quantia de:**

- a) 406,25;
- b) 352,5;
- c) 325;
- d) 300;
- e) 285.

Solução

Conforme os elementos apresentados, está-se diante do seguinte fluxo:



Salienta-se, inicialmente, que se está diante de uma situação em que a data focal não é a zero, e sim a $t+1$. A **Solução** deve ser apresentada, tendo por base o desconto racional a uma taxa de 25% ao período.

Neste caso do período t para o período $t+1$, calcula-se o montante, e do período $t+2$ para o período $t+1$, calcula-se o valor atual racional. Logo, o valor de N em $t+1$ será:

$$N = [100 \times (1 + 0,25)] + [200 / (1 + 0,25)]$$

$$N = [100 \times 1,25] + [200 / 1,25]$$

$$N = 125 + 160$$

$$N = 285.$$

A resposta correta é a letra “E”.

- 4) (AFTN – Esaf/1996) Uma firma deseja alterar as datas e os valores de um financiamento contratado. Este financiamento foi contratado há 30 dias, a uma taxa de juros simples de 2% ao mês. A instituição financeira não cobra custas nem taxas para fazer estas alterações. A taxa de juros não sofrerá alterações. Condições pactuadas inicialmente: pagamento de duas prestações iguais e sucessivas de \$ 11.024,00, a serem pagas em 60 e 90 dias.

Condições desejadas: pagamento em três prestações iguais: a primeira, ao final do 10º mês; a segunda, ao final do 30º mês; a terceira, ao final do 70º mês.

Caso sejam aprovadas as alterações, o valor que mais se aproxima do valor unitário de cada uma das novas prestações é de:

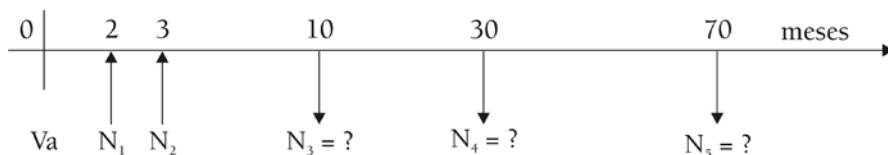
- a) \$ 8.200,00;
- b) \$ 9.333,33;
- c) \$ 10.752,31;
- d) \$ 11.200,00;
- e) \$ 12.933,60.

Solução

Conforme se salientou, quando não expressa no exercício uma data focal diferente, esta deve ser considerada na data zero.

Poderia surgir, também, uma indagação a respeito de qual desconto utilizar. Sabe-se que o desconto comercial não pode ultrapassar 100%. Neste caso, tem-se um prazo de 70 meses e a taxa é de 2% ao mês; logo, se fosse adotado o desconto comercial, haveria um desconto de 140%. Assim, trata-se de desconto racional. Ademais, a taxa dada é de juros.

Para resolver este exercício, vale-se do seguinte fluxo:



O valores de N_1 e de N_2 são iguais a R\$ 11.024,00. Procuram-se os valores de N_3 , N_4 e N_5 , que possuem valor igual; logo, serão iguais a N .

Tem-se, então, de satisfazer a seguinte expressão:

$$V_{a_1} + V_{a_2} = V_{a_3} + V_{a_4} + V_{a_5}$$

$$\frac{11.024,00}{(1+0,02 \times 2)} + \frac{11.024,00}{(1+0,02 \times 3)} =$$

$$\frac{N}{(1+0,02 \times 10)} + \frac{N}{(1+0,02 \times 30)} + \frac{N}{(1+0,02 \times 70)}$$

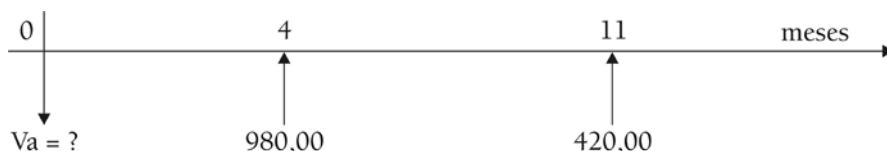
$$N = \text{R\$ } 11.200,00.$$

6) (AFTN – Esaf/1996) Uma pessoa possui um financiamento (taxa de juros simples de 10% a. m.). O valor total dos pagamentos a serem efetuados, juros mais principal, é de \$ 1.400,00. As condições contratuais prevêem que o pagamento deste financiamento será efetuado em duas parcelas. A primeira parcela, no valor de 70% do total dos pagamentos, será paga ao final do quarto mês, e a segunda parcela, no valor de 30% do total dos pagamentos, será paga ao final do décimo primeiro mês. O valor que mais se aproxima do valor financiado é de:

- a) \$ 816,55;
- b) \$ 900,00;
- c) \$ 945,00;
- d) \$ 970,00;
- e) \$ 995,00.

Solução

Perceba que o total dos pagamentos a serem efetuados é de \$ 1.400,00. O pagamento do final do 4º mês é de 70% desse valor; logo, esse pagamento será de \$ 980,00. O pagamento do mês 11 será de 30% do total, isto é, de \$ 420,00. Considerando, ainda, que o financiamento está sujeito a uma taxa de juros de 10% ao mês, tem-se o seguinte esquema:



Para obter o V_a , deve-se calcular o V_a dos dois títulos, considerando o desconto racional, visto que se está afirmando que a taxa envolvida é de juros simples. Assim, tem-se:

$$V_a = N / (1 + i \times n)$$

$$V_a = [980,00 / (1 + 0,1 \times 4)] + [420 / (1 + 0,1 \times 11)]$$

$$V_a = [980 / 1,4] + [420 / 2,2]$$

$$V_a = 700,00 + 200,00$$

$$V_a = \$ 900,00.$$

Logo, a alternativa correta está representada pela letra “B”.

- 7) (Esaf – AFRF/2002) Indique qual o capital hoje equivalente ao capital de R\$ 4.620,00, que vence dentro de cinquenta dias, mais o capital de R\$ 3.960,00, que vence dentro de cem dias, mais o capital de R\$ 4.000,00, que venceu há vinte dias, à taxa de juros simples de 0,1% ao dia.
- a) R\$ 10.940,00.
 - b) R\$ 11.080,00.
 - c) R\$ 12.080,00.
 - d) R\$ 12.640,00.
 - e) R\$ 12.820,00.

Solução

Pelo que já se viu nas operações de desconto, não são raras as vezes em que se necessita antecipar ou prorrogar o prazo de títulos nas operações financeiras. Pode ocorrer a substituição de um título por outro ou um por vários, ou substituírem-se vários títulos por um único.

Tais problemas dizem respeito, de modo geral, à equivalência de valores diferentes referidos a datas diferentes.

DATA FOCAL

Um aspecto de extrema relevância, no regime de juros simples, é determinar a data focal, que é aquela que se considera como base de comparação dos valores referidos a diferentes datas. Essa data focal também se chama de data de avaliação ou data de referência.

EQUAÇÃO DE VALOR

A equação de valor permite que sejam igualados capitais diferentes, referentes a datas diferentes, em uma mesma data focal. Noutras palavras, a equação de valor é constituída igualando-se em uma dada data focal as somas dos valores atuais e/ou montantes dos compromissos que formam a alternativa em análise.

CAPITAIS EQUIVALENTES

Dois ou mais títulos de crédito ou duas ou mais formas de pagamento somente serão equivalentes numa determinada época quando, nessa época, os seus valores atuais forem iguais.

Deve-se ter o cuidado de verificar de que tipo de desconto se trata, pois o resultado da operação de desconto em juros simples depende da modalidade adotada.

EQUIVALÊNCIA COM DESCONTO RACIONAL E COMERCIAL

Pela definição, dois ou mais capitais serão equivalentes quando seus valores atuais são equivalentes. Assim, os capitais $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ serão equivalentes se, e somente se, seus valores atuais $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$ forem iguais.

Como $V = C / (1 + in)$, e adotando uma taxa de juros “i”, tem-se os capitais equivalentes na data focal zero, se:

$$V = \frac{C_1}{1 + i \times 1} = \frac{C_2}{1 + i \times 2} = \dots = \frac{C_n}{1 + i \times n}$$

Indicam-se os valores por V, já que esses são os valores atuais à taxa “i” na data focal zero. Já quando se estiver falando de desconto comercial, os valores atuais serão obtidos da seguinte forma:

$$V = C_1(1 - i \times 1) = C_2(1 - i \times 2) = C_3(1 - i \times 3) = \dots = C_n(1 - i \times n)$$

Após essa rápida explanação, pode-se resolver a questão.

Na **Resolução** dessa questão de prova, deve-se calcular o valor atual dos dois primeiros valores e o montante do terceiro valor e, ao final, somar tudo.

$$Va_1 = 4.620,00 / (1 + 0,001 \times 50)$$

$$Va_1 = 4.620,00 / 1,05$$

$$Va_1 = 4.400,00$$

$$Va_2 = 3.960 / (1 + 0,001 \times 100)$$

$$Va_2 = 3.960 / 1,1$$

$$Va_2 = 3.600,00$$

$$M_3 = 4.000,00 \times (1 + 0,001 \times 20)$$

$$M_3 = 4.000,00 \times 1,02$$

$$M_3 = 4.080,00$$

$$V_a = V_{a_1} + V_{a_2} + M_3$$

$$V_a = 4.400,00 + 3.600,00 + 4.080,00$$

$$V_a = 12.080,00.$$

A alternativa correta é, portanto, a letra “C”.

8) A taxa de juros simples semestral, equivalente à taxa simples de 16% quadrimestral, é de:

- | | |
|---------|---------|
| a) 30%; | d) 20%; |
| b) 26%; | e) 32%. |
| c) 24%; | |

Solução

$$i = 16\% \text{ a.q.}$$

Como um quadrimestre são 4 meses, tem-se:

$$i = 4\% \text{ a.m.}$$

Um semestre possui 6 meses, logo:

$$i = 4\% \text{ a.m} \times 6 = 24\% \text{ a.s.}$$

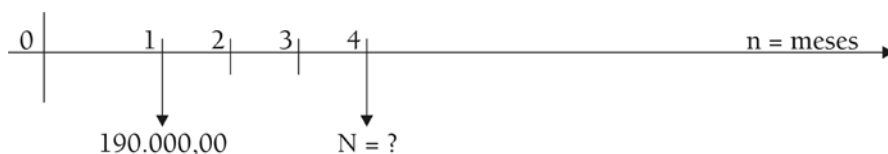
Resposta correta: letra “C”.

9) Um comerciante possui uma dívida com um banco no valor de R\$ 190.000,00, que vence em 30 dias. Entretanto, o comerciante não possui numerário suficiente e propõe a prorrogação da dívida por mais 90 dias.

Admitindo-se a data focal atual (zero) e que o banco adote a taxa de desconto comercial simples de 72% a.a., o valor do novo título será de:

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) R\$ 235.000; | d) R\$ 243.000; |
| b) R\$ 238.000; | e) R\$ 245.000. |
| c) R\$ 240.000; | |

Solução



$$i = 72\% \text{ a.a.} = 6\% \text{ a.m.}$$

$$V_{a_1} = V_{a_2}$$

$$V_{a_c} = N (1 - i n)$$

$$\text{R\$ } 190.000,00 (1 - 0,06 \times 1) = N (1 - 0,06 \times 4)$$

$$\text{R\$ } 190.000,00 \times 0,94 = 0,76 N$$

$$0,76 N = \text{R\$ } 178.600,00$$

$$N = \text{R\$ } 178.600,00 / 0,76$$

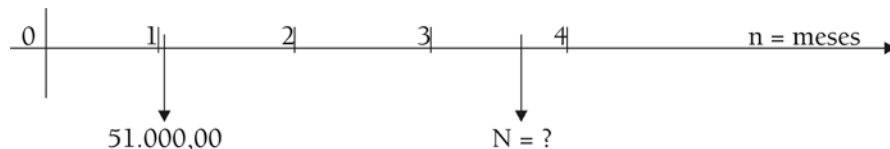
$$N = \text{R\$ } 235.000,00.$$

Resposta correta: letra “A”.

- 10) Um título de valor nominal de R\$ 51.000,00, com vencimento para 40 dias, deve ser substituído por outro, com vencimento para 80 dias. Calcule o novo valor de face, a uma taxa de desconto racional de 5% a.m.**

- a) 47.812,50.
b) 47.600,00.
c) 54.187,50.
d) 54.923,08.
e) 95.200,00.

Solução



$i = 5\%$ ao mês

$$Va_1 = Va_2$$

$$Va_r = N / (1 + i n)$$

$$R\$ 51.000,00 (1 + 0,05 \times 4/3) = N / (1 + 0,05 \times 8/3)$$

$$R\$ 51.000,00 / (3,2/3) = N / (3,4/3)$$

$$R\$ 51.000,00 \times 3,4 = 3,2 N$$

$$3,2 N = R\$ 173.400,00$$

$$N = R\$ 173.400,00 / 3,2$$

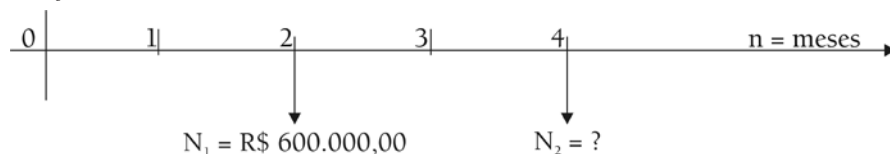
$$N = R\$ 54.187,50.$$

Resposta correta: letra “C”.

- 11) Após quantos dias devo pagar uma letra de R\$ 800.000,00, que substitui outra de R\$ 600.000,00, com vencimento para 2 meses, se a taxa de desconto comercial é de 10% ao mês?**

- a) 48.
b) 80.
c) 110.
d) 100.
e) 60.

Solução



$i = 10\%$ a.m.

$$Va_1 = Va_2$$

$$R\$ 600.000,00 (1 - 0,1 \times 2) = R\$ 800.000,00 (1 - 0,1 \times n_2)$$

$$R\$ 600.000,00 \times 0,8 = R\$ 800.000,00 - R\$ 80.000,00 n_2$$

$$R\$ 80.000,00 n_2 = R\$ 320.000,00$$

$$n_2 = 4 \text{ meses}$$

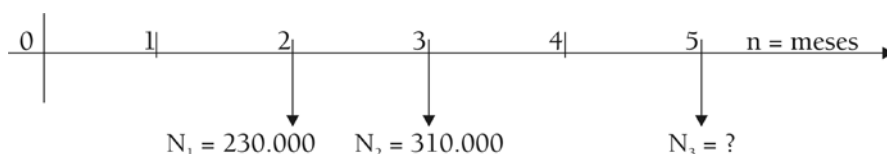
$$n_2 - n_1 = 4 - 2 = 2 \text{ meses} = 60 \text{ dias.}$$

Resposta correta: letra “E”.

- 12) Carêncio, passando por dificuldades financeiras e impossibilitado de quitar duas notas promissórias, uma de R\$ 230.000,00, a ser paga dentro de 60 dias, e outra de R\$ 310.000,00, com vencimento para 3 meses, pede sua substituição por uma única letra, vencível no prazo de 5 meses. Qual o valor de emissão dessa letra, sabendo-se que a taxa de desconto comercial é de 24% a.a.?**

- a) 540.000.
- b) 220.800.
- c) 512.200.
- d) 569.111.
- e) 291.400.

Solução



$$i_{dc} = 24\% \text{ ao ano} = 2\% \text{ ao mês}$$

$$Va_1 + Va_2 = Va_3$$

$$Va_c = N (1 - i \times n)$$

$$R\$ 230.000 (1 - 0,02 \times 2) + R\$ 310.000 (1 - 0,02 \times 3) = N (1 - 0,02 \times 5)$$

$$R\$ 230.000,00 \times 0,96 + R\$ 310.000,00 \times 0,94 = 0,9 N$$

$$R\$ 220.800,00 + R\$ 291.400,00 = 0,9 N$$

$$0,9 N = R\$ 512.200,00$$

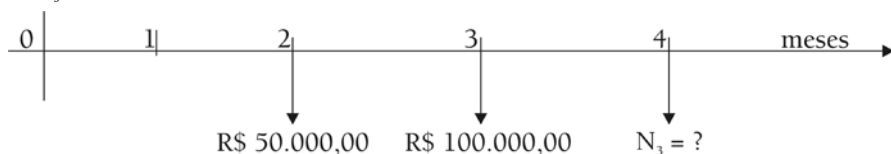
$$N = R\$ 512.200,00 / 0,9$$

$$N = R\$ 569.111,00.$$

Resposta correta: letra “D”.

- 13) (Esaf – AFRF/2005) Edgar precisa resgatar dois títulos. Um no valor de R\$ 50.000,00, com prazo de vencimento de dois meses, e outro de R\$ 100.000,00, com prazo de vencimento de três meses. Não tendo condições de resgatá-los nos respectivos vencimentos, Edgar propõe ao credor substituir os dois títulos por um único, com vencimento em quatro meses. Sabendo-se que a taxa de desconto comercial simples é de 4% ao mês, o valor nominal do novo título, sem considerar os centavos, será igual a:**

- a) R\$ 159.523,00;
- b) R\$ 159.562,00;
- c) R\$ 162.240,00;
- d) R\$ 162.220,00;
- e) R\$ 163.230,00.

Solução

$i = 4\%$ ao mês

Pede-se o valor do novo título para $n = 4$ meses. Relembrando, dois ou mais capitais serão equivalentes quando seus valores atuais são iguais. Ressalta-se que, em regime de juros simples, a data focal, quando não informada outra, deve ser considerada sempre a data zero. Assim, tem-se:

$$Va_1 + Va_2 = Va_3$$

$$Va_c = N (1 - in)$$

$$R\$ 50.000,00 (1 - 0,04 \times 2) + R\$ 100.000,00 (1 - 0,04 \times 3) = N_3 (1 - 0,04 \times 4)$$

$$R\$ 50.000,00 \times 0,92 + R\$ 100.000,00 \times 0,88 = 0,84 N_3$$

$$0,84 N_3 = R\$ 46.000,00 + R\$ 88.000,00$$

$$N_3 = R\$ 134.000,00 / 0,84$$

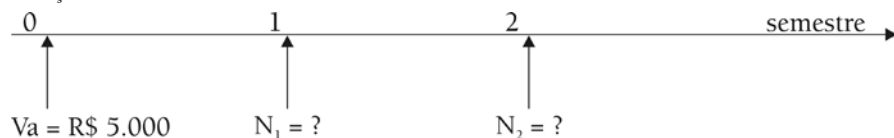
$$N_3 = R\$ 159.523,00.$$

Resposta correta: letra "A".

6. JUROS COMPOSTOS

1) Um automóvel foi vendido por R\$ 5.000,00, em duas parcelas iguais e semestrais, não sendo exigido entrada. Qual o valor dos pagamentos, aproximadamente em R\$, se a taxa de juros compostos considerada foi de 10% ao semestre?

- | | |
|--------------|--------------|
| a) 2.995,00. | d) 2.881,00. |
| b) 2.890,00. | e) 2.180,00. |
| c) 2.980,00. | |

Solução

$i = 10\%$ ao semestre

$$N_1 = N_2 \Rightarrow N$$

Será encontrado o valor das prestações por meio da aplicação da fórmula do valor atual racional, aplicado a juros compostos.

$$Va = N / (1 + i)^n$$

$$R\$ 5.000,00 = [N / (1 + 0,1)^1] + [N / (1 + 0,1)^2]$$

$$R\$ 5.000,00 = [N / 1,1] + [N / 1,21]$$

$$R\$ 5.000,00 = (1,1N + N) / 1,21$$

$$R\$ 5.000,00 \times 1,21 = 2,1 \text{ N}$$

$$R\$ 6.050,00 = 2,1 \text{ N}$$

$$N = R\$ 6.050,00 / 2,1$$

$$N = R\$ 2.880,95.$$

Logo, a resposta correta é a da letra “D”.

- 2) Uma empresa aplicou R\$ 250.000,00 em um banco, a juros compostos, pelo prazo de 1 ano. Sabendo-se que, findo o prazo, recebeu de juros R\$ 198.964,08, a taxa de juros anual, com capitalização mensal, de aplicação foi de:**

- a) 54%;
- b) 60%;
- c) 72%;
- d) 80%;
- e) 120%.

Solução

$$C = R\$ 250.000,00$$

$$J = R\$ 198.964,08$$

$$n = 1 \text{ ano} = 12 \text{ meses}$$

$$i = \text{nominal} / \text{ano} = ?$$

Para obter-se a taxa, que será procurada na tabela, tem-se que encontrar o fator de acumulação de capital – FAC $[(1 + i)^n]$.

$$M = C + J = R\$ 448.964,08$$

$$M = C (1 + i)^n \Rightarrow (1 + i)^n = M / C$$

$$(1 + i)^{12} = R\$ 448.964,08 / R\$ 250.000,00$$

$$(1 + i)^{12} = 1,795856.$$

O valor de 1,795856 representa o $(1 + i)^{12}$. Se, desse valor, subtrai-se o 1, tem-se a taxa efetiva do período, que é de 79,5856% ao ano.

Com auxílio da tabela, procurando na linha relativa ao $n = 12$, encontra-se o valor de 1,795856 na coluna correspondente a 5%. Assim, a taxa equivalente mensal é de 5% ao mês. Para encontrar a taxa nominal anual, basta multiplicar esse valor pelo número de períodos contidos na aplicação, ou seja, 12. Logo, a taxa nominal anual é de 60% ao ano e a resposta correta é a letra “B”.

- 3) A aplicação de um capital de R\$ 10.000,00, no regime de juros compostos, pelo período de três meses, a uma taxa de 10% ao mês, resulta, no final do terceiro mês, num montante acumulado:**

- a) de R\$ 3.000,00;
- b) de R\$ 13.000,00;
- c) inferior a R\$ 13.000,00;
- d) superior a R\$ 13.000,00;
- e) menor do que aquele que seria obtido pelo regime de juros simples.

Solução

$$C = \text{R\$ } 10.000,00$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$i = 10\% \text{ ao mês}$$

$$M = ?$$

O exercício é bastante simples e pode ser resolvido pela aplicação direta da fórmula do montante:

$$M = C (1 + i)^n$$

$$M = \text{R\$ } 10.000,00 \times (1 + 0,1)^3$$

$$M = \text{R\$ } 10.000,00 \times 1,331$$

$$M = \text{R\$ } 13.310,00.$$

Já se sabe a resposta; entretanto, um exercício formulado desta maneira não requer o fornecimento de tabela e, tampouco, o uso de fórmulas. Veja:

	R\$	10.000,00
+ 10% =	R\$	1.000,00
=	R\$	11.000,00
+ 10% =	R\$	1.100,00
=	R\$	12.100,00
+ 10% =	R\$	1.210,00
=	R\$	13.310,00

Veja que, com esta taxa (10% ao período), é possível calcular, para períodos pequenos, o montante sem uso de tabelas ou fórmulas!!!

A resposta correta é a letra “D”.

4) A melhor aproximação do capital que, em 10 meses e 25 dias, a juros compostos de 9% a.m., calculados pela convenção linear, resultaria no montante R\$ 235.506,45 é de:

- a) R\$ 92.540,00;
- b) R\$ 92.572,98;
- c) R\$ 92.586,80;
- d) R\$ 96.800,00;
- e) R\$ 119.243,77.

Solução

$$C = ?$$

$$M = \text{R\$ } 235.506,45$$

$$i = 9\% \text{ ao mês}$$

$n = 10$ meses e 25 dias, ou seja, 10 meses mais 25/30 de mês. Tem-se, então, seguindo a convenção linear, que $n = 10$ meses e $m = 25/30$ de mês.

O exercício é bastante interessante e possibilita desenvolver a habilidade de encontrar o valor do capital aplicado por meio de mais outra forma de cálculo:

$$M = C \times (1 + i)^n \times (1 + i \times m)$$

$$C = M / [(1 + i)^n \times (1 + i \times m)]$$

$$C = R\$ 235.506,45 / [(1 + 0,09)^{10} \times (1 + 0,09 \times 25/30)]$$

$$C = R\$ 235.506,45 / [2,367364 \times 1,075]$$

$$C = R\$ 235.506,45 / 2,544916$$

$$C = R\$ 92.539,97.$$

Desta forma, a resposta correta é a letra “A”.

5) Sejam dois títulos com as seguintes características:

A) um certificado de depósito a prazo, de R\$ 50.000,00, efetuado 17 meses atrás, que rende juros compostos de 4% ao mês. Os rendimentos são tributados em 8% (imposto de renda) no ato do resgate;

B) uma promissória de R\$ 112.568,00, vencível de hoje a 7 meses, que pode ser resgatada mediante desconto racional composto de 5% ao mês.

Os dois títulos, se resgatados hoje, desprezados os centavos, valem:

a) R\$ 169.603;

d) R\$ 181.204;

b) R\$ 173.603;

e) R\$ 185.204.

c) R\$ 177.395;

Solução

Título A

$$C = R\$ 50.000,00$$

$n = 17$ meses

$i = 4\%$ ao mês

$M = ?$

$IR = 8\%$ do juro

$$J = M - C$$

$$M = C \times (1 + i)^n$$

$$M = R\$ 50.000,00 \times (1 + 0,04)^{17}$$

$$M = R\$ 50.000,00 \times 1,947900$$

$$M = R\$ 97.395,02$$

$$\text{Juro} = M - C$$

$$\text{Juro} = R\$ 97.395,02 - R\$ 50.000,00$$

$$\text{Juro} = R\$ 47.395,02$$

$IR = 8\%$ do juro

$$IR = R\$ 47.395,02 \times 0,08$$

$$IR = R\$ 3.791,60.$$

O valor dos dois títulos representa, portanto, a soma do montante com o valor atual, diminuído do imposto de renda.

$$\text{Resgate líquido} = R\$ 97.395,02 + R\$ 80.000,00 - R\$ 3.791,60$$

$$\text{Resgate líquido} = R\$ 173.603,42.$$

Logo, a resposta correta é a letra “B”.

Título B

$$N = R\$ 112.568,00$$

$n = 7$ meses

$i = 5\%$ ao mês

$Va = ?$

$$Va = N / (1 + i)^n$$

$$Va = R\$ 112.568,00 / (1 + 0,05)^7$$

$$Va = R\$ 112.568,00 / 1,407104$$

$$Va = R\$ 80.000,00.$$

6) Se um capital cresce sucessiva e cumulativamente durante 3 anos, na base de 10% ao ano, seu montante final é:

- a) 30% superior ao capital inicial;
- b) 130% do valor do capital inicial;
- c) aproximadamente 150% do capital inicial;
- d) aproximadamente 133% do capital inicial;
- e) aproximadamente o dobro do capital inicial.

Solução

$$C = ? = 100$$

$$M = ?$$

$$n = 3 \text{ anos}$$

$$i = 10\% \text{ ao ano}$$

$$M = 100 \times (1 + 0,1)^3$$

$$M = 100 \times 1,331$$

$$M = 133,10.$$

Logo, em 3 anos, o montante será superior ao capital inicial em, aproximadamente, 33%. Portanto, a resposta correta é a letra “D”.

7) Justo Veríssimo aplicou seu capital durante 3 anos, à taxa de 12% a.a., no regime de juros simples. Caso houvesse aplicado a juros compostos, à mesma taxa, com capitalização semestral, teria recebido R\$ 2.633,36 a mais. Quanto recebeu de juros?

- a) R\$ 35.033,00;
- b) R\$ 21.100,00;
- c) R\$ 58.613,00;
- d) R\$ 45.000,00;
- e) R\$ 16.200,00.

Solução

Neste caso, o valor produzido pelo regime de capitalização composta é superior ao regime de juros simples em R\$ 2.633,36. Então, para saber os juros recebidos, deve-se calcular, inicialmente, o capital aplicado, para, a partir daí, calcular o valor dos juros.

$$C \times (1 + i \times n) + R\$ 2.633,36 = C (1 + i)^n$$

$$C \times (1 + 0,12 \times 3) + R\$ 2.633,36 = C (1 + 0,06)^6$$

$$1,36 C + R\$ 2.633,36 = 1,418519 C$$

$$0,058519 C = R\$ 2.633,36$$

$$C = R\$ 45.000,00$$

$$J = C \times i \times n$$

$$J = R\$ 45.000,00 \times 0,12 \times 3$$

$$J = R\$ 16.200,00.$$

A resposta correta é a letra “E”

- 8) Uma pessoa aplicou 60% de seu capital na Financeira “X”, a 16% a.a., com capitalização trimestral. O restante aplicou na Financeira “Y”, a 18% a.a., com capitalização semestral. Depois de 3 anos, recebeu R\$ 20.177,58 de juros compostos da Financeira “Y”. Nessas condições, o valor dos juros que recebeu da Financeira “X” foi de (desprezar os centavos no resultado final):**

- a) R\$ 48.159,00;
- b) R\$ 75.400,00;
- c) R\$ 26.866,00;
- d) R\$ 49.978,00;
- e) R\$ 71.566,00.

Solução

“X”

0,6 C

$i = 16\%$ a.a. c/cap. trimestral

$i = 4\%$ ao trimestre

$n = 12$ trimestres

$J = ?$

$J = M - C$.

“Y”

0,4 C

$i = 18\%$ a.a. c/cap. semestral

$i = 9\%$ ao semestre

$n = 6$ semestres

$J = \text{R\$ } 20.177,58$.

Pede-se que seja calculado o juro produzido na Financeira “X”. Para tanto, necessita-se saber o capital aplicado, e o caminho é encontrar o capital a partir do juro produzido na Financeira “Y”. Desta forma, considerando que $J = M - C$, tem-se:

$$\text{R\$ } 20.177,58 = 0,4 C \times (1 + 0,09)^6 - 0,4 C$$

$$\text{R\$ } 20.177,58 = 0,4 C \times 1,677100 - 0,4 C$$

$$\text{R\$ } 20.177,58 = 0,67084 C - 0,4 C$$

$$0,27084 C = \text{R\$ } 20.177,58$$

$$C = \text{R\$ } 20.177,58 / 0,27084$$

$$C = \text{R\$ } 74.500,00.$$

Assim, o capital total que essa pessoa aplicou foi de R\$ 74.500,00. A partir desse valor, pode-se calcular o juro de 60% desse capital aplicado na Financeira “X”.

$$0,6 C = \text{R\$ } 74.500 \times 0,6$$

$$C_x = \text{R\$ } 44.700,00$$

$$M_x = \text{R\$ } 44.700,00 \times (1 + 0,04)^{12}$$

$$M_x = \text{R\$ } 44.700,00 \times 1,601032$$

$$M_x = \text{R\$ } 71.566,14$$

$$J_x = M_x - C_x$$

$$J_x = \text{R\$ } 71.566,14 - \text{R\$ } 44.700,00$$

$$J_x = \text{R\$ } 26.866,14.$$

Portanto, a resposta correta é a letra “C”.

- a) 2.592.
- b) 2.520.
- c) 720.
- d) 2.160.

Inicialmente, cabe um lembrete: a taxa de crescimento populacional de um período incide sempre sobre a população do final do período imediatamente anterior, o que torna possível o seu cálculo com emprego dos juros compostos. Tomando como capital a população inicial e como montante a população final, tem-se:

= 2.592 habitantes.

a) R\$ 16.590;
b) R\$ 16.602;
c) R\$ 16.698;
d) R\$ 16.705;
e) R\$ 16.730.

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

- 11) João aplicou uma determinada quantia a uma taxa de 144% a.a., sob o regime de juros simples comerciais, durante 90 dias. Terminado o prazo, retirou 40% do montante e reaplicou o restante a juros compostos, a uma nova taxa de 10% ao mês, durante 135 dias, recebendo, no final da nova aplicação, a importância de R\$ 642.460,00. Sabendo-se que, para o cálculo do montante, utilizou-se a convenção linear, o valor do capital inicial da primeira aplicação foi de, aproximadamente:**
- a) R\$ 503.200,00; d) R\$ 520.840,00;
b) R\$ 510.750,00; e) R\$ 540.000,00.
c) R\$ 512.150,00;

Solução

Perceba que 60% do montante produzido no regime de juros simples passa a ser o capital para o cálculo do montante, pelo regime de juros compostos. Como não se dispõe do capital, mas do montante final, o valor do capital inicial pode ser obtido pela

Resolução da seguinte expressão:

$$\{[C \times (1 + 0,12 \times 3)] \times 0,6\} \times [(1,1)^4 \times (1 + 0,1 \times 0,5)] = R\$ 642.460,00$$

$$0,816C \times 1,537305 = \text{R\$ } 642.460,00$$

$$1,25444088 \text{ C} = \text{R\$ } 642.460,00$$

$$C = \text{R\$ } 642.460,00 / 1,25444088$$

$$C = \text{R\$ } 512.148,48.$$

A resposta correta é a letra “C”.

- 12) Paulo solicita um empréstimo bancário no valor de R\$ 830.000,00, por um prazo de 1 ano. Quanto pagará de juros ao final do período, se a taxa de juros cobrada pelo banco é de 30% a.a., com capitalização mensal?**
- a) 266.258. d) 326.129.
b) 286.258. e) 346.129.
c) 306.000.

Solução

$$C = \text{R\$ } 830.000,00$$

$n = 1 \text{ ano} = 12 \text{ meses}$

$$i = 30\% \text{ ao ano} = 2,5\% \text{ ao mês}$$

$$J = ? \quad J = M - C$$

$$M = ? \quad M = C (1 + i)^n.$$

Trata-se de uma questão relativamente simples. Podem-se apurar os juros de duas formas: uma pelo cálculo do montante e dele subtraindo o capital aplicado; e outra direta. Será resolvido o presente exercício pelas duas formas, começando pelo modo indireto:

$$M = \text{R\$ } 830.000,00 \times (1 + 0,025)^{12}$$

$$M = \text{R\$ } 830.000,00 \times 1,348888$$

M = R\$ 1.116.257,72

$$I = M - C$$

$$J = \text{R\$ } 1.116.257,72 - \text{R\$ } 830.000,00$$

$$J = \text{R\$ } 286.257,72$$

A resposta correta é a letra “B”.

- a) R\$ 352.480,30; d) R\$ 357.072,20;
b) R\$ 355.490,20; e) R\$ 359.091,80.
c) R\$ 356.278,50;

Portanto, a resposta correta é a letra “A”.

- a) R\$ 135.000,00. d) R\$ 171.818,00.
b) R\$ 231.955,00. e) R\$ 268.773,00.
c) R\$ 96.955,00.

Atente-se ao fato de que rendimentos são juros. Logo, a **Solução** do exercício pode ser apresentada da seguinte forma:

$$J = C \times [(1 + i)^n - 1]$$

$$R\$ 96.955,00 = C \times [(1 + 0,07)^8 - 1]$$

$$R\$ 96.955,00 = C \times [1,718186 - 1]$$

$$R\$ 96.955,00 = C \times 0,718186$$

$$C = R\$ 96.955,00 / 0,718186$$

$$C = R\$ 134.999,84, \text{ isto é, o capital aplicado foi de, aproximadamente, } R\$ 135.000,00.$$

Como $M = C + J$, tem-se:

$$M = R\$ 135.000,00 + R\$ 96.955,00$$

$$M = R\$ 231.955,00.$$

Portanto, a resposta correta é a letra “B”.

15) Por quanto tempo ficou aplicado um capital de R\$ 250.000,00, a uma taxa anual de 24%, com capitalizações bimestrais, se, após o prazo de aplicação, o investidor recebeu R\$ 450.236,00 de juros e capital?

a) 2,5 bimestres.

d) 15 meses.

b) 5 meses.

e) 5 anos.

c) 30 meses.

Solução

Há duas maneiras de resolver exercícios nos quais é cobrado o número de períodos em que determinado capital ficou aplicado. Uma delas é com auxílio das tabelas financeiras e a outra é mediante a aplicação de logaritmos. Resolver-se-á o exercício pelas duas formas.

$$M = R\$ 450.236,00$$

$$C = R\$ 250.000,00$$

$$i = 24\% \text{ ao ano} = 4\% \text{ ao bimestre}$$

$$n = ?$$

$$M = C (1 + i)^n$$

$$(1 + i)^n = M / C.$$

Por logaritmos, a **Solução** é a seguinte:

$$n \times \log (1 + i) = \log (M / C)$$

$$n \times \log 1,04 = \log (450.236 / 250.000)$$

$$n \times \log 1,04 = \log 1,800944$$

$$n \times 0,01703334 = 0,2555$$

$$n = 14,9999, \text{ isto é, aproximadamente } 15 \text{ bimestres} = 30 \text{ meses.}$$

Com uso das tabelas financeiras:

$$(1 + i)^n = M / C$$

$$(1 + 0,04)^n = 450.236 / 250.000$$

$$(1 + 0,04)^n = 1,800944$$

Consultando as tabelas, na coluna de 4%, encontra-se, na linha correspondente a 15 períodos o valor de 1,800944. Logo, o nosso n é de 15 bimestres, ou seja, 30 meses.

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

16) (Prova AFTN) Uma financeira diz cobrar em suas operações uma taxa de juros compostos de 40% a.a., capitalizados trimestralmente. Nessas condições, a taxa de juros efetiva anual que está sendo cobrada ao devedor é de:

- a) 46,41%;
- b) 47,26%;
- c) 48,23%;
- d) 49,32%;
- e) 40,00%.

Solução

Perceba que a taxa anunciada de 40% ao ano é a taxa nominal. Sua taxa proporcional quadrimestral é de 10%, que é a taxa de aplicação em juros compostos. Para se obter a taxa efetiva anual, basta aplicar essa taxa de 10% ao quadrimestre, considerando uma unidade de capital pelo prazo de 4 períodos.

$$i = 40\% \text{ ao ano} = 10\% \text{ ao trimestre}$$

$$n = 4 \text{ trimestres}$$

$$i_{ef} = (1 + i)^n - 1$$

$$i_{ef} = (1 + 0,1)^4 - 1$$

$$i_{ef} = 1,4641 - 1 = 0,4641 = 46,41\%.$$

Logo, a taxa efetiva de juros no período é de 46,41%. Portanto, a resposta correta é a letra “A”.

17) O capital de R\$ 80.000,00 foi aplicado durante 73 dias, a uma taxa anual de juros compostos de 12%, com capitalização mensal. Calcule o montante, utilizando a convenção linear.

- a) 81.946,40.
- b) 80.000,00.
- c) 81.608,00.
- d) 81.961,64.
- e) 81.960,37.

Solução

$$C = \text{R\$ } 80.000,00$$

$$n = 73 \text{ dias} = 2 \text{ meses e } 13 \text{ dias; logo, } n = 2 \text{ e } m = 13/30$$

$$i = 12\% \text{ ao ano} = 1\% \text{ ao mês}$$

$$M = ?$$

Como a capitalização é mensal, têm-se 2 períodos de capitalização mais 13/30 de mês.

Dentro da definição apresentada para a **Solução** de exercícios desta ordem, tem-se que:

$$M = C \times (1 + i)^n \times (1 + 0,01 \times m)$$

$$M = \text{R\$ } 80.000,00 \times (1 + 0,01)^2 \times (1 + 0,01 \times 13/30)$$

$$M = \text{R\$ } 80.000,00 \times 1,0201 \times 1,004333$$

$$M = \text{R\$ } 81.961,63.$$

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

18) (Prova AFTN) Uma pessoa aplica R\$ 150.000,00 a juros compostos de 5% a.m. Ao fim de um certo tempo, recebe juros de R\$ 333.764,99. Nessas condições, o período de aplicação foi de:

- a) 20 meses;
- b) 21 meses;
- c) 24 meses;
- d) 25 meses;
- e) 30 meses.

Solução

$$C = R\$ 150.000,00$$

$$J = R\$ 333.764,99$$

$$M = C + J = R\$ 150.000,00 + R\$ 333.764,99 = R\$ 488.764,99$$

$$i = 5\% \text{ ao mês}$$

$$n = ?$$

Já se sabe que $M = C + J$, tanto no regime de capitalização composta quanto no simples.

Assim, $(1 + i)^n = M / C$. Portanto, tem-se a seguinte **Solução**:

$$(1 + i)^n = M / C$$

$$n \times \log (1 + i) = \log (M / C)$$

$$n \times \log 1,05 = \log (R\$ 488.764,99 / R\$ 150.000,00)$$

$$n \times \log 1,05 = \log 3,2250999$$

$$0,0211893 \, n = 0,508543$$

$$n = 0,508543 / 0,0211893$$

$$n = 23,9999, \text{ isto é, aproximadamente } 24 \text{ meses.}$$

Poder-se-ia resolver este exercício com auxílio da tabela financeira, na qual se procuraria na coluna de 5%, até encontrar o valor 3,2250999. Este valor será encontrado na linha correspondente ao $n = 24$.

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

19) Quanto devo aplicar hoje para obter um rendimento de R\$ 90.000,00, após 4 meses, a uma taxa de juros compostos de 9% a.a., com capitalização quadrimestral?

- a) 2.000.000.
- b) 1.600.000.
- c) 4.000.000.
- d) 3.000.000.
- e) 900.000.

Solução

$$J = R\$ 90.000,00$$

$$C = ?$$

$$n = 4 \text{ meses} = 1 \text{ quadrimestre}$$

$$i = 9\% \text{ ao ano} = 3\% \text{ ao quadrimestre}$$

$$J = M - C$$

Ou, pela forma direta de cálculo:

$$J = C \times [(1 + i)^n - 1]$$

$$R\$ 90.000,00 = C \times (1 + 0,03)^1 - C$$

$$R\$ 90.000,00 = C \times 1,03 - C$$

$$R\$ 90.000,00 = 1,03 C - C$$

$$0,03 C = R\$ 90.000,00$$

$$C = R\$ 90.000,00 / 0,03$$

$$C = R\$ 3.000.000,00.$$

A resposta correta é a letra “D”.

20) (Prova AFTN/91) Uma aplicação é realizada no dia primeiro de um mês, rendendo uma taxa de 1% ao dia útil, com capitalização diária. Considerando que o referido mês possui 18 dias úteis, no fim do mês, o montante será o capital inicial aplicado mais:

- | | |
|--------------|--------------|
| a) 20,324%; | d) 18, 174%; |
| b) 19,6147%; | e) 18%. |
| c) 19,196%; | |

Solução

$$i = 1\% \text{ ao dia}$$

$$n = 18 \text{ dias}$$

$$C = ? = 100$$

$$M = ?$$

É solicitado que se informe o percentual de rendimento de um capital a uma taxa de 1% ao dia, aplicado por 18 dias. Esse percentual pode ser encontrado diretamente consultando a tabela financeira ou pelo cálculo do montante considerando um capital hipotético.

$$M = C \times (1 + i)^n$$

$$M = 100 \times (1 + 0,01)^{18}$$

$$M = 100 \times 1,196147$$

$$M = 119,61.$$

Demonstrou-se que, se utilizado um capital hipotético de 100, nas condições apresentadas, o montante será superior em 19,6147%. Portanto, a resposta correta é a letra “B”.

21) Por quanto tempo devo deixar aplicado certo capital para auferir um montante de R\$ 121.610,00, a uma taxa de juros compostos de 12% ao ano, com capitalização trimestral? Os juros representam 21,06% do valor de resgate.

- | | |
|------------|------------|
| a) 1 ano. | d) 6 anos. |
| b) 2 anos. | e) 5 anos. |
| c) 4 anos. | |

Solução

$$n = ?$$

$$i = 12\% \text{ ao ano} = 3\% \text{ ao trimestre}$$

$$M = R\$ 121,610,00$$

$$J = 21,06\% \text{ do } M = 0,2106 \times R\$ 121.610,00$$

$$J = R\$ 25.611,06$$

$$C = M - J$$

$$C = R\$ 121.610,00 - R\$ 25.611,06$$

$$C = R\$ 95.999,00$$

$$(1 + i)^n = M / C$$

$$(1 + 0,03)^n = R\$ 121.610,00 / R\$ 95.999,00$$

$$(1 + 0,03)^n = 1,266784.$$

Conforme se viu em exercícios anteriores, o resultado pode ser obtido pela aplicação de logaritmos ou fazendo uso da tabela financeira. Como, na maioria das provas, são fornecidas as tabelas financeiras, adotar-se-á apenas esta **Solução**.

Procurando pelo valor de 1,233784 na coluna representava de $i = 3\%$, será esse valor encontrado na linha correspondente a $n = 8$ períodos. Logo, são 8 trimestres de aplicação, ou seja, 2 anos. A resposta correta é a letra “B”.

22) O preço à vista de uma mercadoria é de R\$ 100.000,00. O comprador pode, entretanto, pagar 20% de entrada no ato e o restante em uma única parcela de R\$ 100.777,00, vencível em 90 dias. Admitindo-se o regime de juros compostos, a taxa de juros mensais cobrada na venda a prazo é de:

- a) 4%;
- b) 5%;
- c) 6%;
- d) 7%;
- e) 8%.

Solução

$$\text{Preço à vista} = R\$ 100.000,00$$

$$\underline{(-) 20\% \text{ entrada} = R\$ 20.000,00}$$

$$= \text{valor financiado} = R\$ 80.000,00$$

Ressalte-se que os juros somente incidem sobre o valor financiado. Sobre a parcela da entrada, que representa uma parte paga à vista, não incidem juros. Assim, os elementos do exercício são:

$$C = R\$ 80.000,00$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$i = ?$$

$$M = R\$ 100.777,00$$

$$(1 + i)^n = M / C$$

$$(1 + i)^3 = R\$ 100.777,00 / R\$ 80.000,00$$

$$(1 + i)^3 = 1,259712.$$

Procurando nas tabelas financeiras, na linha correspondente a $n = 3$ períodos, encontra-se o valor 1,259712 na coluna correspondente a 8%. Assim, a taxa em questão é de 8% ao mês, sendo, portanto, correta a letra “E”.

23) Qual o rendimento de um certificado de depósito bancário no valor de R\$ 200.000,00, aplicado por 60 dias a uma taxa mensal de juros compostos de 30%?

- a) 369.000.
- b) 338.000.
- c) 169.000.
- d) 200.000.
- e) 138.000.

Solução

Ressalte-se, mais uma vez, que rendimentos são juros. Os juros podem ser calculados diretamente pela fórmula $J = C \times [(1 + i)^n - 1]$ ou pela diferença entre o M e o C.

$$J = ?$$

$$C = \text{R\$ } 200.000,00$$

$$n = 2 \text{ meses}$$

$$i = 30\% \text{ ao mês}$$

$$J = M - C$$

$$M = C (1 + i)^n$$

$$M = \text{R\$ } 200.000,00 \times (1 + 0,3)^2$$

$$M = \text{R\$ } 200.000,00 \times 1,69$$

$$M = \text{R\$ } 338,00$$

$$J = M - C$$

$$J = \text{R\$ } 338.000,00 - \text{R\$ } 200.000,00$$

$$J = \text{R\$ } 138.000,00.$$

Logo, a resposta correta é a letra “E”.

24) Dois capitais foram aplicados a uma taxa de 7% a.a., sob regime de juros compostos. O primeiro, pelo prazo de 4 anos, e o segundo, por 5 anos. Sabendo-se que a soma dos juros totalizou R\$ 39.540,00, e que os juros do segundo capital excederam os juros do primeiro em R\$ 12.660,00, a soma dos dois capitais iniciais era de:

- a) R\$ 140.000,00;
- b) R\$ 143.000,00;
- c) R\$ 147.080,00;
- d) R\$ 108.080,00;
- e) R\$ 115.080,00.

Solução

$C_1 = ?$	$C_2 = ?$
$i = 7\% \text{ ao ano}$	$i = 7\% \text{ ao ano}$
$n = 4 \text{ anos}$	$n = 5 \text{ anos}$
$J_1 + J_2 = \text{R\$ } 39.540,00 \text{ (1)}$	
$J_2 = J_1 + \text{R\$ } 12.660,00 \text{ (2)}$	

Substituindo (2) em (1), tem-se:

$$J_1 + J_1 + R\$ 12.660,00 = R\$ 39.540,00$$

$$J_1 + J_1 = R\$ 39.540,00 - R\$ 12.660,00$$

$$2 J_1 = R\$ 26.880,00$$

$$J_1 = R\$ 26.880,00 / 2 = R\$ 13.440,00$$

$$J_2 = R\$ 13.440,00 + R\$ 12.660,00 = R\$ 26.100,00.$$

Uma vez determinados J_1 e J_2 , pode-se apurar o valor de cada capital (C_1 e C_2) de duas formas, isto é, por meio da fórmula do montante ou por meio da fórmula do juro. Preferiu-se o cálculo por meio da fórmula do montante, por ser a de mais fácil aplicação.

$$C = M - J$$

$$M_1 - C_1 = J_1$$

$$C_1 \times (1 + 0,07)^4 - C_1 = R\$ 13.440,00$$

$$1,310796 C_1 - C_1 = R\$ 13.440,00$$

$$0,310796 C_1 = R\$ 13.440,00$$

$$C_1 = R\$ 13.440,00 / 0,310796$$

$$C_1 = R\$ 43.243,80$$

$$M_2 - C_2 = J_2$$

$$C_2 \times (1 + 0,07)^5 - C_2 = R\$ 26.100,00$$

$$1,402442 C_2 - C_2 = R\$ 26.100,00$$

$$0,402552 C_2 = R\$ 26.100,00$$

$$C_2 = R\$ 26.100,00 / 0,402552$$

$$C_2 = R\$ 64.836,38$$

$$C_1 + C_2 = ?$$

$$C_1 + C_2 = R\$ 43.243,80 + R\$ 64.836,38 = R\$ 108.080,18.$$

Portanto, a resposta correta é a letra “D”.

25) Uma loja vende um computador por R\$ 1.800,00 à vista. À prazo, vende o aparelho por R\$ 2.829,37, sendo R\$ 720,00 de entrada e o saldo 3 meses após. Qual a taxa de juros compostos mensal?

- a) 23%.
- b) 24%.
- c) 25%.
- d) 26%.
- e) 27%.

Solução

$$i = ?$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

O preço à vista é de R\$ 1.800,00. Na venda À prazo, há uma entrada de R\$ 720,00 e o saldo (R\$ 2.109,37, já que o valor total a pagar é de R\$ 2.829,37) será pago três meses após. Desta forma, como a entrada é pagamento à vista, o valor financiado (C) é de R\$ 1.080,00, e o saldo de R\$ 2.109,37 é o montante.

$$M = R\$ 2.829,37 - R\$ 720,00 = R\$ 2.109,37$$

$$C = R\$ 1.800,00 - R\$ 720,00 = R\$ 1.080,00$$

$$(1 + i)^n = M / C$$

$$(1 + i)^3 = R\$ 2.109,37 / R\$ 1.080,00$$

$$(1 + i)^3 = 1,953120.$$

Procurando nas tabelas financeiras, na linha representativa de $n=3$, encontra-se o valor 1,95312 na coluna correspondente a 25%. Logo, a taxa praticada por este estabelecimento comercial é de 25% ao mês. Portanto, a resposta correta é a letra “C”.

26) Quanto tempo deve permanecer aplicado um capital para que os juros sejam equivalentes a 3 vezes este capital, num regime de juros compostos, a uma taxa de 12% ao trimestre, com capitalização mensal?

- a) 11,78 trimestres.
- b) 35,34 trimestres.
- c) 35 trimestres.
- d) 36 trimestres.
- e) 12 trimestres.

Solução

$$i = 12\% \text{ ao trimestre} = 4\% \text{ ao mês}$$

$$n = ?$$

$$J = 3 C.$$

Para que os juros sejam equivalentes a três vezes o capital aplicado e como $M = C + J$, o montante será equivalente a 4 vezes o capital aplicado.

$$M = C + J$$

$$M = C + 3 C$$

$$M = 4 C$$

$$(1 + i)^n = M / C$$

$$(1 + 0,04)^n = 4 / 1$$

$$n \times \log 1,04 = \log 4$$

$$0,017033339 n = 0,60205999$$

$$n = 0,60205999 / 0,017033339$$

$$n = 35,35 \text{ meses} = 11,78 \text{ trimestres.}$$

Observe que, procurando na tabela, encontrar-se-á um valor entre $n = 35$ e $n = 36$:

$$n = 35 = (1 + i) = 3,946089$$

$$n = 36 = (1 + i) = 4,103933.$$

Veja que, enquanto n aumenta de 35 para 36 (aumenta 1 período), o valor de $(1 + i)$ aumenta 0,157844. Para que $(1 + i)$ seja 4, é necessário que n aumente de quanto? Pode-se resolver esta interpolação com o seguinte artifício:

$$4 - 3,946089 = 0,053911, \text{ então:}$$

$$n = 1 \quad \longrightarrow \quad (1 + i) = 0,157844$$

$$n = X \quad \longrightarrow \quad (1 + i) = 0,053911$$

$$X \times 0,157844 = 1 \times 0,053911$$

$$X = 0,053911 / 0,157844$$

$$X = 0,3415.$$

Perceba que, com o artifício da interpolação linear, obtém-se que o $n = 35,3415$ meses, isto é, com a interpolação, calculou-se apenas a parte fracionária de n , visto que já se havia determinado que ele era um valor entre 35 e 36!!!

Salienta-se que esta questão teve adaptações e já foi cobrada em prova da Esaf quando se podia utilizar calculadora. (Pensar que há gente reivindicando o uso de calculadora nas provas de Matemática Financeira causa arrepios!!!)

A resposta correta é, portanto, a letra “A”.

27) Se pretendo adquirir um imóvel no valor de R\$ 12.000.000,00, quanto devo investir hoje, a uma taxa de 40% a.a., com capitalização trimestral, para comprá-lo dentro de 5 anos?

- a) 1.783.723,52.
- b) 2.231.213,18.
- c) 1.434.235,70.
- d) 7.451.055,88.
- e) 745.105,59.

Solução

$$M = \text{R\$ } 12.000.000,00$$

C?

$$i = 40\% \text{ ao ano} = 10\% \text{ ao trimestre}$$

$$n = 5 \text{ anos} = 20 \text{ trimestres}$$

A capitalização é trimestral e o montante deve ser obtido em 5 anos, logo, em 20 trimestres. Quer-se saber o valor do capital aplicado; portanto, será usada a seguinte fórmula:

$$C = M / (1 + i)^n$$

$$C = \text{R\$ } 12.000.000,00 / (1 + 0,10)^{20}$$

$$C = \text{R\$ } 12.000.000,00 / 6,7275$$

$$C = \text{R\$ } 1.783.723,52.$$

O valor 6,7275 foi obtido por consulta à tabela financeira. Logo, a resposta correta é a letra “A”.

28) Um capital no valor de 50, aplicado a juros compostos a uma taxa de 36% ao mês, com capitalização diária, atinge, em 20 dias, um montante de:

- a) 51;
- b) 51, 2;
- c) 63,47;
- d) 53,6;
- e) 68.

Solução

A taxa de 36% ao mês com capitalização diária produz uma taxa de aplicação diária de 1,2% ao dia. A taxa de 1,2% ao dia não consta na tabela financeira, mas o exercício é válido em face do raciocínio empregado. Calculando o seu valor com uso de calculadora financeira ou científica para 20 dias de aplicação, encontra-se o valor de 1,269434.

$$i = 36\% \text{ ao mês} = 1,2\% \text{ ao dia}$$

$$n = 20 \text{ dias}$$

$$C = 50$$

$$M = ?$$

$$M = (1 + 0,012)^{20}$$

$$M = 50 \times 1,269434$$

$$M = 63,47.$$

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

29) Quanto investi, a uma taxa de 15% ao ano, capitalizada quadrimestralmente, se, decorridos 16 meses, resgatei um montante de R\$ 243.101,20?

- a) 200.000.
- b) 203.000.
- c) 206.000.
- d) 209. 000.
- e) 212.000.

Solução

$$C = ?$$

$$i = 15\% \text{ ao ano} = 5\% \text{ ao quadrimestre}$$

$$n = 16 \text{ meses} = 4 \text{ quadrimestres}$$

$$M = \text{R\$ } 243.101,20.$$

O investimento representa o capital aplicado, e o seu valor será obtido pelo uso da fórmula abaixo. Buscar-se-á o valor de $(1,05)^4$ na tabela financeira.

$$C = M / (1 + i)^n$$

$$C = \text{R\$ } 243.101,20 / (1,05)^4$$

$$C = 243.101,20 / 1,215506$$

$$C = \text{R\$ } 200.000,00.$$

A resposta correta é a letra “A”.

30) Calcular os juros compostos produzidos por certo capital que, aplicado durante 6 anos à taxa de 2% a.a., produziu um montante de R\$ 280.000,00.

- a) 29.368.
- b) 31.368.
- c) 32.368.
- d) 30.000.
- e) 35.000.

Solução

$$n = 6 \text{ anos}$$

$$i = 2\% \text{ ao ano}$$

$$M = \text{R\$ } 280.000,00$$

$$C = ?$$

$$J = ?$$

Partindo da definição de que $J = M - C$, e com auxílio da tabela financeira, encontra-se com relativa facilidade o valor dos juros produzidos.

$$J = M - C$$

$$M = C (1 + i)^n$$

$$\text{R\$ } 280.000,00 = C \times (1 + 0,02)^6$$

$$C = \text{R\$ } 280.000,00 / 1,126162$$

$$C = \text{R\$ } 248.632,00$$

$$J = \text{R\$ } 280.000,00 - \text{R\$ } 248.632,00 = \text{R\$ } 31.368,00.$$

Portanto, a resposta correta é a letra “B”.

31) Pedro resgatou R\$ 325.000,00 de uma aplicação, que lhe rendeu R\$ 83.520,00. Sabendo que a taxa de aplicação anual era de 12%, com capitalização bimestral, por quanto tempo ficou aplicado o capital de Pedro?

a) 1 ano.

d) 2, 5 anos.

b) 1, 5 anos.

e) 3 anos.

c) 2 anos.

Solução

O valor resgatado de uma aplicação financeira é, de regra, o montante. Como $M = C + J$ e os juros foram de R\$ 83.520,00, então o capital é de R\$ 241.480,00. O número de períodos ou tempo de aplicação pode ser determinado por duas formas distintas. Uma delas é por meio do uso de logaritmos e a outra, com uso da tabela financeira. Na **Solução** deste exercício, adotar-se-á a segunda, haja vista esta ser a forma mais corriqueira em provas de concursos.

$$M = \text{R\$ } 325.000,00$$

$$(-) J = \text{R\$ } 83.520,00$$

$$= C = \text{R\$ } 241.480,00$$

$$i = 12\% \text{ ao ano} = 2\% \text{ ao bimestre}$$

$$n = ?$$

$$(1 + i)^n = M / C$$

$$(1 + 0,02)^n = \text{R\$ } 325.000,00 / \text{R\$ } 241.480,00$$

$$(1 + 0,02)^n = 1,345867.$$

Procurando na tabela, na coluna relativa a $i = 2\%$, encontra-se o valor 1,345867 na linha correspondente a $n = 15$ períodos.

Tem-se, então, que $n = 15$ bimestres, isto é, 30 meses ou, ainda, 2,5 anos. Logo, a resposta correta é a letra “D”.

32) (Analista de Comércio Exterior – Esaf/1998) Obter a taxa anual equivalente à taxa mensal de 5%, juros compostos, com aproximação de uma casa decimal.

- a) 60,0%.
- b) 69,0%.
- c) 74,9%.
- d) 77,2%.
- e) 79,6%.

Solução

Se uma aplicação fosse efetuada por 12 períodos, a uma taxa de 5% ao período, então a taxa final será a taxa efetiva de aplicação, e a taxa ao período será sua taxa equivalente. Assim, pode-se dizer, também, que a taxa do período maior equivale à do período menor. Logo, as taxas equivalente e efetiva dizem respeito ao período de aplicação. Então, se o período de aplicação for o menor, a taxa do período maior será a sua equivalente, e vice-versa.

$i = 5\%$ ao mês

$n = 12$ meses

$i_{ef} = ?$

$$i_{ef} = [(1 + i)^n - 1] \times 100$$

$$i_{ef} = [(1 + 0,05)^{12} - 1] \times 100$$

$$i_{ef} = [1,795856 - 1] \times 100$$

$$i_{ef} = 79,58\%, \text{ aproximadamente } 79,6\%.$$

A resposta correta é a letra “E”.

33) (Analista de Comércio Exterior – Esaf/1998) O capital de R\$ 50.000,00, aplicado a juros compostos com capitalização trimestral, produziu o montante de R\$ 60.775,31, ao fim de um ano. Calcular a taxa de juros nominal anual, com aproximação de uma casa decimal.

- a) 5,0%.
- b) 5,4%.
- c) 20,0%.
- d) 21,6%.
- e) 30,4%.

Solução

A taxa nominal anual corresponde à taxa equivalente trimestral da taxa efetiva anual, anualizada de forma linear, isto é, deve-se encontrar a taxa equivalente trimestral e multiplicá-la por 4.

$$C = \text{R\$ } 50.000,00$$

$$M = \text{R\$ } 60.775,31$$

$$n = 1 \text{ ano} = 4 \text{ trimestres}$$

$$i \text{ a.a.} = ?$$

$$(1 + i)^n = M / C$$

$$(1 + i)^4 = \text{R\$ } 60.775,31 / \text{R\$ } 50.000,00$$

$$(1 + i)^4 = 1,215506.$$

Consultando a tabela, na linha de $n = 4$, encontra-se o valor 1,215506, que corresponde à taxa equivalente trimestral de 5%.

Para obter a taxa nominal anual, basta multiplicar 5% por 4 e será encontrada a taxa de 20% ao ano. Logo, a resposta correta é a letra “C”.

34) (Analista de Comércio Exterior – Esaf/1998) Um capital de R\$ 1.000,00 é aplicado à taxa de 3% ao mês, juros compostos, do dia 10 de fevereiro ao dia 30 de maio. Obtenha os juros da aplicação, usando a convenção linear.

- a) R\$ 110,00.
- b) R\$ 113,48.
- c) R\$ 114,47.
- d) R\$ 114,58.
- e) R\$ 115,00.

Solução

$$C = \text{R\$ } 1.000,00$$

$$i = 3\% \text{ ao mês}$$

$$n = 3 \text{ meses e } 20 \text{ dias, logo o } n = 3 \text{ meses e o } m = 20/30 \text{ mês}$$

$$J = ?$$

$$J = M - C.$$

A convenção linear é aquela em que o montante produzido pelos períodos inteiros, em juros compostos, representa o capital do período não inteiro, calculado a juros simples.

$$M = \text{R\$ } 1.000,00 \times (1 + 0,03)^3 \times (1 + 0,03 \times 20/30)$$

$$M = \text{R\$ } 1.000,00 \times 1,092727 \times 1,02$$

$$M = \text{R\$ } 1.114,58$$

$$J = \text{R\$ } 1.114,58 - \text{R\$ } 1.000,00$$

$$J = \text{R\$ } 114,58.$$

A resposta correta é a letra “D”.

35) (AFTN – Esaf/1996) Uma empresa aplica \$ 300 à taxa de juros compostos de 4% ao mês, por 10 meses. A taxa que mais se aproxima da taxa proporcional mensal dessa operação é de:

- a) 4,60%;
- b) 4,40%;
- c) 5,00%;
- d) 5,20%;
- e) 4,80%.

Solução

A taxa proporcional dessa aplicação representa a taxa de juros simples mensal que produzirá, no mesmo prazo de aplicação, montante igual. Desta forma, a taxa proporcional será obtida a partir da taxa efetiva dividida por 10.

$$C = \% 300$$

$$i = 4\% \text{ ao mês}$$

$$n = 10 \text{ meses}$$

$$i_{\text{ef}} = [(1 + i)^n - 1] \times 100$$

$$i_{\text{ef}} = [(1 + 0,04)^{10} - 1] \times 100$$

$$i_{\text{ef}} = [1,48 - 1] \times 100$$

$i_{ef} = 48\%$ no período

$48\% / 10 \text{ meses} = 4,8\%$ ao mês em juros simples (taxa proporcional).

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

36) (AFTN – Esaf/1996) A taxa de 40% ao bimestre, com capitalização mensal, é equivalente a uma taxa trimestral de:

- | | |
|-----------|-----------|
| a) 60,0%; | d) 72,8%; |
| b) 66,6%; | e) 84,4%. |
| c) 68,9%; | |

Solução

A taxa de aplicação de 20% ao mês, com capitalização mensal, pelo prazo de 3 meses, produz um montante de 72,8% maior do que o capital inicial (o valor de 1,728 é obtido por consulta à tabela financeira, considerando $i = 20\%$ e $n = 3$ períodos).

$i = 40\%$ ao bimestre = 20% ao mês

$n = 3$ meses

$i_{ef} = ?$

$$i_{ef} = [(1 + i)^n - 1] \times 100$$

$$i_{ef} = [(1 + 0,2)^3 - 1] \times 100$$

$$i_{ef} = [1,728 - 1] \times 100$$

$$i_{ef} = 72,8\% \text{ no período}$$

Ou:

$$100 \times 1,2 \times 1,2 \times 1,2 = 172,8 \text{ que é } 72,8\% \text{ maior do que } 100.$$

A resposta correta é a letra “D”.

37) (BB – CENTRO-OESTE/99) Dada uma taxa efetiva anual i_e , composta mensalmente, pode-se afirmar que sua taxa nominal anual i_n correspondente é a taxa _____ mensal da taxa efetiva i_e , anualizada _____. Preenche corretamente as lacunas acima a opção:

- proporcional – linearmente;
- proporcional – exponencialmente;
- equivalente – linearmente;
- equivalente – exponencialmente;
- linear – exponencialmente.

Solução

A taxa nominal anual é, no regime de juros compostos, uma taxa de “mentirinha”. A taxa de aplicação mensal é obtida a partir da divisão de uma taxa nominal de um prazo maior pelo número de períodos de capitalização que nela estão compreendidos. Assim, a taxa de aplicação (equivalente ao período) provém da divisão proporcional (linear) dessa taxa nominal. A taxa de aplicação mensal é chamada de taxa equivalente de sua taxa efetiva de aplicação de um período maior.

Assim, se houver uma taxa efetiva anual e se quiser obter a taxa nominal anual, tem-se que obter a taxa equivalente mensal dessa taxa efetiva e multiplicar (proporcional ou linearmente) pelo número de períodos de capitalização (no caso, 12).

Exemplificando:

Suponha a taxa nominal de 60% ao ano, com capitalização mensal:

60% ao ano = taxa nominal.

A taxa de aplicação (equivalente) é obtida pela divisão dessa taxa nominal por 12, o que resulta numa taxa de 5% ao mês. A taxa de 5% ao mês, aplicada por 12 meses resulta em 79,5856% ao ano.

O caminho solicitado na questão foi o inverso que se acabou de expor.

Logo, a resposta correta é a letra “C”.

38) (BB – CENTRO-OESTE/99) Quando se converte uma mesma taxa de juros de um prazo maior em sua taxa equivalente ou proporcional de prazo menor, como, por exemplo, de um ano para um mês, a taxa de juros obtida no regime de capitalização simples, comparada ao outro resultado no regime de capitalização composta, é:

- | | |
|-----------|--------------------|
| a) menor; | d) igual ou menor; |
| b) maior; | e) igual ou maior. |
| c) igual; | |

Solução

Aproveitando o exemplo desenvolvido na questão anterior, supõe-se a taxa efetiva anual de 79,5856% ao ano. Já se viu que a taxa equivalente mensal correspondente é de 5% (juros compostos). A taxa mensal proporcional correspondente é obtida pela divisão dessa taxa efetiva pelo número de períodos nela compreendidos (no caso, 12). Assim, a taxa proporcional mensal (juros simples) é de, aproximadamente, 6,63% ($79,5856 / 12$).

Desta forma, a taxa obtida no regime de juros simples (proporcional) é maior do que a taxa equivalente mensal de 5% ao mês (juros compostos). Logo, a resposta correta é a letra “B”.

39) (AF – CE – Esaf/1998) Qual a taxa efetiva, em porcentagem e aproximada em uma casa decimal, de um financiamento à taxa nominal de 36% ao ano, com capitalização mensal?

- a) 36,0% ao ano.
- b) 39,2% ao ano.
- c) 41,2% ao ano.
- d) 41,9% ao ano.
- e) 42,6% ao ano.

Solução

A taxa efetiva anual da taxa de 3% ao mês será obtida diretamente pela consulta à tabela financeira com $n = 12$, diminuindo do valor encontrado a unidade, multiplicado por 100.

$$i = 36\% \text{ ao ano} = 3\% \text{ ao mês}$$

$$n = 12 \text{ meses}$$

$$i_{ef} = ?$$

$$i_{ef} = [(1 + i)^n - 1] \times 100$$

$$i_{ef} = [(1 + 0,03)^{12} - 1] \times 100$$

$$i_{ef} = [1,4257 - 1] \times 100$$

$$i_{ef} = 42,57\% \text{ ao ano.}$$

A resposta correta é a letra “E”.

40) (AF – CE – Esaf/1998) Obter a taxa de juros anual equivalente à taxa mensal de 5%, a juros compostos, em porcentagem e com aproximação de uma casa decimal.

- a) 60,0%.
- b) 69,0%.
- c) 72,8%.
- d) 74,9%.
- e) 79,6%.

Solução

Duas taxas são equivalentes quando, aplicadas sobre capitais iguais, por tempo igual, produzirem montantes iguais. Em juros compostos, a taxa equivalente equivale à taxa efetiva.

Então, a taxa equivalente anual, à taxa de 5% ao mês, é de 79,5856%.

$$i_{ef} = i_{eq} = [(1 + i)^n - 1] \times 100$$

$$i_{eq} = [(1 + 0,05)^{12} - 1] \times 100$$

$$i_{eq} = [1,795856 - 1] \times 100$$

$$i_{eq} = 79,5856\% \text{ no período.}$$

A resposta correta é a letra “E”.

41) (AFTN – Esaf/1998) Indique qual a taxa de juros anual, equivalente à taxa de juros nominal de 8% ao ano, com capitalização semestral.

- a) 8,20%.
- b) 8,05%.
- c) 8,10%.
- d) 8,00%.
- e) 8,16%.

Solução

A taxa nominal de 8% ao ano, com capitalização semestral, resulta na taxa de aplicação de 4% ao semestre. Se esta taxa for aplicada por dois períodos, então a taxa efetiva ou equivalente será de 8,16%.

$$i = 8\% \text{ ao ano} = 4\% \text{ ao semestre}$$

$$n = 2 \text{ semestres}$$

$$i_{eq} = ?$$

$$i_{eq} = [(1 + i)^n - 1] \times 100$$

$$i_{eq} = [(1 + 0,04)^2 - 1] \times 100$$

$$i_{eq} = [1,0816 - 1] \times 100$$

$$i_{eq} = 8,16\% \text{ ao ano.}$$

Ou:

$$100 \times 1,04 \times 1,04 = 108,16 \text{ que é } 8,16\% \text{ maior do que } 100\%.$$

A resposta correta é a letra “E”.

42) (BB – SP/98) Qual a taxa semestral equivalente à taxa de 25% ao ano?

- a) 11,40%.
- b) 11,50%.
- c) 11,60%.
- d) 11,70%.
- e) 11,80%.

Solução

Esta questão é bastante “enjoada” para ser cobrada em prova. É solicitada, em última análise, a extração da raiz quadrada de 1,25.

$$\text{Taxa efetiva anual} = 25\% = 0,25$$

$$n = 2 \text{ semestres}$$

$$(1 + i)^2 = 1,25$$

Taxa equivalente semestral = ?

$$i_{eq} = [(1,25)^{1/2} - 1] \times 100$$

$$i_{eq} = [1,118034 - 1] \times 100$$

$$i_{eq} = 11,8034, \text{ aproximadamente } 11,80.$$

Agora, imagine-se numa prova e diante de uma questão dessas... Fazer o quê? Existem duas soluções: 1 – extrair a raiz quadrada – sem sucesso!!!; 2 – aplicar o método da tentativa racional. Este método consiste em fazer a primeira tentativa, utilizando o valor mediano (das alternativas apresentadas). Se a resposta encontrada não é satisfatória, faz-se apenas mais uma tentativa, para se ter certeza da resposta. Ei-lo:

$$\text{Valor mediano} \text{ é } 11,60\% = 0,116$$

Logo, $(1 + i) = 1,116$. Elevando esse valor ao quadrado, tem-se:

$1,116 \times 1,116 = 1,245456$. Esse valor é menor do que 1,25; assim, $(1 + i)$ terá que ser maior.

Restam duas possibilidades: com $i = 11,7\%$ ou com $i = 11,8\%$. Particularmente, preferiu-se utilizar a última, pois se o valor encontrado for maior do que o valor a encontrar, então será o valor que estará no meio destes dois valores encontrados.

$$\text{Então, com } i = 11,8\%, \text{ tem-se } (1+i) = 1,118$$

$$1,118 \times 1,118 = 1,249924, \text{ sendo este o valor mais aproximado possível de } 1,25.$$

Vejam que se fizeram apenas duas tentativas. Se esse último valor tivesse sido superior a 1,25, então, certamente, a resposta repousaria em $i = 11,7\%$. Assim, a resposta correta é a letra “E”.

- a) R\$ 331,00.
- b) R\$ 343,00.
- c) R\$ 337,00.
- d) R\$ 342,00.
- e) R\$ 340,00.

O período de aplicação é de 1,5 meses. O período inteiro é aplicado a 21% e, sobre o montante assim obtido, serão aplicados mais 10,5%, relativos ao período fracionário, o que resulta no montante final pela convenção linear.

A resposta correta é a letra “C”.

- a) R\$ 625,00.
- b) R\$ 630,00.
- c) R\$ 636,00.
- d) R\$ 650,00.
- e) R\$ 676,00.

Logo, a resposta correta é a letra “A”.

- 45) (AF – CE – Esaf/1998) Um capital aplicado a juros compostos, à taxa nominal de 36% ao ano, com capitalização mensal, atingiu um montante de R\$ 10.900,00, ao fim de um trimestre. Desprezando os centavos, o capital aplicado foi de:

- a) R\$ 9.800,00;
- b) R\$ 9.889,00;
- c) R\$ 9.919,00;
- d) R\$ 9.975,00;
- e) R\$ 10.000,00.

Solução

$C = ?$

$n = 3$ meses

$i = 36\%$ ao ano $\Rightarrow 3\%$ ao mês

$M = \text{R\$ } 10.900,00$.

A taxa de 3% ao mês, aplicada durante 3 meses, produz um montante de 9,2727% superior ao capital aplicado. Então, o capital aplicado será obtido pela divisão do montante pelo fator de acumulação de capital.

$$C = M / (1 + i)^n \Rightarrow C = \text{R\$ } 10.900,00 / (1 + 0,03)^3$$

$$C = \text{R\$ } 10.900,00 / 1,092727 = \text{R\$ } 9.975,04.$$

Logo, a resposta correta é a letra “D”.

46) (BB – SUL – Cespe/1999) O valor de um aluguel era de R\$ 400,00, no dia 1º de julho de 1999, e foi reajustado para R\$ 410,00, no dia 1º de agosto de 1999. Considerando que a inflação registrada no mês de julho foi de 1%, é correto afirmar que a taxa real de juros utilizada no reajuste do valor desse aluguel foi:

- a) inferior a 1,5%;
- b) igual a 1,5%;
- c) superior a 1,5% e inferior a 2,0%;
- d) igual a 2,0%;
- e) superior a 2,0%.

Solução

A taxa real é aquela taxa obtida pelo expurgo da inflação do período, isto é, deve-se considerar o efeito da inflação para determinar uma taxa real de ganho ou de perda.

Desta forma, se a inflação de um período foi de 10% e a rentabilidade de uma aplicação financeira também foi de 10%, a taxa real de rendimento terá sido nula, visto que a inflação corroeu o rendimento, ou melhor, o rendimento se traduziu em atualização do poder aquisitivo.

Ainda, se a taxa de inflação do período foi de 10% e o rendimento de aplicações financeiras foi de 5%, então a perda real terá sido de 4,76% ($110 / 105$), isto é, necessita-se aumentar em 4,76% o rendimento obtido para se atingir o índice de inflação!!!

Agora, a **Resolução** da questão.

Foi informado que o valor de um aluguel passou de R\$ 400,00 para R\$ 410,00, num período em que a inflação foi de 1%. Quer se saber o percentual de aumento real deste aluguel.

Perceba que, para não haver perdas com a inflação, o aluguel teria que ser reajustado de R\$ 400,00 para R\$ 404,00 (R\$ 400,00 mais inflação de 1%). Assim, na análise do ganho

real, deve-se considerar o valor de R\$ 404,00 como sendo o elemento de comparação (lembre do capítulo de porcentagens!!).

$$\text{R\$ 404,00} \longrightarrow 100\%$$

$$\text{R\$ 410,00} \longrightarrow X\%$$

$$X\% \times \text{R\$ 404,00} = \text{R\$ 410,00} \times 100\%$$

$$X\% = \text{R\$ 410,00} \times 100\% / \text{R\$ 404,00}$$

$$X\% = 101,48\%.$$

Observa-se que, em termos percentuais, o valor de R\$ 410,00 é maior do que o valor de R\$ 404,00 em apenas 1,48%, que é o aumento real do aluguel no período. Logo, a resposta correta é a letra “A”.

47) Na capitalização composta:

- a) a sequência dos juros produzidos por período é constante;
- b) a sequência dos montantes ao fim de cada período cresce em progressão aritmética;
- c) só rende juro o capital aplicado inicialmente.
- d) uma taxa mensal de 2% é equivalente a uma taxa bimestral de 4%.
- e) o capital que rende juro em um período é o montante do final do período anterior.

Solução

A capitalização composta se caracteriza por produzir juros de forma exponencial ao longo dos períodos, haja vista que os juros de um período são capitalizados, e sobre eles incidirão juros no período seguinte. Por isso, os juros e o montante, neste sistema de capitalização, crescem geometricamente. Diferente é o caso em juros simples, onde os juros e o montante crescem proporcionalmente ou linearmente.

Então, em juros compostos, os juros são oriundos do montante do período anterior. Em juros simples, os juros são sempre oriundos do capital inicial.

Em juros simples, uma taxa mensal de 2% é equivalente a uma taxa bimestral de 4%, pois produzir-se-ão montantes iguais, se um determinado capital for aplicado por prazos iguais. Em juros compostos, a taxa de 2% ao mês é equivalente a 4,04% ao bimestre ($1,02^2 = 1,0404$).

Desta forma, a resposta correta é a letra “E”.

48) Uma pessoa tomou emprestada a quantia de R\$ 10.000,00, combinando fazer a devolução desse capital, com seus juros compostos, à taxa de 3% ao mês, ao completar dois meses da data do empréstimo. No dia do empréstimo, foi necessário pagar a quantia de R\$ 300,00, a título de despesas. Nessas condições, para o devedor, a taxa mensal efetiva desse empréstimo foi de, aproximadamente:

- a) 3,5%.
- b) 4%.
- c) 4,5%.
- d) 5%.
- e) 5,5%.

Solução

$$C = R\$ 10.000,00$$

$$\text{Despesas bancárias} = R\$ 300,00$$

$$i = 3\% \text{ ao mês}$$

$$n = 2 \text{ meses.}$$

Perceba que o montante devido deve ser calculado a partir de R\$ 10.000,00, porém o capital efetivo é de apenas R\$ 9.700,00, visto que está presente uma despesa de R\$ 300,00.

Taxa efetiva mensal da operação =?

$$M = ?$$

$$M = C \times (1 + i)^n$$

$$M = R\$ 10.000,00 \times (1 + 0,3)^2$$

$$M = R\$ 10.000,00 \times 1,0609$$

$$M = R\$ 10.609,00$$

$$(1 + i_{\text{ef}})^2 = R\$ 10.609,00 / R\$ 9.700,00$$

$$(1 + i_{\text{ef}})^2 = 1,0937$$

$$(1 + i_{\text{ef}}) = 1,0458$$

$$i_{\text{ef}} = 4,58\%, \text{ isto é, aproximadamente } 4,5\% \text{ ao mês.}$$

Logo, a resposta correta é a letra “C”.

49) (Esaf – BACEN/2001) Calcule o juro final como porcentagem do capital inicial aplicado a uma taxa de juros nominal de 24% ao ano, com capitalização mensal, em um prazo de dezoito meses.

- a) 36,00%.
- b) 38,12%.
- c) 40,00%.
- d) 42,82%.
- e) 44,75%.

Solução

Esta questão é bastante simples. Como foi fornecida a tabela do fator de acumulação de capitais, é só pegar o valor da célula referente à coluna que representa 2%, encontrado na linha que representa 18 períodos, e subtrair 1 (um) do valor assim encontrado. No caso da prova, o valor será encontrado na tabela $I_{an} = (1+i)^n$ (fornecida).

O valor a ser encontrado na tabela é 1,428246; portanto, a taxa unitária é $1,428246 - 1 = 0,428246$; logo, a taxa percentual é de 42,8246%.

Alternativa correta: letra “D”.

50) (Esaf – BACEN/2001) Uma instituição financeira oferece pagar, na sua captação de recursos, juros simples de 0,5% ao mês, mais uma taxa básica de juros variável por trimestre, pagando os juros devidos ao fim do trimestre. Por sua vez, esta instituição cobra juros dos financiamentos concedidos de 3% ao mês, juros compostos, mais a mesma taxa de juros básica variável por trimestre, recebendo os juros devidos ao fim de cada trimestre. Calcule a diferença, em pontos percentuais, entre os juros recebidos e pagos ao fim do trimestre por R\$ 1,00

emprestado e captado pela instituição no início do trimestre, considerando que a taxa de juros variável comum no trimestre foi de 4,5% e que os juros variáveis incidem sobre o capital inicial no caso do rendimento pago pela instituição e incidem sobre o montante, no caso de rendimento recebido pela instituição.

- a) 8,19 pontos percentuais.
- b) 7,77 pontos percentuais.
- c) 7,50 pontos percentuais.
- d) 6,75 pontos percentuais.
- e) 6,55 pontos percentuais.

Solução

O enunciado da questão diz que o banco paga juros de 0,5% ao mês, o que equivale a 1,5075% ao trimestre. O referido pagamento é feito no final do trimestre. Incide, ainda, um pagamento de 4,5% ao trimestre sobre o valor inicial.

Assim, considerando o valor de R\$ 100,00 como aplicação nesse banco, o montante recebido pelo aplicador seria de:

$$M_1 = 100 \times 1,015075 + 100 \times 0,045 = 101,5075 + 4,50 = 106,00.$$

Diz o enunciado ainda que o banco cobra juros à taxa de 3% ao mês, o que representa o valor de 9,2727% ao trimestre, mais a taxa variável de 4,5% ao trimestre sobre o montante. Portanto, o montante que o banco cobra pelo período de um trimestre, considerando também R\$ 100,00, será de:

$$M_2 = 100 \times 1,092727 \times 1,045 = 114,1899$$

$$M_2 - M_1 = 114,1899 - 106,00 = 8,1899.$$

Logo, a diferença da taxa cobrada e a taxa paga é de 8,19 pontos percentuais.

Alternativa correta: letra "A".

51) (Esaf – BACEN-2001) O valor atual da redução de custos, prevista para dois diferentes equipamentos A e B que uma empresa estuda comprar, é de R\$ 18.000,00 e R\$ 15.000,00, respectivamente. A alternativa de *leasing* dos mesmos equipamentos pela empresa prevê uma redução de custos de valor atual de R\$ 14.000,00 e R\$ 12.000,00, respectivamente, para os equipamentos A e B. Considerando porém que o equipamento B, por produzir um produto de melhor qualidade, permite um aumento de receita líquida em relação ao equipamento A, e que o valor atual dessa receita líquida adicional é de R\$ 4.000,00, indique, pelo uso do critério do valor atual, a melhor opção para a empresa.

- a) Compra do equipamento A.
- b) *Leasing* do equipamento A.
- c) Compra do equipamento B.
- d) *Leasing* do equipamento B.
- e) Compra ou *leasing* do equipamento A.

Solução

É inegável que a redução de custos dos equipamentos pela compra é muito superior do que a redução em caso de *leasing*. Portanto, a melhor opção é a compra do equipamento. Resta saber qual é o melhor equipamento em termos de custos. Ora, se o equipamento

A reduz o custo a valores atuais em R\$ 18.000,00 e o B, em R\$ 15.000,00, porém o B traz uma receita em valores atuais de R\$ 4.000,00, então a redução do custo de B passa para R\$ 19.000,00, sendo a melhor opção.

Alternativa correta: letra “C”.

52) (Esaf – Pref. Mun. Recife-2003) Usando a taxa de juros efetiva anual que corresponde à taxa de juros nominal de 24% ao ano, com capitalização trimestral, obtenha o montante obtido com a aplicação de um capital de R\$ 10.000,00, ao fim de um ano de aplicação.

- a) R\$ 12.400,00.
- b) R\$ 12.544,00.
- c) R\$ 12.624,76.
- d) R\$ 12.653,19.
- e) R\$ 12.682,42.

Solução

$$C = \text{R\$ } 10.000,00 \quad i = 24\% \text{ ao ano} \Rightarrow i = 6\% \text{ ao trimestre}$$

$$n = 4 \text{ trimestres} \quad M = ?$$

$$M = C \times (1 + i)^n.$$

O exercício é de **Resolução** bastante simples. Basta procurar na tabela o valor de $(1,06)^4$ e multiplicá-lo pelo valor do capital aplicado.

$$M = \text{R\$ } 10.000,00 \times (1 + 0,06)^4 \Rightarrow M = \text{R\$ } 10.000,00 \times 1,262476$$

$$M = \text{R\$ } 12.624,76.$$

Logo, a resposta correta é a letra “C”.

53) (Esaf – Pref. Fort. 2003) O capital de R\$ 20.000,00 é aplicado à taxa nominal de 24% ao ano, com capitalização trimestral. Obtenha o montante, ao fim de dezoito meses de aplicação.

- a) R\$ 27.200,00.
- b) R\$ 27.616,11.
- c) R\$ 28.098,56.
- d) R\$ 28.370,38.
- e) R\$ 28.564,92.

Solução

$$C = \text{R\$ } 20.000,00 \quad i = 24\% \text{ ao ano} \Rightarrow i = 6\% \text{ ao trimestre}$$

$$n = 18 \text{ meses} \Rightarrow n = 6 \text{ trimestres}$$

$$M = ?$$

Mais uma vez, a **Solução** do exercício é obtida pela aplicação direta da fórmula do montante e consulta a tabela do valor de $(1,06)^4$.

$$M = C \times (1 + i)^n$$

$$M = \text{R\$ } 20.000,00 \times (1 + 0,06)^6 \Rightarrow M = \text{R\$ } 20.000,00 \times 1,418519$$

$$M = \text{R\$ } 28.370,38.$$

Logo, a resposta correta é a letra “D”.

54) (Esaf – AFPS/2002) Obtenha os juros como porcentagem do capital aplicado à taxa de juros compostos de 10% ao semestre, por um prazo de quinze meses, usando a convenção linear para cálculo do montante.

- a) 22,5%.
- b) 24%.
- c) 25%.
- d) 26,906%.
- e) 27,05%.

Solução

Quinze meses equivalem a 2,5 semestres. Como o enunciado clama pela convenção linear, devem-se calcular os juros compostos para os períodos inteiros (02 períodos) e, sobre o valor assim encontrado, aplicar juros simples para o período fracionário (0,5 períodos).

Então, utilizando a tabela, para uma taxa de 10% ao período, por um prazo de dois períodos, encontra-se o valor de 1,21, isto é, o montante será 21% maior do que o capital inicial.

Agora, se sobre esse valor aplicarem-se mais 5% (meio período), considerando juros simples, tem-se o valor de 1,2705, isto é, 27,05%.

Veja o cálculo:

$$C = 100$$

$$i = 10\% \text{ ao período}$$

$$n = 2,5 \text{ períodos. Logo, } n = 2 \text{ e } m = 0,5.$$

Método linear

$$M = 100 (1 + 0,1)^2 \times (1 + 0,1 \times 0,5)$$

$$M = 100 \times 1,21 \times 1,05$$

$$M = 127,05.$$

Veja que, por não possuir valores, atribuiu-se o valor de R\$ 100,00 ao capital inicial e obteve-se o montante de R\$ 127,05. Esse montante é superior ao capital aplicado em 27,05%!!!

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

55) (AFPS/2002) Calcule o montante obtido, ao fim de dezoito meses, por um capital unitário aplicado a uma taxa de juros nominal de 36% ao ano, com capitalização mensal.

- a) 1,54.
- b) 1,7024.
- c) 2,7024.
- d) 54%.
- e) 70,24%.

Solução

Há gente que não acredita em Papai Noel. Nós acreditamos! A prova está nesta questão. Foi um verdadeiro presente de Natal!!!

Vamos aos dados da questão: cobra-se o valor do montante sobre um capital unitário, cujo período é de 18 meses e a taxa é de 3% ao mês.

Era só olhar na tabela de juros compostos na coluna de 3% e na linha de 18 períodos. Pronto. Esse é o valor. Veja:

$$M = C (1 + i)^n$$

$$M = ? \quad C = 1$$

$$i = 0,03$$

$$n = 18$$

Na tabela com $n = 18$ e $i = 3$, tem-se o valor de 1,7024.

Substituindo as variáveis na fórmula, tem-se:

$$M = 1 \times (1 + 0,03)^{18}$$

$$M = 1 \times 1,7024$$

$$M = 1,7024$$

Logo, a resposta correta é a letra “B”.

56) (Esaf – AFRF/2002) Um capital é aplicado a juros compostos à taxa de 20% ao período, durante quatro períodos e meio. Obtenha os juros como porcentagem do capital aplicado, considerando a convenção linear para cálculo do montante. Considere ainda que $1,20^4 = 2,0736$; $1,20^{4,5} = 2,271515$; e $1,20^5 = 2,48832$.

- a) 107,36%.
- b) 127,1515%.
- c) 128,096%.
- d) 130%.
- e) 148,832%.

Solução

A fórmula do juro composto, calculado pela convenção linear, é a seguinte:

$$M = C (1 + i)^n \times (1 + i \times m)$$

Onde m = período fracionário

Desta forma, basta multiplicar o valor $(1 + 0,20)^4$ por $(1 + 0,2 \times 0,5)$. Substituindo os valores, pelos apresentados, tem-se:

$$M\% = [(2,0736 \times 1,1) - 1] \times 100 = 128,096\%.$$

Obs.: caso fosse solicitada a convenção exponencial, dever-se-ia saber que o resultado obtido por este método é ligeiramente menor do que o encontrado pela convenção linear; logo, o cálculo pode ser realizado pela convenção linear, assinalando-se a resposta um pouquinho menor. É bem provável que haja apenas uma!!!

57) (Esaf – AFPS/2002) O índice de preços ao consumidor de famílias de classe de renda baixa sofreu um aumento de 11,61% em um semestre e 12% no semestre seguinte. Calcule a perda do poder aquisitivo da renda dessas famílias no ano em questão.

- a) 11,61%.
- b) 12%.
- c) 20%.
- d) 23,61%.
- e) 25%.

Solução

Os índices de inflação são sempre calculados com capitalização do índice anterior, aplicando-se, sobre o valor assim encontrado, o índice do próximo período.

Desta forma, no caso presente, a perda do poder aquisitivo coincide com o percentual de inflação acumulado.

Considerando que o índice inicial tenha sido de 100, ao se somar a ele o valor de 11,61%, tem-se o índice de 111,61. Sobre esse valor deve incidir a inflação de 12%, o que dará o valor de 125,00. Isto quer dizer que a inflação cresceu em 25% no período. Agora, voltando ao poder aquisitivo, pode-se fazer a seguinte interpretação: se antes as famílias compravam 100 unidades de determinado produto, agora, com a indexação do preço pela inflação, elas podem comprar apenas 80 unidades desse mesmo produto, isto é, comprarão 20% menos. Então, a perda do poder aquisitivo da renda dessas famílias, no ano em questão, foi de 20%.

A resposta correta é a letra “C”.

58) (Esaf – ATE – MS/2001) Um capital é aplicado à taxa de juros nominal de 24%, ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual efetiva de aplicação desse capital, em porcentagem aproximada até centésimos?

- a) 26,82%.
- b) 26,53%.
- c) 26,25%.
- d) 25,97%.
- e) 25,44%.

Solução

Taxa nominal = 24% ao ano, capitalização mensal. Logo, a taxa de capitalização é de 2% ao mês. A taxa efetiva será obtida por meio de uma consulta na tabela, com $n = 12$ períodos e $i = 2\%$ ao período.

$$i_{ef} = (1 + i)^n - 1$$

$$i_{ef} = (1 + 0,02)^{12} - 1$$

$$i_{ef} = 1,2682 - 1$$

$$i_{ef} = 0,2682 \times 100 = 26,82\%.$$

Alternativa correta: letra “A”.

59) (Esaf – SEFA – PA/2002) Um capital é aplicado a juros compostos durante dois períodos e meio, a uma taxa de 20% ao período. Calcule o montante em relação ao capital inicial, considerando a convenção linear para cálculo do montante.

- a) 150%.
- b) 157,74%.
- c) 158,4%.
- d) 160%.
- e) 162%.

Solução

Supondo um capital de R\$ 100,00, tem-se:

$$C = \text{R\$ } 100,00$$

$$n = 2,5 \text{ períodos, logo, } n = 2 \text{ meses e } m = 0,5 \text{ mês}$$

$$i = 20\% \text{ ao período}$$

$$M\% = ? \text{ (montante em relação ao capital inicial)}$$

$$M = C \times (1 + i)^n \times (1 + i \times m)$$

$$M = \text{R\$ } 100,00 \times (1 + 0,2)^2 \times (1 + 0,2 \times 0,5)$$

$$M = \text{R\$ } 100,00 \times 1,44 \times 1,10$$

$$M = \text{R\$ } 158,40.$$

Logo, o montante representa 158,40% do capital. Assim, a resposta correta é a letra “C”.

60) (Esaf – SUSEP/2002 – Analista Técnico Atuarial) Um capital é aplicado a juros compostos durante três períodos e meio, a uma taxa de 10% ao período. Obtenha o montante em relação ao capital aplicado, considerando a convenção linear.

- a) 135%.
- b) 136,825%.
- c) 137,425%.
- d) 139,755%.
- e) 142%.

Solução

Supondo um capital de R\$ 100,00, tem-se:

$$C = \text{R\$ } 100,00$$

$$n = 3,5 \text{ períodos, logo, } n = 3 \text{ meses e } m = 0,5 \text{ mês}$$

$$i = 10\% \text{ ao período}$$

$$M\% = ?$$

$$M = C \times (1 + i)^n \times (1 + i \times m)$$

$$M = \text{R\$ } 100,00 \times (1 + 0,1)^3 \times (1 + 0,1 \times 0,5)$$

$$M = \text{R\$ } 100,00 \times 1,331 \times 1,05$$

$$M = \text{R\$ } 139,755.$$

Logo, o montante representa 139,755% do capital. Assim, a resposta correta é a letra “D”.

61. (GEFAZ – MG/2005) Ao fim de quantos trimestres um capital aplicado a juros compostos de 8% ao trimestre aumenta 100%?

- a) 12,5.
- b) 12.
- c) 10.
- d) 9.
- e) 8.

Solução

Para que o capital aumente 100%, é necessário que o fator de acumulação de capital seja de 2,00.

Consultando a tabela financeira na coluna de 8% de juros ao período, encontra-se o valor de 2,00 na linha representativa a 9 períodos.

Desta forma, a resposta correta é a letra “D”.

62) (AFRE – MG/2005) A que taxa mensal de juros compostos um capital aplicado aumenta 80% ao fim de quinze meses?

- a) 4%.
- b) 5%.
- c) 5,33%.
- d) 6,5%.
- e) 7%.

Solução

Para que um capital aumente 80% ao fim de 15 meses, é necessário que o fator de acumulação de capital, considerando $n = 15$, seja de 1,80.

Desta forma, consultando na tabela o fator de acumulação de capital, com $n = 15$, encontra-se o valor de 1,80 na coluna correspondente a 4% ao período.

Assim, a resposta correta é a letra “A”.

63) (GEFAZ – MG/2005) Um título no valor nominal de R\$ 13.400,00 é resgatado seis meses antes de seu vencimento, sofrendo um desconto de R\$ 3.400,00 sobre o seu valor nominal.

Calcule a taxa de desconto mensal, considerando um desconto composto por dentro.

- a) 4,2%.
- b) 4,5%.
- c) 5%.
- d) 5,5%.
- e) 5,67%.

Solução

No desconto composto por dentro, pode-se calcular o fator de acumulação de capital do seguinte modo:

$$N = Va (1 + i)^n$$

$$R\$ 13.400,00 = R\$ 10.000,00 \times (1 + i)^6$$

$$(1 + i)^6 = 1,34.$$

Consultando a tabela financeira na linha referente a 6 períodos, encontra-se o valor de 1,34 na coluna correspondente a 5% ao período.

Logo, a resposta correta é a letra “C”.

64) (AFC – STN/2005) Em uma campanha promocional, o Banco A anuncia uma taxa de juros de 60% ao ano, com capitalização semestral. O Banco B, por sua vez, anuncia uma taxa de juros de 30% ao semestre, com capitalização mensal. Assim, os valores mais próximos das taxas de juros efetivas anuais dos Bancos A e B são, respectivamente, iguais a:

- a) 69% e 60%;
- b) 60% e 60%;
- c) 69% e 79%;
- d) 60% e 69%;
- e) 120% e 60%.

Solução

A taxa efetiva do Banco A é obtida da seguinte forma:

$$(1,3)^2 = 1,3 \times 1,3 = 1,69 - 1 = 0,69, \text{ ou seja, } 69\%.$$

A taxa do banco B será obtida pela **Solução** da seguinte expressão:

$$(1,05)^{12} - 1 = 1,7958 - 1 = 79,58\%.$$

Os valores 1,69 e 1,7958 podem ser encontrados na tabela financeira que foi fornecida na prova.

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

65) O rendimento de uma aplicação foi de R\$ 50.000,00. Calcule o montante, sabendo que a taxa de juros compostos foi de 20% ao ano e o prazo de aplicação de 18 meses, utilizando a convenção linear.

- a) 306.250.
- b) 256.250.
- c) 106.250.
- d) 156.250.
- e) 206.250.

Solução

Não se posui o valor do capital aplicado, mas têm-se todos os demais elementos para o cálculo dos juros.

Como o montante é a soma do capital mais os juros, basta calcular o capital a partir da fórmula dos juros e obter a resposta da questão.

$$i = 20\% \text{ aa} = 0,2$$

O período de aplicação é de 18 meses (1,5 anos). Assim, o período fracionário é de 6 meses (0,5 ano)

$$J = C [(1 + i)^n \times (1 + i \times 0,5) - 1]$$

$$\text{R\$ } 50.000,00 = C [1,2 \times 1,1 - 1]$$

$$\text{R\$ } 50.000,00 = C [1,32 - 1]$$

$$0,32 C = \text{R\$ } 50.000,00$$

$$C = \text{R\$ } 50.000,00 / 0,32$$

$$C = \text{R\$ } 156.250,00$$

$$M = C + J$$

$$M = \text{R\$ } 156.250,00 + \text{R\$ } 50.000,00$$

$$M = \text{R\$ } 206.250,00.$$

Resposta correta: letra “E”.

66) (Esaf – AFRF/2005 – adaptada) Paulo aplicou, pelo prazo de um ano, a quantia total de R\$ 50.000,00 em dois bancos diferentes: uma parte dessa quantia foi aplicada no Banco A, à taxa de 3% ao mês; o restante dessa quantia foi aplicado no Banco B, à taxa de 4% ao mês. Após um ano, Paulo verificou que os valores finais de cada uma das aplicações eram iguais. Deste modo, o valor aplicado no Banco A e no Banco B, sem considerar os centavos, foram, respectivamente, iguais a:

- a) R\$ 21.948,00 e R\$ 28.052,00;
- b) R\$ 23.256,00 e R\$ 26.744,00;
- c) R\$ 26.589,00 e R\$ 23.411,00;
- d) R\$ 27.510,00 e R\$ 22.490,00;
- e) R\$ 26.447,00 e R\$ 23.552,00.

Solução

$C_1 = ?$	$C_2 = ?$
$i_1 = 3\% \text{ a.m.}$	$i_2 = 4\% \text{ a.m.}$
$n_1 = n_2 = 1 \text{ ano} = 12 \text{ meses}$	
$M_1 = M_2$	
$C_1 + C_2 = \text{R\$ } 50.000,00 \text{ (1)}$	

O montante é calculado mediante uso da seguinte fórmula:

$$M = C (1 + i)^n$$

Assim, tem-se:

$$C_1 (1 + 0,03)^{12} = C_2 (1 + 0,04)^{12}$$

$$1,42576 C_1 = 1,60102 C_2$$

$$C_1 = 1,60102 C_2 / 1,42576$$

$$C_1 = 1,12293 C_2.$$

Substituindo este resultado em (1), teremos o valor do C_2 :

$$1,12293 C_2 + C_2 = \text{R\$ } 50.000,00$$

$$2,12293 C_2 = \text{R\$ } 50.000,00$$

$$C_2 = \text{R\$ } 50.000,00 / 2,12293$$

$$C_2 = \text{R\$ } 23.552,35.$$

Como a soma dos dois capitais é de R\$ 50.000,00, então o valor de C_1 será:

$$\text{R\$ } 50.000,00 - \text{R\$ } 23.552,35 = \text{R\$ } 26.447,65.$$

Desconsiderando-se os centavos, a resposta correta é a letra “E”.

Obs.: fez-se a adaptação necessária para que a **Solução** fosse possível, pois na prova constava para o C_1 o valor de R\$ 26.477,00.

7. DESCONTO COMPOSTO

- 1) (Prova AFTN) Um *Commercial paper* com valor de face de US\$ 1,000,000.00 e vencimento daqui a três anos, deve ser resgatado hoje. A uma taxa de juros compostos de 10% ao ano e considerando o desconto racional, obtenha o valor do resgate.**

- a) US\$ 751,314.80.
- b) US\$ 750,000.00.
- c) US\$ 748,573.00.
- d) US\$ 729,000.00.
- e) US\$ 700,000.00.

Solução

Perceba que, diferentemente do que ocorre numa aplicação financeira, onde valor resgatado representa o montante, em operações de desconto o valor resgatado representa, geralmente, o valor atual (V_a). Este será obtido pela aplicação direta da fórmula do V_a .

$$N = \text{US\$ } 1.000.000,00$$

$$n = 3 \text{ anos} \quad i = 10\% \text{ ao ano}$$

$$V_a = ?$$

$$V_a = N / (1 + i)^n \Rightarrow V_a = 1.000.000,00 / (1 + 0,1)^3$$

$$V_a = 1.000.000,00 / 1,331 \Rightarrow V_a = \text{US\$ } 751.314,80.$$

A resposta correta é, portanto, a letra “A”.

- 2) **(Prova AFTN) João foi a um banco e descontou uma nota promissória de R\$ 200.000,00, 6 meses antes de seu vencimento. Admitindo-se que tenha recebido o líquido de R\$ 149.243,04 e o regime adotado seja o desconto racional composto, a taxa de juros anual é de:**

- a) 75,36%;
- b) 79, 59%;
- c) 89,83%;
- d) 90,21%;
- e) 91,76%.

Solução

$$N = \text{R\$ } 200.000,00 \quad n = 6 \text{ meses}$$

$$V_a = \text{R\$ } 149.243,04 \quad i = ?$$

Deve-se informar a taxa de juros anual. Por tal taxa, deve-se entender aquela equivalente anual da taxa mensal. Logo, a obtenção desta passa pela fórmula a seguir:

$$(1 + i)^n = N / V_a$$

$$(1 + i)^6 = \text{R\$ } 200.000,00 / \text{R\$ } 149.243,04$$

$$(1 + i)^6 = 1,340096.$$

Pesquisando na tabela $a = (1 + i)$, encontra-se, na linha relativa a 6 períodos, o valor 1,340096 na coluna correspondente a 5%. Pesquisando na tabela financeira na coluna de $i = 5\%$ e na linha de $n = 12$ períodos, encontra-se o valor de 1,795856, ou seja, a taxa anual é de 79,59%, aproximadamente. Desta forma, a resposta correta é a letra “B”.

- 3) **Uma nota promissória foi paga antes do vencimento, tendo sofrido desconto racional composto à taxa de 8% ao quadrimestre, com capitalização bimestral. Calcule o tempo de antecipação do pagamento, sabendo que o valor de emissão era de R\$ 70.000,00 e que o título foi resgatado por R\$ 64.719,00.**

- a) 2,5 meses.
- b) 1 trimestre.
- c) 2 quadrimestres.
- d) 1 bimestre.
- e) 4 meses.

Solução

$$N = \text{R\$ } 70.000,00 \quad V_a = \text{R\$ } 64.719,00$$

$$i = 8\% \text{ ao quadrimestre com capitalização bimestral} = 4\% \text{ ao bimestre.}$$

$$n = ?$$

Partindo da fórmula do valor atual racional, em juros compostos, tem-se que:

$$(1 + i)^n = N / Va$$

$$(1 + 0,04)^n = R\$ 70.000,00 / R\$ 64.719,00$$

$$(1 + 0,04)^n = 1,081599$$

Pesquisando na tabela $a = (1 + i)$, encontra-se, na coluna relativa a 4%, o valor 1,081599 na linha correspondente a 2 períodos. Assim, a resposta correta é a letra “E”.

4) Qual o desconto racional composto sofrido por um título de R\$ 100.000,00, resgatado 5 meses antes do vencimento, a uma taxa de 24% ao ano com capitalização mensal?

a) 8.318.

d) 7.653.

b) 9.427.

e) 8.819.

c) 7.536.

Solução

$$N = R\$ 100.000,00 \quad n = 5 \text{ meses}$$

$$i = 24\% \text{ ao ano com capitalização mensal} = 2\% \text{ ao mês}$$

$$Dr = ?$$

Como qualquer desconto pode ser obtido pela diferença entre o valor nominal e o valor atual, será calculado o valor atual para, então, por essa diferença, calcular o valor do desconto.

$$Dr = N - Va$$

$$Va = N / (1 + i)^n \Rightarrow Va = R\$ 100.000,00 / (1 + 0,02)^5$$

$$Va = R\$ 100.000,00 / 1,104080 \Rightarrow Va = R\$ 90.573,08$$

$$Dr = R\$ 100.000,00 - 90.573,08$$

$$Dr = R\$ 9.426,92, \text{ aproximadamente } R\$ 9.427,00.$$

Assim, a resposta correta é a letra “B”.

5) Calcule o valor nominal de um título que, resgatado 1 ano e meio antes do vencimento, sofreu desconto racional composto de R\$ 25.000,00, a uma taxa de 30% ao ano, com capitalização semestral.

a) 72.996.

d) 77.088.

b) 47.996.

e) 67.088.

c) 52.088.

Solução

$$N = ?$$

$$n = 1,5 \text{ anos} = 3 \text{ semestres}$$

$$Dr = R\$ 25.000,00$$

$$i = 30\% \text{ ao ano com capitalização semestral} = 15\% \text{ ao semestre.}$$

Perceba que o desconto racional (Dr) composto pode ser obtido diretamente, a partir do valor nominal pelo uso da fórmula: $Dr = N [1 - 1/(1 + i)^n]$. Porém, nesta questão, preferiu-se a **Resolução** a partir da fórmula geral do desconto, na qual se substituiu o N pela expressão $[Va \times (1 + i)^n]$.

$$N = Va + D \Rightarrow Va = N - D \Rightarrow Va = Va \times (1 + i)^n - D$$

$$Va = Va \times (1 + 0,15)^3 - R\$ 25.000,00$$

$$Va = Va \times 1,520875 - R\$ 25.000,00$$

$$1,520875 Va - Va = R\$ 25.000,00$$

$$0,520875 Va = R\$ 25.000,00$$

$$Va = R\$ 25.000,00 / 0,520875$$

$$Va = R\$ 47.996,16.$$

Como $N = Va + D$, tem-se:

$$N = R\$ 47.996,16 + R\$ 25.000,00$$

$$N = R\$ 72.996,16.$$

A resposta correta é a letra “A”.

- 6) Qual a taxa de juros anual adotada no resgate de uma letra de câmbio, sabendo-se que os juros são capitalizados trimestralmente, o valor de resgate foi de R\$ 200.000,00, o desconto de R\$ 92.820,00 e a antecipação de 1 ano?**

- a) 10%.
b) 20%.
c) 30%.
d) 40%.
e) 50%.

Solução

Partindo da fórmula do Va , tem-se que $(1 + i)^n = N / Va$, sendo que o valor de i ou de n pode ser encontrado na tabela do fator de acumulação de capital.

i a.a. =? $n = 1$ ano = 4 trimestres

$$Va = R\$ 200.000,00$$

$$+Dr = R\$ 92.820,00$$

$$=N = R\$ 292.820,00$$

$$(1 + i)^n = N / Va$$

$$(1 + i)^4 = R\$ 292.820,00 / R\$ 200.000,00 = 1,4641.$$

Consultando as tabelas financeiras, encontra-se para $(1 + i)^4 = 1,4641$, na linha referente a 4 períodos, o valor procurado na coluna relativa a 10% ao período. Logo, a taxa equivalente trimestral é de 10%. Assim, a taxa nominal anual é de 40% ($10\% \times 4$). A resposta correta é a letra “D”.

- 7) Calcule o valor líquido de uma letra de câmbio com valor nominal de R\$ 80.000,00, resgatada 6 meses antes do vencimento, a uma taxa de desconto racional composto de 12% a.a., capitalizada trimestralmente.**

- a) 68.412,15.
b) 74.211,00.
c) 75.407,67.
d) 76.400,01.
e) 80.000,00.

Solução

Mais uma designação do que seja valor atual, pois o valor líquido aqui referido representa o valor atual. Perceba que nem sempre o valor líquido representa o Va , visto

que há situações em que são cobradas taxas e outros valores, que diminuam o valor atual para o líquido.

$$N = 80.000,00$$

$$n = 6 \text{ meses} = 2 \text{ trimestres}$$

$$i = 12\% \text{ ao ano com capitalização trimestral} = 3\% \text{ ao trimestre}$$

$$V_a = ?$$

$$V_a = N / (1 + i)^n \Rightarrow V_a = R\$ 80.000,00 / (1 + 0,03)^2$$

$$V_a = R\$ 80.000,00 / 1,0609$$

$$V_a = R\$ 75.407,67.$$

A resposta correta é a letra “C”.

- 8) Calcule o desconto racional composto sofrido por um título resgatado por R\$ 90.000,00, a 3 meses do vencimento, a uma taxa anual de 30%, com capitalização mensal.**

a) 24.253.

d) 6.101.

b) 21.970.

e) 6.920.

c) 9.000.

Solução

$$i = 30\% \text{ ao ano, com capitalização mensal} = 2,5\% \text{ ao mês.}$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$V_a \text{ ou valor resgatado} = R\$ 90.000,00$$

$$D_r = ?$$

Partindo, novamente, da fórmula geral do desconto, encontra-se o valor do D_r composto pela diferença entre o valor nominal e o valor atual.

$$D = N - V_a \Rightarrow N = V_a \times (1 + i)^n$$

$$N = R\$ 90.000,00 \times (1 + 0,025)^3$$

$$N = R\$ 90.000,00 \times 1,0768906$$

$$N = R\$ 96.920,15.$$

$$\text{Como } D = N - V_a, \text{ tem-se:}$$

$$D_r = R\$ 96.920,15 - R\$ 90.000,00$$

$$D_r = R\$ 6.920,15.$$

A resposta correta é a letra “E”.

- 9) Carlos propõe-se a pagar R\$ 80.000,00 ao portador de uma nota promissória, vencível dentro de 3 meses. Sabendo que o negócio está sendo realizado a uma taxa de desconto racional composto de 5% a.m., qual o valor de emissão da nota promissória?**

a) 92.610.

b) 92.938.

c) 92.000.

d) 82.610.

e) 91.200.

Solução

$$Va = R\$ 80.000,00 \quad n = 3 \text{ meses} \quad i = 5\% \text{ ao mês}$$

$$N = ?$$

A **Solução** do exercício é obtida pela aplicação direta da fórmula do valor nominal. Nunca é demais lembrar que, no desconto racional, seja ele em juros compostos ou em juros simples, a fórmula no valor nominal nos lembra a fórmula do montante.

$$N = Va \times (1 + i)^n$$

$$N = R\$ 80.000,00 \times (1 + 0,05)^3$$

$$N = R\$ 80.000,00 \times 1,157625$$

$$N = R\$ 92.610,00.$$

A resposta correta é a letra “A”.

- 10) O portador de uma nota promissória com valor de face de R\$ 425.000,00 resgatou-a a uma taxa de desconto racional composto de 2% a.m., tendo sofrido um desconto de R\$ 24.513,00. Esta operação foi realizada a quantos dias do vencimento do título?**

- a) 70.
- b) 80.
- c) 90.
- d) 100.
- e) 110.

Solução

$$n = ? \quad i = 2\% \text{ ao mês}$$

$$N = R\$ 425.000,00$$

$$(-) \text{ Dr} = R\$ 24.513,00$$

$$= Va = R\$ 400.487,00 \text{ (valor de resgate)}$$

$$(1 + i)^n = N / Va$$

$$(1 + 0,02)^n = R\$ 425.000,00 / R\$ 400.487,00 = 1,061208$$

Consultando a tabela financeira na coluna representativa de 2%, encontra-se o valor 1,061208 na linha correspondente a 3 períodos. Assim, o período de antecipação do desconto foi de 3 meses, ou seja, 90 dias.

Logo, a resposta correta é a letra “C”.

- 11) Quantos meses antes do vencimento foi resgatada uma nota promissória de R\$ 130.000,00, sabendo-se que o valor líquido foi de R\$ 91.021,00 e a taxa da operação de 2% ao mês?**

- a) 14.
- b) 16.
- c) 18.
- d) 20.
- e) 22.

Solução

$$N = R\$ 130.000,00 \quad Va = R\$ 91.021,00$$

$$i = 2\% \text{ ao mês} \quad n = ?$$

$$(1 + i)^n = N / Va$$

$$(1 + 0,02)^n = R\$ 130.000,00 / R\$ 91.021,00 = 1,428246.$$

Consultando a tabela financeira na coluna representativa de 2%, encontra-se o valor 1,428246 na linha correspondente a 18 períodos. Assim, o período de antecipação do desconto foi de 18 meses.

Logo, a resposta correta é a letra “C”.

- 12) Um título de crédito, com valor de emissão de R\$ 800.000,00 e vencível daqui a 2 anos, sofreu um desconto comercial simples a uma taxa de 3,772% a.a. Se tivesse sofrido um desconto racional composto de mesmo valor, qual seria a nova taxa anual de desconto?**

- a) 3,5%.
- b) 3%.
- c) 3,772%.
- d) 5%.
- e) 4%.

Solução

Valor de emissão é o valor de face, isto é, o próprio valor nominal.

$$N = R\$ 800.000,00 \quad n = 2 \text{ anos}$$

Taxa de desconto comercial simples $i = 3,772\%$ ao ano

Taxa anual de desconto composto $i_c = ?$

$$Dc_s = Dr_c = ?$$

$$Dc_s = Nin \Rightarrow Dc_s = R\$ 800.000,00 \times 0,03772 \times 2 = R\$ 60.352,00$$

Como $Va = N - D$, temos: $Va = R\$ 800.000,00 - R\$ 60.352,00$

$$Va = R\$ 739.648,00$$

$$(1 + i)^n = N / Va$$

$$(1 + i)^2 = R\$ 800.000,00 / R\$ 739.648,00 = 1,0816.$$

Consultando a tabela financeira na linha representativa de 2 períodos encontra-se o valor 1,0816 na coluna correspondente a 4% ao período. Assim, a nova taxa anual de desconto seria de 4% ao ano.

Logo, a resposta correta é a letra “E”.

Obs.: perceba que, para produzir igual desconto, a taxa de desconto racional composto deve ser maior do que a taxa de desconto comercial simples. Deduz-se, daí, que o desconto comercial simples, se comparado ao desconto racional composto, efetuado à mesma taxa, será maior!!!

- 13) Antônio emprestou R\$ 100.000,00 a Carlos, devendo o empréstimo ser pago após 4 meses, acrescido de juros compostos calculados a uma taxa de 15% ao mês, com capitalização diária. Três meses depois, Carlos decide quitar a dívida,**

$$\begin{aligned}\text{II. } Dc_s = Nin &\Rightarrow Dc_s = R\$ 11.245,54 \times 0,025 \times 2 \\ Dc_s &= R\$ 562,27 \\ Va = N - D &\Rightarrow Va = R\$ 11.245,54 - R\$ 562,277 = R\$ 10.683,26\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{III. } Va = N / (1 + i)^n &\Rightarrow Va = R\$ 11.245,54 / (1 + 0,03)^2 \\ Va &= R\$ 11.245,54 / 1,0609 \\ Va &= R\$ 10.600,00 \\ Va \text{ I} - Va \text{ III} &= R\$ 10.609,00 - R\$ 10.600,00 = R\$ 9,00.\end{aligned}$$

Logo, a resposta correta é a letra "C".

15) Um título deveria sofrer um desconto comercial simples de R\$ 672,00, quatro meses antes do seu vencimento. Todavia, uma negociação levou à troca do desconto comercial simples por um desconto racional composto. Calcule o novo desconto, considerando a mesma taxa de 3% ao mês.

- a) R\$ 600,00.
- b) R\$ 620,15.
- c) R\$ 624,47.
- d) R\$ 643,32.
- e) R\$ 672,00.

Solução

Resolver-se-á esta questão, relembrando a teoria acerca de desconto.

Todo desconto representa a diferença entre o valor nominal (N) e o valor atual (Va) ($D = N - Va$). O que muda de um tipo de desconto para outro é a forma de se calcular o valor atual. Assim tem-se, por exemplo, o valor atual do desconto comercial simples sendo calculado pela seguinte expressão:

$$Va = N (1 - in)$$

Trabalhando esta fórmula, juntamente com a fórmula geral do desconto, obtém-se a seguinte expressão, pela qual se pode calcular o desconto comercial diretamente:

$$Dc = Nin$$

Já no que é pertinente ao regime de juros compostos, o valor atual é obtido pela

Resolução da seguinte expressão:

$$Va = N / (1 + i)^n$$

Para evitar o excesso de fórmulas, principalmente no regime de juros compostos, recomenda-se que se calcule sempre que possível o valor atual, e se obtenha o valor do desconto por diferença entre este e o valor nominal ($D = N - Va$).

Os elementos apresentados na questão são:

$$Dc \text{ simples} = R\$ 672,00$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

$$i = 3\% \text{ ao mês } (0,03 \text{ na forma unitária})$$

$$N = ?$$

$$Dr \text{ composto?}$$

Dessa forma, como o desconto comercial simples foi apresentado, será utilizada a fórmula de cálculo deste para encontrar o valor nominal.

$$Dc = Nin$$

$$R\$ 672,00 = N \times 0,03 \times 4$$

$$N = R\$ 5.600,00.$$

O desconto racional composto, conforme já frisado, será obtido pela diferença entre o valor nominal e o valor atual racional composto ($D = N - Va$). Assim, passa-se ao cálculo do valor atual racional composto.

$$Va = N / (1 + i)^n$$

$$Va = R\$ 5.600,00 / (1 + 0,03)^4$$

$$Va = R\$ 4.975,53.$$

O desconto será então:

$$Drc = R\$ 5.600,00 - R\$ 4.975,53$$

$$Drc = R\$ 624,47.$$

Portanto, a resposta correta é a letra “C”.

16) (Esaf – ATE – MS/2001) Um título é descontado por R\$ 4.400,00, quatro meses antes do seu vencimento. Obtenha o valor de face do título, considerando que foi aplicado um desconto racional composto a uma taxa de 3% ao mês (despreze os centavos, se houver).

a) R\$ 4.400,00.

b) R\$ 4.725,00.

c) R\$ 4.928,00.

d) R\$ 4.952,00.

e) R\$ 5.000,00.

Solução

$$N = Va \times (1 + i)^n$$

Onde:

N = valor nominal ou valor de face ou valor de emissão.

Va = valor atual ou valor presente ou valor descontado.

i = taxa unitária.

n = número de períodos.

$$Va = 4.400,00$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

$$i = 3\% \text{ ao mês}$$

$$N = ?$$

Como $N = Va \times (1 + i)^n$, teremos:

$$N = 4.400 \times (1 + 0,03)^4$$

$$N = 4.400 \times 1,125508 \text{ (tabela)}$$

$$N = 4.952,00.$$

Alternativa correta: letra “D”.

- ### Solução

a) R\$ 25.860,72
b) R\$ 28.388,72
c) R\$ 30.000,00
d) R\$ 32.325,90
e) R\$ 36.465,18

Solução

Para início de conversa sobre esta questão, há de se dizer que todo e qualquer desconto, seja ele simples ou composto, e ainda racional ou comercial, sempre é determinado pela seguinte expressão:

$$D = N - Va \text{ (expressão genérica do desconto).}$$

Onde:

D = desconto

N = valor nominal ou valor futuro

Va = valor atual ou valor descontado ou, ainda, valor presente.

O que muda de um tipo para outro é o valor atual.

O valor atual será apurado segundo as seguintes expressões:

$$Vr = N / (1 + in) \rightarrow \text{valor atual no desconto racional em juros simples}$$

$$Va_c = N (1 - in) \rightarrow \text{valor atual no desconto comercial em juros simples}$$

$$Vr = N / (1+i)^n \rightarrow \text{valor atual no desconto racional em juros compostos}$$

$$Vc = N (1 - i)^n \rightarrow \text{Valor atual no desconto comercial em juros compostos}$$

Substituindo os valores atuais na expressão genérica do desconto, obtém-se, para o desconto racional composto, a seguinte fórmula:

$$Dr = N \times \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right].$$

Agora, substituindo os elementos da fórmula pelos valores apresentados na questão, tem-se:

$$6.465,18 = N \times \left[1 - \frac{1}{(1+0,05)^4} \right]$$

$$6.465,18 = N \times [1 - 0,8227024]$$

$$6.465,18 = N \times 0,1772973$$

$$N = 6.465,18 / 0,1772973$$

$$N = 36.465,18$$

Se o $D = N - Va$, então:

$$Va = N - D$$

$$Va = 36.465,18 - 6.465,18$$

$$Va = 30.000,00.$$

Logo, a resposta correta é a letra “C”.

19) (Esaf – AFRF/2003) Um capital é aplicado a juros compostos à taxa de 40% ao ano durante um ano e meio. Calcule o valor mais próximo da perda percentual do montante, considerando o seu cálculo pela convenção exponencial em relação ao seu cálculo pela convenção linear, dado que $(1,40)^{1,5} = 1,656502$.

- a) 0,5%.
- b) 1%.
- c) 1,4%.
- d) 1,7%.
- e) 2,0%.

Solução

Não foi fornecido nenhum capital em especial; logo, considere-se que ele tenha sido de 100, o que facilita a nossa interpretação.

Assim, pela convenção exponencial, o montante será de 165,65, visto que o montante é obtido pela multiplicação do capital aplicado pelo fator de acumulação de capital, que foi fornecido no enunciado da questão.

Já pela convenção linear, o montante será de 168,00 ($100 \times 1,4 \times 1,2$), visto que o montante obtido do período inteiro representa o capital para o cálculo do montante para o período fracionário.

Desta forma, a diferença entre as duas formas de cálculo é de 2,35.

A perda percentual que se obteve pela adoção da convenção exponencial em relação a convenção linear é de 1,4% ($165,65 / 168 = 0,9860$), isto é, $100 - 98,60 = 1,40\%$. Assim, a alternativa correta é a letra “C”.

20) (Esaf – AFRF/2005) O valor nominal de uma dívida é igual a 5 vezes o desconto racional composto, caso a antecipação seja de dez meses. Sabendo-se que o valor atual da dívida (valor de resgate) é de R\$ 200.000,00, então o valor nominal da dívida, sem considerar os centavos, é igual a:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) R\$ 230.000,00; | d) R\$ 320.000,00; |
| b) R\$ 250.000,00; | e) R\$ 310.000,00. |
| c) R\$ 330.000,00; | |

Solução

Conforme se definiu na parte teórica, qualquer desconto representa sempre a diferença entre o valor nominal e o valor atual ($D = N - Va$).

Como, na questão proposta, o valor nominal é 5 vezes o valor do desconto, então o valor atual é 4 vezes o valor do desconto.

Ora, se o valor atual em questão é de R\$ 200.000,00, então o valor do desconto é de R\$ 50.000,00.

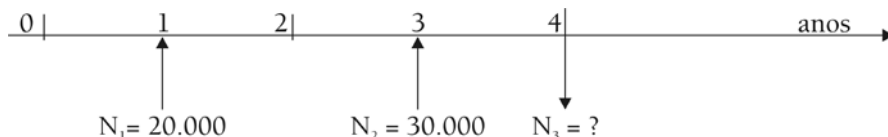
Assim, o valor nominal é de R\$ 250.000,00 ($5 \times R\$ 50.000,00$).

Resposta correta: letra “B”.

8. EQUIVALÊNCIA COMPOSTA

1) (Prova AFTN) Paulo é devedor de dois títulos: o primeiro, de R\$ 20.000,00, com vencimento para 1 ano, e o segundo, de R\$ 30.000,00, com vencimento para 3 anos. Por problemas financeiros, pretende pagar esses dois compromissos de uma só vez, mas somente daqui a 4 anos. Nessas condições, adotando-se a taxa nominal de juros compostos de 10% a.a., capitalizados semestralmente, o valor do novo título deve ser de (desprezando os centavos):

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) R\$ 58.325,00; | d) R\$ 60.535,00; |
| b) R\$ 59.237,00; | e) R\$ 59.620,00. |
| c) R\$ 59.876,00; | |

Solução

$i = 10\%$ ao ano com capitalização semestral $\Rightarrow i = 5\%$ ao semestre

$N_3 = ?$

A equivalência de capitais em juros compostos não precisa ser referenciada à data focal zero. Pode-se, então, calcular a equivalência, tendo como referência a nova ou as novas datas solicitadas, mediante cálculo de montante e/ou de valor atual. No exercício em tela, o mais racional é calcular os montantes dos valores N_1 e N_2 para a data de 4 anos, cuja soma será o valor de N_3 .

$$N_3 = N_1 \times (1 + 0,05)^6 + N_2 \times (1 + 0,05)^2$$

$$N_3 = R\$ 20.000,00 \times 1,340096 + R\$ 30.000,00 \times 1,1025$$

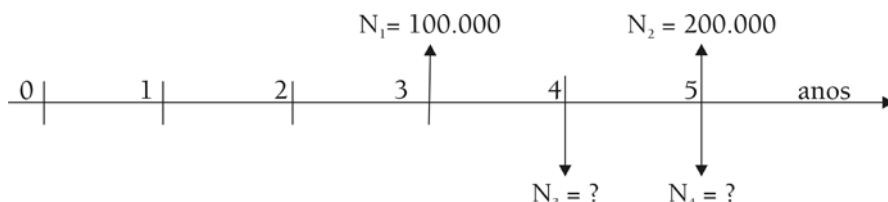
$$N_3 = R\$ 26.801,92 + R\$ 33.075,00$$

$$N_3 = R\$ 59.876,92.$$

Portanto, encontramos como resposta correta a letra “C”.

- 2) **(Prova AFTN) Paulo deve a Pedro um título de R\$ 100.000,00 e outro de R\$ 200.000,00 vencíveis em 3 e 5 anos, respectivamente, e propõe substituir esses títulos por 2 outros de igual valor, vencíveis no quarto e quinto anos. Sabendo-se que a taxa nominal de juros compostos adotada é de 20% a.a., capitalizados semestralmente, o valor desses novos pagamentos é de (desprezando os centavos):**

- a) R\$ 154.223,00;
- b) R\$ 154.327,00;
- c) R\$ 155.578,00;
- d) R\$ 156.746,00;
- e) R\$ 157.873,00.

Solução

$i = 20\%$ ao ano com capitalização semestral $\Rightarrow i = 10\%$ ao semestre.

Sendo os valores de N_3 e N_4 iguais, serão designados apenas por N . Assim, tem-se:

$$Va_1 + Va_2 = Va_3 + Va_4$$

Como $Va = N / (1+i)^n$, então:

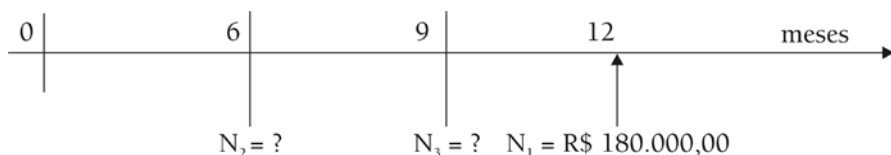
$$N_1 / (1 + 0,1)^6 + N_2 / (1 + i)^{10} = N_3 / (1 + i)^8 + N_4 / (1 + i)^{10}$$

$$\frac{\text{R\$ } 100.000,00}{(1 + 0,1)^6} + \frac{\text{R\$ } 200.000,00}{(1 + 0,1)^{10}} = \frac{N}{(1 + 0,1)^8} + \frac{N}{(1 + 0,1)^{10}}$$
$$\frac{(1,1)^4 \times \text{R\$ } 100.000,00 + \text{R\$ } 200.000,00}{(1,1)^{10}} = \frac{(1,1)^2 \times N + N}{(1,1)^{10}}$$

N = R\$ 156.746,60.

3) Determine o valor de duas notas promissórias, uma vencível em 6 meses e outra em 9 meses, que, a uma taxa de 3% ao trimestre, com capitalização mensal, substituem uma terceira com valor de emissão de R\$ 180.000,00, cujo vencimento está marcado para daqui a um ano.

- Solução:**



Considerando que os dois novos títulos terão valor de face (N) iguais e que $V_a = N / (1 + i)^n$ e, ainda, que os capitais serão equivalentes quando seus valores atuais forem iguais, então, tem-se:

$$\frac{\frac{N}{(1+0,01)^6} + \frac{N}{(1+0,01)^9}}{\frac{(1,01)^6 \times N + (1,01)^3 \times N}{(1,01)^{12}}} = \frac{\text{R\$ } 180.000,00}{\frac{(1,01)^{12}}{(1,01)^{12}}}$$

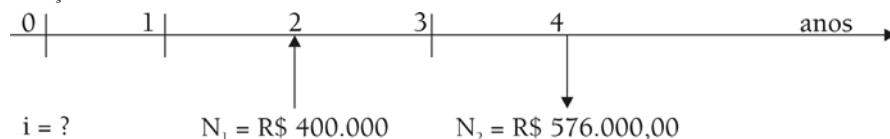
$$N = \text{R\$ } 86.049,42.$$

Desta forma, os dois títulos que substituirão o antigo terão valor de face ou nominal de R\$ 86.049,42 cada um. Desprezando os centavos, a resposta correta é a letra “C”.

- 4) Qual a taxa de juros compostos anuais utilizada na substituição de um título de R\$ 400.000,00, vencível dentro de 2 anos, por outro de R\$ 576.000,00, com vencimento para daqui a 4 anos?**

- a) 20%.
b) 21%.
c) 22%.
d) 24%.
e) 25%.

Solução



Houve a substituição pura e simples de um título por outro. Neste caso, tem-se a expressão $(1 + i)^n = N / Va$. Considerando que se pode calcular o novo valor nominal (N) pela fórmula do montante, para a qual o valor nominal antigo toma a vez do valor atual, tem-se:

$$(1 + i)^n = \text{R\$ } 576.000,00 / \text{R\$ } 400.000,00$$

$$(1 + i)^n = 1,44.$$

Consultando a tabela financeira, encontra-se o valor 1,44 na linha relativa a dois períodos, na coluna correspondente a 20% ao período. Desta forma, a resposta correta é a letra “A”.

- 5) Após quantos dias devo pagar uma letra de R\$ 800.000,00, que substitui outra de R\$ 601.052,00, com vencimento para 2 meses, se a taxa de desconto racional composto é de 10% ao mês?**

- a) 48.
b) 80.
c) 150.
d) 120.
e) 60.

Solução

Como se está em regime de juros compostos, e neste a equivalência não há de ser levada, necessariamente, à data focal zero, pode-se considerar que o valor do título original seja o capital, e o valor do título substituto seja o montante.

Tem-se, então:

$$C = \text{R\$ } 601.052,00 \quad M = \text{R\$ } 800.000,00$$

$$i = 10\% \text{ ao mês} \quad n = ?$$

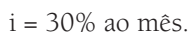
$$(1 + i)^n = M / C$$

$$(1 + i)^n = \text{R\$ } 800.000,00 / \text{R\$ } 601.052,00$$

$$(1 + i)^n = 1,331.$$

6) O preço à vista de certa mercadoria é de R\$ 80.000. Esta mesma mercadoria é vendida a prazo, em três prestações mensais, a uma taxa de 30% ao mês de juros compostos. Qual o valor das prestações?

- ### Solução



Para que se tenha a equivalência dos capitais, é necessário que seus valores atuais sejam iguais.

$$Va_1 = Va_2 + Va_3 + Va_4$$

$$\text{R\$ } 80.000,00 = N / (1,3)^1 + N / (1,3)^2 + N / (1,3)^3$$

$$R\$ 80.000,00 = \frac{N}{(1,3)^1} + \frac{N}{(1,3)^2} + \frac{N}{(1,3)^3}$$

$$\frac{(1,3)^3 \times \text{R\$ } 80.000,00}{(1,3)^3} = \frac{(1,3)^2 N + 1,3 N + N}{(1,3)^3}$$

$$2,197 \times \text{R\$ } 80.000,00 = 1,69 \text{ N} + 1,3 \text{ N} + \text{N}$$

$$\text{R\$ } 175.760,00 = 3,99 \text{ N}$$

$$N = \text{R\$ } 175.760,00 / 3,99$$

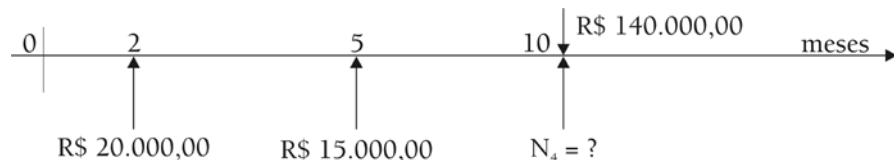
$$N = \text{R\$ } 44.050,12.$$

Desta forma, cada um dos três títulos terá o valor de R\$ 44.050,12. Assim, desprezando os centavos, a resposta correta é a letra “B”.

- 7) Uma dívida de R\$ 140.000,00, vencível em 10 meses, é substituída por uma parcela de R\$ 20.000,00, com vencimento para 2 meses; outra, de R\$ 15.000,00, com vencimento para 5 meses; e uma terceira, a ser paga na data do vencimento da dívida original. Qual o valor da terceira parcela, sabendo-se que a taxa de desconto racional composto é de 20% ao mês?

- a) 16.679.
b) 15.000.
c) 20.000.
- d) 105.000.
e) 35.082.

Solução



$i = 20\%$ ao mês.

$$Va_1 = Va_2 + Va_3 + Va_4$$

$$\frac{R\$ 140.000,00}{(1,2)^{10}} = \frac{R\$ 20.000,00}{(1,2)^2} + \frac{R\$ 15.000,00}{(1,2)^5} + \frac{N_4}{(1,2)^{10}}$$

$$\frac{R\$ 140.000,00}{(1,2)^{10}} = \frac{(1,2)^8 \times R\$ 20.000,00 + (1,2)^5 \times R\$ 15.000,00 + N_4}{(1,2)^{10}}$$

$$R\$ 140.000,00 = 4,299816 \times R\$ 20.000,00 + 2,48832 \times R\$ 15.000,00 + N_4$$

$$R\$ 140.000,00 = R\$ 85.996,32 + R\$ 37.324,80 + N_4$$

$$N_4 = R\$ 140.000,00 - R\$ 123.321,12$$

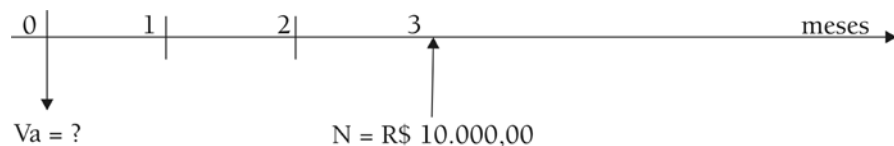
$$N_4 = R\$ 16.678,88.$$

Logo, a parcela a ser paga no 10º mês é de R\$ 16.678,88, isto é, aproximadamente R\$ 16.679,00. Assim, a resposta correta é a letra “A”.

- 8) (AFTN – Esaf/1998) Obtenha o valor hoje de um título de R\$ 10.000,00 de valor nominal, vencível ao fim de três meses, a uma taxa de juros de 3% ao mês, considerando um desconto racional composto e desprezando os centavos.

- a) R\$ 9.140,00.
- b) R\$ 9.126,00.
- c) R\$ 9.100,00.
- d) R\$ 9.174,00.
- e) R\$ 9.151,00.

Solução



$i = 3\%$ ao mês

Com a aplicação da definição de que $Va = N / (1 + i)^n$, tem-se:

$$Va = R\$ 10.000,00 / (1 + 0,03)^3$$

$$Va = R\$ 10.000,00 / 1,092727$$

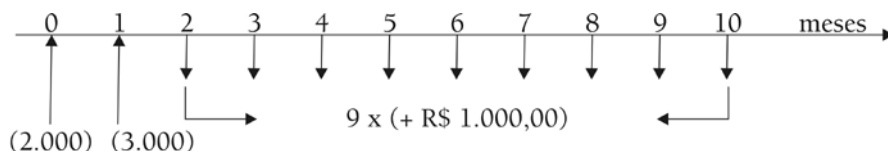
$$Va = R\$ 9.151,41.$$

Desta forma, o valor atual é, aproximadamente, de R\$ 9.151,00. A resposta correta é a letra “E”.

- 9) (AFTN – Esaf/1998) Calcular a soma dos valores atuais, no momento zero, das quantias que compõem o seguinte fluxo de valores: um desembolso de R\$ 2.000,00 em zero, uma despesa no momento, um de R\$ 3.000,00 e nove receitas iguais de R\$ 1.000,00 do momento dois ao dez, considerando que o intervalo de tempo decorrido entre momentos consecutivos é o mês e que a taxa de juros compostos é de 3% ao mês. Usar ainda a convenção de despesa negativa e receita positiva, e desprezar os centavos.

- a) R\$ 2.511,00.
b) R\$ 0,00.
c) R\$ 3.617,00.
d) R\$ 2.646,00.
e) R\$ 2.873,00.

Solução



Os valores atuais das despesas são:

$$- \text{R\$ } 2.000,00 + (- \text{R\$ } 3.000,00) / (1,03)^1 = - \text{R\$ } 4.912,62$$

Os valores atuais positivos poderão ser obtidos do seguinte modo:

n = 2	$Va = 1000/(1,03)^2$	$Va = 1000/1,0609$	$Va = \text{R\$ } 942,59$
n = 3	$Va = 1000/(1,03)^3$	$Va = 1000/1,092727$	$Va = \text{R\$ } 915,14$
n = 4	$Va = 1000/(1,03)^4$	$Va = 1000/1,125508$	$Va = \text{R\$ } 888,48$
n = 5	$Va = 1000/(1,03)^5$	$Va = 1000/1,159274$	$Va = \text{R\$ } 862,60$
n = 6	$Va = 1000/(1,03)^6$	$Va = 1000/1,194052$	$Va = \text{R\$ } 837,48$
n = 7	$Va = 1000/(1,03)^7$	$Va = 1000/1,229873$	$Va = \text{R\$ } 813,08$
n = 8	$Va = 1000/(1,03)^8$	$Va = 1000/1,266770$	$Va = \text{R\$ } 789,40$
n = 9	$Va = 1000/(1,03)^9$	$Va = 1000/1,304773$	$Va = \text{R\$ } 766,41$
n = 10	$Va = 1000/(1,03)^{10}$	$Va = 1000/1,343916$	$Va = \text{R\$ } 744,09$
Total da parte positiva			$Va = \text{R\$ } 7.559,27$

Desta forma, o saldo líquido do fluxo de caixa é:

$$\text{Saldo} = \text{R\$ } 7.559,27 - \text{R\$ } 4.912,62 = + \text{R\$ } 2.646,65.$$

A resposta correta é a letra "D".

Perceba que o cálculo da parte positiva do fluxo se tornou muito extenso; por isso, em situações iguais a essa, é preferível adotar a seguinte fórmula:

$$Va = P \times \frac{(1 + i)^n - 1}{i \times (1 + i)^n}$$

Onde P = cada uma das parcelas. Ressalte-se que, por esta fórmula, está-se calculando o valor atual (Va) no início do mês 2, isto é, no final do mês 1; logo, tem-se que dividir o valor assim encontrado por $(1 + i)$ para obter o Va na data focal zero.

$$Va \times (1,03) = R\$ 1.000,00 \times \frac{(1 + 0,03)^9 - 1}{i \times (1 + 0,03)^9}$$

$$1,03 Va = R\$ 1.000,00 \times \frac{1,304773 - 1}{0,03 \times 1,304773}$$

$$1,03 Va = R\$ 1.000,00 \times \frac{0,304773}{0,039143}$$

$$1,03 Va = R\$ 1.000,00 \times 7,786104$$

$$Va = R\$ 7.786,104 / 1,03$$

$$Va = R\$ 7.559,32.$$

Obs.:

1. a pequena diferença entre um e outro cálculo se deve exclusivamente ao processo de arredondamento;
2. o valor 7,786104, por nós calculado pelo uso da fórmula, normalmente é fornecido em tabelas financeiras;
3. esse assunto será desenvolvido no capítulo seguinte. Por enquanto, foi só uma amostra do que se pode fazer para simplificar a vida!!!

Considere os fluxos de caixa mostrados na tabela abaixo, para a **Resolução** da questão a seguir. Os valores constantes desta tabela ocorrem no final dos meses ali indicados.

TABELA DE FLUXOS DE CAIXA

Fluxos	Meses							
	1	2	3	4	5	6	7	8
UM	1000	1000	500	500	500	500	250	050
DOIS	1000	500	500	500	500	500	500	300
TRÊS	1000	1000	1000	500	500	100	150	050
QUATRO	1000	1000	800	600	400	200	200	100
CINCO	1000	1000	800	400	400	400	200	100

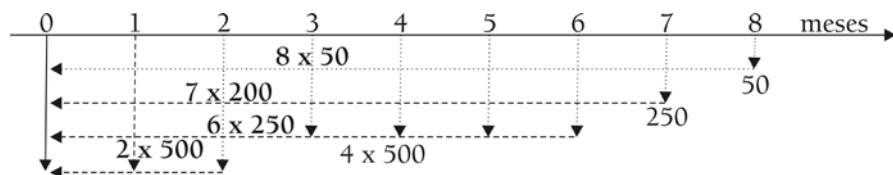
10) (AFTN – Esaf/1996) Considere uma taxa efetiva (juros compostos) de 4,0% ao mês. O fluxo de caixa, da tabela acima, que apresenta o maior valor atual (valor no mês zero) é:

- | | |
|----------------|------------------|
| a) fluxo UM; | d) fluxo QUATRO; |
| b) fluxo DOIS; | e) fluxo CINCO. |
| c) fluxo TRÊS; | |

Solução

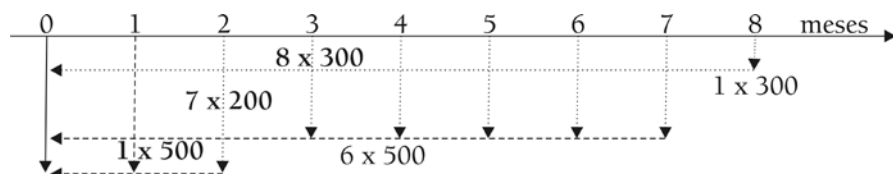
Não se apavorem com esta questão, a prova já passou há algum tempo. Agora, é momento de se exercitar e se preparar para o próximo concurso ou aperfeiçoar o seu conhecimento na disciplina. Esta questão se presta exatamente para isto, embora excessivamente trabalhosa.

Calcula-se o valor atual de cada fluxo para, finalmente, comparar qual deles é maior. É oportuno salientar que se poderia calcular o montante de cada fluxo, pois aquele fluxo que possui o maior montante possuirá, também, o maior valor atual.

FLUXO 1

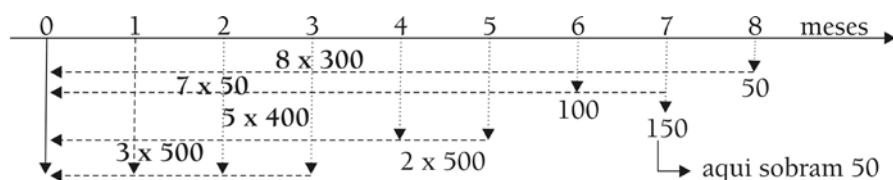
$Va = ?$ 2×1.000

8×50	$\Rightarrow$	$Va_1 =$	$50 \times a_{8-4}$	$\Rightarrow$	$50 \times 6,732745$	$=$	336,63
7×200	$\Rightarrow$	$Va_2 =$	$200 \times a_{7-4}$	$\Rightarrow$	$200 \times 6,002055$	$=$	1.200,41
6×250	$\Rightarrow$	$Va_3 =$	$250 \times a_{6-4}$	$\Rightarrow$	$250 \times 5,242173$	$=$	1.310,54
2×500	$\Rightarrow$	$Va_4 =$	$500 \times a_{2-4}$	$\Rightarrow$	$500 \times 1,886095$	$=$	943,04
Total valor atual do FLUXO 1							$=$ 3.790,62

FLUXO 2

$Va = ?$ 1×1.000

8×300	$\Rightarrow$	$Va_1 =$	$300 \times a_{8-4}$	$\Rightarrow$	$300 \times 6,732745$	$=$	2.019,82
7×200	$\Rightarrow$	$Va_2 =$	$200 \times a_{7-4}$	$\Rightarrow$	$200 \times 6,002055$	$=$	1.200,41
1×500	$\Rightarrow$	$Va_3 =$	$500 \times a_{1-4}$	$\Rightarrow$	$500 \times 0,961538$	$=$	480,77
Total valor atual do FLUXO 2							$=$ 3.701,00

FLUXO 3

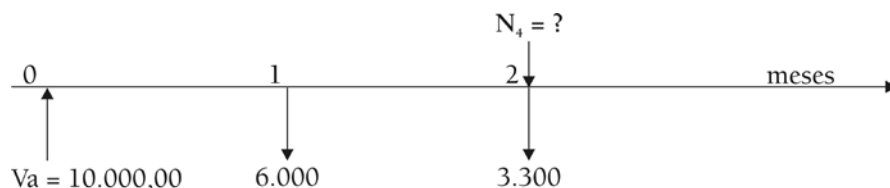
$Va = ?$ 3×1.000

Como se viu, o fluxo que possui o maior Va é o fluxo 3. Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 11) (AFTN – Esaf/1996) Uma empresa obteve um financiamento de \$ 10.000,00 por uma taxa de 120% ao ano, capitalizado mensalmente (juros compostos). A empresa pagou \$ 6.000,00 ao final do primeiro mês e \$ 3.300,00 ao final do terceiro mês. O valor que deverá ser pago ao final do terceiro mês para liquidar o financiamento (juros + principal) é de:**

- a) \$ 3.250,00;
- b) \$ 3.100,00;
- c) \$ 3.050,00;
- d) \$ 2.975,00;
- e) \$ 2.750,00.

Solução



$i = 10\%$ ao mês

Partindo da ideia de que $Va_1 = Va_2 + Va_3 + Va_4$, obteremos o valor de N_4 .

$$R\$ 10.000,00 = \frac{R\$ 6.000,00}{(1,1)^1} + \frac{R\$ 3.300,00}{(1,1)^3} + \frac{N_4}{(1,1)^3}$$

$$\frac{(1,1)^3 \times R\$ 10.000,00}{(1,1)^3} = \frac{(1,1)^2 \times R\$ 6.000,00 + R\$ 3.300,00 + N_4}{(1,1)^3}$$

$$1,331 \times R\$ 10.000,00 = 1,21 \times R\$ 6.000,00 + R\$ 3.300,00 + N_4$$

$$R\$ 13.310,00 = R\$ 7.260,00 + 3.300,00 + N_4$$

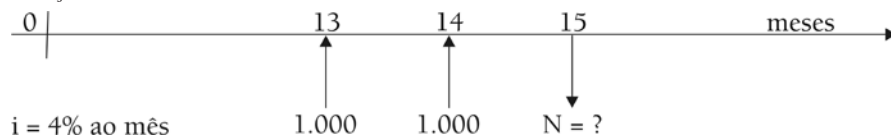
$$N_4 = R\$ 13.310,00 - R\$ 10.560,00$$

$$N_4 = R\$ 2.750,00.$$

Logo, a resposta correta é a letra “E”.

- 12) (AFTN – Esaf/1996) Uma pessoa tomou um empréstimo à taxa de 4% ao mês, com juros compostos capitalizados mensalmente. Este empréstimo deve ser pago em duas parcelas mensais e iguais de \$ 1.000, daqui a 13 e 14 meses, respectivamente. O valor que mais se aproxima do valor de um único pagamento, no décimo quinto mês, que substitui estes dois pagamentos é de:**

- a) \$ 2.012,00;
- b) \$ 2.121,60;
- c) \$ 2.333,33;
- d) \$ 2.484,84;
- e) \$ 2.516,16.

Solução

$$1.000 \quad 1.000 \quad N = ?$$

$$N = \text{R\$ } 1.000,00 (1,04)^2 + \text{R\$ } 1.000,00 (1,04)^1$$

$$N = \text{R\$ } 1.000,00 \times 1,0816 + \text{R\$ } 1.000,00 \times 1,04$$

$$N = \text{R\$ } 1.081,60 + \text{R\$ } 1.040,00$$

$$N = \text{R\$ } 2.121,60.$$

Logo, a resposta correta é a letra “B”.

- 13) Uma dívida no valor de R\$ 20.000,00 vence hoje, enquanto outra, no valor de R\$ 30.000,00, vence em 6 meses. À taxa de juros compostos de 4% ao mês e considerando um desconto racional, obtenha o valor da dívida equivalente às duas anteriores, com vencimento ao fim de 3 meses, desprezando os centavos.**

- a) R\$ 48.800,00.
- b) R\$ 49.167,00.
- c) R\$ 49.185,00.
- d) R\$ 49.039,00.
- e) R\$ 50.000,00.

Solução

São duas as maneiras de resolver este exercício: uma, pela igualdade dos valores atuais na data zero; outra, pelo cálculo do montante do valor vencido até o mês três e o cálculo do valor atual do valor de R\$ 30.000,00 em três meses.

Resolvendo o exercício pela primeira forma, tem-se:

$$Va_1 + Va_2 = Va_3$$

$$\text{R\$ } 20.000,00 + \text{R\$ } 30.000,00 / (1 + 0,04)^6 = N / (1 + 0,04)^3$$

$$\frac{(1,04)^6 \times \text{R\$ } 20.000,00 + \text{R\$ } 30.000,00}{(1,04)^6} = \frac{(1,04)^6 \times N}{(1,04)^6}$$

$$1,265319 \times \text{R\$ } 20.000,00 + \text{R\$ } 30.000,00 = 1,124864 N$$

$$\text{R\$ } 25.306,38 + \text{R\$ } 30.000,00 = 1,124864 N$$

$$1,124864 N = \text{R\$ } 55.306,38$$

$$N = \text{R\$ } 55.306,38 / 1,124864$$

$$N = \text{R\$ } 49.167,17.$$

Logo, a resposta correta é a letra “B”.

- 14) (Esaf – Pref. Fort. 2003) Qual o capital hoje que é equivalente, a uma taxa de juros compostos de 10% ao semestre, a um capital de R\$ 100.000,00 que venceu há um ano, mais um capital de R\$ 110.000,00, que vai vencer daqui a seis meses?**

- a) R\$ 210.000,00.
- b) R\$ 220.000,00.
- c) R\$ 221.000,00.
- d) R\$ 230.000,00.
- e) R\$ 231.000,00.

Solução



$i = 10\%$ ao semestre

$$N = M_1 + Va_2$$

$$N = R\$ 100.000,00 \times (1 + 0,1)^2 + 110.000,00 / (1 + 0,1)^1$$

$$N = R\$ 100.000,00 \times 1,21 + R\$ 110.000,00 / 1,1$$

$$N = R\$ 121.000,00 + R\$ 100.000,00$$

$$N = R\$ 221.000,00.$$

Logo, a resposta correta é a letra “C”.

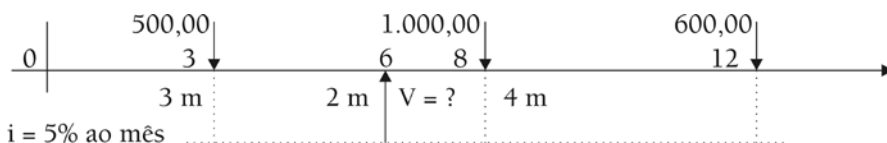
- 15) (AFC – STN/2005) Uma pessoa contraiu uma dívida no regime de juros compostos, que deverá ser quitada em três parcelas: uma parcela de R\$ 500,00, vencível no final do terceiro mês; outra, de R\$ 1.000,00, vencível no final do oitavo mês, e a última, de R\$ 600,00, vencível no final do décimo segundo mês. A taxa de juros cobrada pelo credor é de 5% ao mês.**

No final do sexto mês, o cliente decidiu pagar a dívida em uma única parcela. Assim, desconsiderando os centavos, o valor equivalente a ser pago será igual a:

- a) R\$ 2.535,00.
- b) R\$ 2.100,00.
- c) R\$ 2.153,00.
- d) R\$ 1.957,00.
- e) R\$ 1.933,00.

Solução

A situação das dívidas e a proposta de pagamento é a seguinte, em forma de gráfico:



Para saber o valor do pagamento único no período 6, basta calcular o montante do período 3 até o período 6 e calcular o valor atual do período 8 até 6 e do período 12 até 6. Fazendo o somatório dos três cálculos, tem-se o valor (V) no período 6.

Sempre é bom lembrar que montante é obtido pela aplicação da seguinte fórmula:

$$M = C (1 + i)^n.$$

A fórmula do valor atual (Va) é representada pela seguinte expressão:

$$Va = M / (1 + i)^n.$$

A expressão $(1 + i)^n$ representa o fator de acumulação de capitais, cujos valores foram fornecidos na tabela I, em anexo a prova.

Desta forma, buscando os valores na tabela, serão encontrados, na coluna indicativa de 5%, os seguintes valores:

$$n = 2 \text{ meses} = 1,102500$$

$$n = 3 \text{ meses} = 1,157625$$

$$n = 6 \text{ meses} = 1,340095$$

Assim, o montante do valor de R\$ 500,00 com vencimento para o final do período 3, levado para o final do período 6, será de:

$$M = 500,00 \times 1,157625 = 578,81$$

O valor atual no final do mês 6 de R\$ 1.000,00, vencíveis no final do mês 8, com antecipação de 2 períodos, será de:

$$Va = 1.000,00 / 1,1025 = 907,03$$

O valor atual no final do mês 6 de R\$ 600,00, vencíveis no final do mês 12, com antecipação de 6 períodos, será de:

$$Va = 600,00 / 1,340095 = 447,76$$

O somatório desses três valores, que representa o valor do pagamento único no final do mês 6, é de:

$$578,81 + 907,03 + 447,76 = 1933,60$$

Desconsiderando os centavos, encontra-se a resposta de letra “E”

- 16) (AFC – STN/2005) Uma imobiliária coloca à venda um apartamento por R\$ 85.000,00 à vista. Como alternativa, um comprador propõe uma entrada de R\$ 15.000,00, mais três parcelas: duas iguais e uma de R\$ 30.000,00. Cada uma das parcelas vencerá em um prazo a contar do dia da compra.**

A primeira parcela vencerá no final do sexto mês. A segunda, cujo valor é de R\$ 30.000,00, vencerá no final do décimo segundo mês, e a terceira no final do décimo oitavo mês. A transação será realizada no regime de juros compostos, a uma taxa de 4% ao mês. Se a imobiliária aceitar essa proposta, então o valor de cada uma das parcelas iguais, desconsiderando os centavos, será igual a:

- a) R\$ 35.000,00;
- b) R\$ 27.925,00;
- c) R\$ 32.500,00;
- d) R\$ 39.925,00;
- e) R\$ 35.500,00.

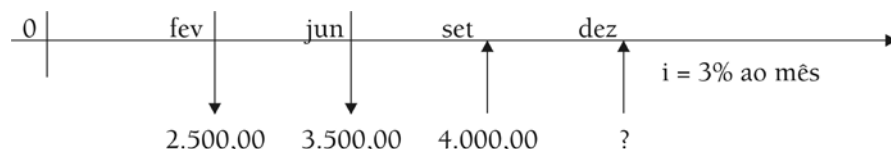
Solução

O valor financiado é de R\$ 70.000,00. Nessas condições, este é o valor atual da série.

Desta forma, a resposta correta é a letra “D”.

- Desta forma, a resposta correta é a letra “B”.

- a) R\$ 2.168,00; d) R\$ 3.168,00;
b) R\$ 2.288,00; e) R\$ 3.288,00.
c) R\$ 2.000,00;

Solução

Duas ou mais formas de pagamento serão equivalentes quando seus valores atuais forem iguais.

Considerando que $V_a = N / (1 + i)^n$, tem-se:

$$2.500/(1 + 0,03)^2 + 3.500/(1 + 0,03)^6 = 4.000/(1 + 0,03)^9 + N / (1 + 0,03)^{12}$$

$$2.500/1,0609 + 3.500/1,1940 = 4.000/1,3048 + N/1,4258$$

$$2.356,48 + 2.931,32 = 3.065,60 + 0,70136N$$

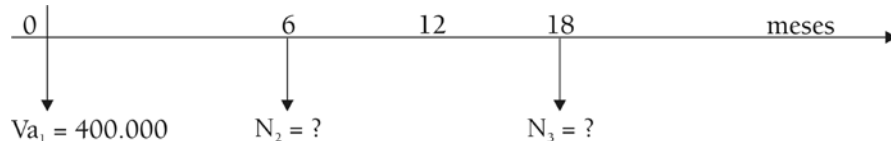
$$0,70136N = 2.222,20$$

$$N = R\$ 3.168,41.$$

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

- 19) (Esaf – AFRF/2005) Ana quer vender um apartamento por R\$ 400.000,00 à vista ou financiado pelo sistema de juros compostos, à taxa de 5% ao semestre. Paulo está interessado em comprar esse apartamento e propõe a Ana pagar os R\$ 400.000,00 em duas parcelas iguais, com vencimentos a contar a partir da compra: a primeira parcela, com vencimento em 6 meses, e a segunda, com vencimento em 18 meses. Se Ana aceitar a proposta de Paulo, então, sem considerar os centavos, o valor de cada uma das parcelas será igual a:**

- a) R\$ 220.237,00;
- b) R\$ 230.237,00;
- c) R\$ 242.720,00;
- d) R\$ 275.412,00;
- e) R\$ 298.654,00.

Solução

$i = 5\%$ ao semestre

Os valores nominais 2 e 3 serão equivalentes ao pagamento à vista se seus valores atuais forem iguais.

$$V_{a1} = V_{a2} + V_{a3}$$

Como $V_a = N / (1 + i)^n$ e $N_1 + N_2$, tem-se a seguinte situação:

$$R\$ 400.000,00 = [N / (1,05)^1 + N / (1,05)^3]$$

$$\frac{R\$ 400.000,00 \times (1,05)^3}{(1,05)^3} = \frac{(1,05)^3 N + N}{(1,05)^3}$$

$$R\$ 400.000,00 \times 1,157625 = 1,1025 N + N$$

$$2,1025 N = R\$ 463.050,00$$

$$N = R\$ 220.237,81.$$

Desconsiderando os centavos, a resposta correta é a letra “A”.

20) (Esaf – AFRF/2005 – adaptada) Uma empresa adquiriu de seu fornecedor mercadorias no valor de R\$ 100.000,00, pagando 30% à vista. No contrato de financiamento realizado no regime de juros compostos, ficou estabelecido que, para qualquer pagamento que for efetuado até seis meses, a taxa de juros compostos será de 9,2727% ao trimestre. Para qualquer pagamento que for efetuado após seis meses, a taxa de juros compostos será de 4% ao mês. A empresa resolveu pagar a dívida em duas parcelas. Uma parcela de R\$ 30.000,00, no final do quinto mês, e a segunda parcela dois meses após o pagamento da primeira. Desse modo, o valor da segunda parcela, sem considerar os centavos, deverá ser igual a:

a) R\$ 62.065,00;

d) R\$ 60.120,00;

b) R\$ 59.065,00;

e) R\$ 58.061,00.

c) R\$ 61.410,00;

Solução

Antes de qualquer outra coisa, deve-se observar na tabela financeira, apresentada na prova, qual é a taxa de juros mensal correspondente a 9,2727% ao trimestre. Constata-se que o valor equivale a 3% ao mês.

O valor financiado é de R\$ 70.000,00, logo este é também o valor atual total.

Num esquema de financiamentos duas ou mais formas de pagamento serão equivalentes quando os seus valores atuais forem iguais.

Desta forma, deve-se igualar os valores atuais para encontrar o valor do pagamento realizado no mês 7.

Antes, porém, deve-se atentar ao fato de que o pagamento no mês 7 envolve a taxa de 4% ao mês, pois o pagamento será efetuado após o 6º mês.

Assim, tem-se:

$$Va^1 = Va^2 + Va^3$$

Substituindo os valores, cabe resolver a seguinte equação:

$$R\$ 70.000,00 = \frac{R\$ 30.000,00}{(1,03)^5} + \frac{N_3}{(1,04)^7}$$

$$R\$ 70.000,00 = R\$ 25.878,00 + \frac{N_3}{1,315932}$$

$$= R\$ 70.000,00 - R\$ 25.878,00$$

$$= R\$ 44.122,00$$

$$N_3 = R\$ 44.122,00 \times 1,315932$$

$$N_3 = R\$ 58.061,00.$$

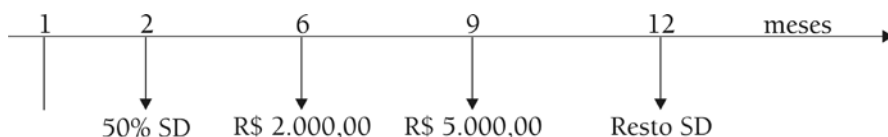
Desta forma, a resposta correta é a letra “E”.

Obs.: fez-se um ajuste na alternativa “E”, pois, na prova, constava o valor de R\$ 58.065,00. É necessário acrescentar que a questão não foi anulada!

- 21) (Esaf – AFRF/2005) Em janeiro de 2005, uma empresa assumiu uma dívida no regime de juros compostos, que deveria ser quitada em duas parcelas, todas com vencimento durante o ano de 2005: uma parcela de R\$ 2.000,00, com vencimento no final de junho, e outra de R\$ 5.000,00, com vencimento no final de setembro. A taxa de juros cobrada pelo credor é de 5% ao mês. No final de fevereiro, a empresa decidiu pagar 50% do total da dívida e o restante no final de dezembro do mesmo ano. Assim, desconsiderando os centavos, o valor que a empresa deverá pagar no final de dezembro é igual a:**

a) R\$ 4.634,00; d) R\$ 4.234,00;
b) R\$ 4.334,00; e) R\$ 5.234,00.
c) R\$ 4.434,00;

Solução



$i = 5\%$ ao mês

$$SD = Va.$$

Analisando a questão, conclui-se que se deve calcular o Va, tomando como data focal o final do mês 2. Do valor assim obtido, deve-se deduzir 50%, que representa o pagamento efetuado naquela data, e calcular o montante ou saldo devedor no mês 12.

O Va será calculado com emprego da seguinte fórmula:

$$V_a = N / (1 + i)^n$$

Desta forma o valor atual no mês 2 (Va_2) será:

$$Va_7 = [R\$ 2.000,00 / (1,05)^4] + [R\$ 5.000,00 / (1,05)^7]$$

Extraindo o MMC, tem-se:

$$\frac{\text{R\$ } 2.000,00 \times (1,05)^3 + \text{R\$ } 5.000,00}{(1,05)^7} = \frac{(1,05)^7 \text{ Va}_2}{(1,05)^7}$$

$$\text{R\$ } 2.000,00 \times 1,157625 + \text{R\$ } 5.000,00 = 1,4071 \text{ Va}_1$$

$$1,4071 \text{ Va}_3 = \text{R\$ } 2.315,25 + \text{R\$ } 5.000,00$$

$$Va_3 = R\$ 7.315,25 / 1,4071$$

$$Va_{\alpha} = R\$ 5.198,81.$$

Como nesta data há pagamento de 50% da dívida, o SD passa a ser de:

$$SD = R\$ 5.198,81 / 2 = R\$ 2.599,40.$$

Agora, para obter o valor a ser pago no mês 12, basta calcular o montante, considerando o valor de R\$ 2.599,40 como sendo o capital aplicado pelo período de 10 meses (de fevereiro até dezembro).

$$M = \text{R\$ } 2.599,40 \times (1,05)^{10}$$

$$M = R\$ 2.599,40 \times 1,628894$$

$$M = \text{R\$ } 4.234,15.$$

Desconsiderando os centavos, a resposta correta é a letra “D”.

1) Qual o preço à vista de um automóvel, que a prazo é vendido com uma entrada de R\$ 18.000,00 e 12 prestações trimestrais de R\$ 1.000,00, calculadas a uma taxa de 40% ao ano?

- a) 24.813,69.
b) 22.527,21.
c) 21.431,12.
- d) 20.112,00.
e) 18.456,88.

$$\text{Preço à vista} = ? \Rightarrow \text{preço à vista} = \text{entrada} + \text{valor financiado (Va)}$$

Note que se deve calcular o valor atual das 12 prestações para adicioná-lo ao valor da entrada, de modo a encontrar o valor à vista do automóvel.

 $V_a = ?$

P = R\$ 1.000,00 n = 12 trimestres i = 10% ao trimestre

$$V_a = P \times a_{\overline{n}|i} \quad a_{\overline{12}|10} = 6,813692 \text{ (tabela)}$$
$$Va = R\$ 1.000,00 \times 6,813692$$

Va R\$ 6.813,69.

Logo, o preço à vista deste automóvel é de R\$ 24.813,69 (R\$ 18.000,00 + R\$ 6.813,69).

A resposta correta é a letra “A”.

- 2) Uma loja vende um aparelho de som em 3 parcelas bimestrais de R\$ 200,00, considerando uma taxa de juros de 6% ao bimestre, e oferece como alternativa a venda em 6 prestações mensais, cobrando 3% de juros mensais. Qual o valor das parcelas mensais?

- a) R\$ 97,41.
- b) R\$ 98,68.
- c) R\$ 100,00.
- d) R\$ 103,21.
- e) R\$ 105,12.

Para encontrar o valor das parcelas na segunda opção, necessita-se saber o valor financiado. Este será obtido do seguinte modo:

n = 3 parcelas bimestrais

$$P = \text{R\$ } 200,00$$

$i = 6\%$ ao bimestre

$$V_a = P \times a_{\overline{n}|i} \cdot a_{\overline{3}|6} = 2,673012$$
$$Va = R\$ 200,00 \times 2,673012$$
$$V_a = \text{R\$ } 534,60.$$

Na outra condição, com $n = 6$ parcelas mensais e $i = 3\%$ ao mês, tem-se como valor de cada parcela o seguinte:

$$P = Va / a_{n-1} \quad a_{6-3} = 5,417191$$
$$P = \text{R\$ } 534,60 / 5,417191$$
$$P = \text{R\$ } 98,68.$$

Portanto, a resposta correta é a letra “B”.

- 3) Com quantas prestações mensais de R\$ 50.000,00 posso adquirir uma fazenda de R\$ 1.000.000,00, se pago R\$ 149.440,00 de entrada e negocio o saldo a uma taxa anual de 24%, com capitalização mensal?

- a) 19. d) 22.
b) 20. e) 23.
c) 21.

Solução

$$P = \text{R\$ } 50.000,00 \quad i = 2\% \text{ ao mês} \quad n = ?$$

$$V_a = \text{R\$ } 1.000.000,00 - \text{R\$ } 149.440,00 = \text{R\$ } 850.560,00$$

$$a_n \neg_1 = V_a / P$$

$$a_n \neg_2 = \text{R\$ } 850.560,00 / \text{R\$ } 50.000,00$$

$$a_n \neg_2 = 17,0112.$$

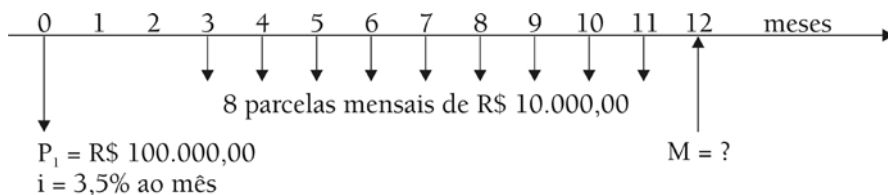
Consultando a tabela do $a_n \neg_1$, na coluna representativa de 2%, encontra-se o valor procurado, na linha correspondente a 21 períodos.

Logo, a resposta correta é a letra "C".

- 4) Se aplico hoje R\$ 100.000,00 num fundo de capitalização, que paga uma taxa de 3,5% a.m. de juros compostos, e três meses após dou início a uma série de 8 aplicações mensais de R\$ 10.000,00, quanto terei ao final de 1 ano?

- a) R\$ 248.071,00. d) R\$ 90.517,00.
b) R\$ 96.964,00. e) R\$ 187.481,00.
c) R\$ 151.107,00.

Solução



Da forma como o fluxo foi apresentado, deve-se calcular o montante da P_1 separadamente do montante das 8 parcelas mensais, pois, além de ser de valor diferente, há entre eles uma descontinuidade, isto é, não são sucessivos.

$$M_1 = \text{R\$ } 100.000,00 \times (1 + 0,035)^{12}$$

$$M_1 = \text{R\$ } 100.000,00 \times 1,511068$$

$$M_1 = \text{R\$ } 151.106,80.$$

No cálculo do montante dois (das oito parcelas), deve-se atentar ao fato de que há um diferimento de períodos:

$$M_2 = P \times S_{8 \neg_{3,5}} \times (1 + 0,035)^2$$

$$M_2 = \text{R\$ } 10.000,00 \times 9,051687 \times 1,071225$$

$$M_2 = \text{R\$ } 96.965,00.$$

Desta forma, o montante total, ao final de 12 meses, será de R\$ 248.071,00 (R\$ 151.106,00 + R\$ 96.965,00). Assim, a resposta correta é a letra “A”.

- 5) João pretende constituir um fundo de R\$ 2.500.000,00 ao fim de 2 anos de aplicações mensais iguais, operando a uma taxa de juros compostos de 15% ao mês. Quanto deverá aplicar mensalmente para atingir seu objetivo?**

- a) 50.000.
- b) 100.000.
- c) 104.167.
- d) 18.417.
- e) 13.575.

Solução

$$M = \text{R\$ } 2.500.000,00 \quad n = 2 \text{ anos} \Rightarrow 24 \text{ meses} \quad i = 15\% \text{ ao mês}$$

$$P = ?$$

O exercício trata de capitalização. A sua **Solução** será obtida com auxílio da tabela do $S_n \neg i$.

$$P = M / S_n \neg i \quad S_{24} \neg 15 = 184,1678$$

$$P = \text{R\$ } 2.500.000,00 / 184,1678$$

$$P = \text{R\$ } 13.574,58.$$

Logo, a resposta correta é a letra “E”.

- 6) Um banco de desenvolvimento empresta sob as seguintes condições:**

I) taxa nominal de juros de 6% a. a., com capitalização semestral;

II) prestações semestrais;

III) sistema de amortização constante – SAC ou sistema francês.

Pede-se: para um empréstimo de R\$ 12.000.000,00, qual seria o valor da primeira prestação pelo sistema de amortização constante – SAC, se, pelo sistema francês, as prestações são iguais a R\$ 1.406.766,00?

- a) R\$ 1.560.000,00.
- b) R\$ 1.776.000,00.
- c) R\$ 1.512.000,00.
- d) R\$ 1.680.000,00.
- e) R\$ 1.726.000,00.

Solução

O primeiro passo na **Solução** deste exercício é descobrir a quantidade de períodos. Para tanto, parte-se da prestação com base no sistema francês de amortização ou tabela *Price*.

$$P = \text{R\$ } 1.406.766,00 \quad Va = \text{R\$ } 12.000.000,00$$

$$i = 6\% \text{ ao ano} \Rightarrow 3\% \text{ ao semestre} \quad n = ?$$

$$a_n \neg i = Va / P$$

$$a_n \neg 3 = \text{R\$ } 12.000.000,00 / \text{R\$ } 1.406.766,00$$

$$a_n \neg 3 = 8,530203.$$

Procurando na tabela, na coluna de 3%, encontra-se o valor calculado na linha representativa de 10 períodos, ou seja, $n = 10$ semestres.

Agora, pode-se determinar o valor da prestação pelo sistema de amortização constante – SAC. Sabe-se que, por este sistema de amortização, a parcela relativa à amortização é constante. Então, ela pode ser obtida linearmente pela divisão do valor financiado pelo número de períodos de amortização:

$$A = SD_0 / n \quad A = R\$ 12.000.000,00 / 10 = R\$ 1.200.000,00.$$

Sabe-se, ainda, que os juros de cada prestação são obtidos mediante a multiplicação da taxa unitária pelo saldo devedor do período anterior.

No presente caso, deseja-se saber o valor da primeira prestação; logo, tem-se que calcular o juro sobre o saldo devedor zero:

$$J_1 = SD_0 \times 0,03 \Rightarrow J_1 = R\$ 12.000.000,00 \times 0,03 = R\$ 360.000,00.$$

Como o valor de qualquer prestação é composto pela amortização mais o juro do período, tem-se:

$$P_1 = A + J_1$$

$$P_1 = \text{R\$ } 1.200.000,00 + \text{R\$ } 360.000,00$$

$$P_1 = \text{R\$ } 1.560.000,00.$$

Logo, a resposta correta é a letra “A”.

- 7) Com base nas informações constantes da planilha abaixo, calcular o valor do empréstimo, sabendo-se que foi utilizado o sistema francês de amortização.

ANO	PRESTAÇÃO	JUROS	AMORTIZAÇÃO DO PRINCIPAL	SALDO DEVEDOR
0				
1				
2			157.953,76	
3		31.982,00		
4			177.476,84	
5				
TOTAL				

- a) R\$ 835.500,00. d) R\$ 844.500,00.
b) R\$ 840.000,00. e) R\$ 825.000,00.
c) R\$ 835.000,00.

Solução

A primeira coisa a ser descoberta neste exercício é a taxa que foi utilizada na operação. Comentou-se, no texto do capítulo 9, que a amortização do período $n+1$ equivale ao montante quando tomada como capital a amortização do período n . Desta forma, a amortização do período 4 representa o montante da amortização do período 2 com $n = 2$. Pode-se, então, obter a taxa implicada na operação do seguinte modo:

$$(1+i)^2 = A_4 / A_2 \Rightarrow (1+i)^2 = 177.476,84 / 157.953,76$$

$$\Rightarrow (1+i)^2 = 1,12359997$$

Procurando na tabela, encontra-se, para $n = 2$, o valor de 1,1236 na coluna representativa de 6%. Logo, a taxa da operação é de 6%.

Superada a fase de encontrar a taxa da operação, tem-se que saber o valor de cada uma das prestações. Para tanto, sabe-se que $P = A + J$. Os juros da terceira prestação foram fornecidos; logo, calcula-se o valor da terceira amortização para saber o valor da prestação.

$$A_3 = A_2 \times (1 + 0,06) \quad A_3 = 157.953,76 \times 1,06 = 167.430,98.$$

Desta forma, a prestação possui o seguinte valor:

$$P = A_3 + J_3 \quad P = 167.430,98 + 31.982,00 = 199.412,98.$$

Como se está tratando do sistema de amortização francês ou Tabela *Price*, sabe-se que todas as prestações possuem o mesmo valor, pois esta é uma das principais características deste sistema de amortização.

Sabe-se que o juro incidente sobre a primeira prestação é obtido pela aplicação da taxa sobre o valor financiado ou saldo devedor na data zero. Sabe-se, ainda, que a $P = A + J$. Desta forma, necessita-se saber o valor da primeira amortização:

$$A_1 = A_2 / (1 + 0,06) \quad A_1 = 157.953,76 / 1,06 = 149.012,98.$$

Logo, os juros da primeira prestação são:

$$J_1 = P - A_1 \quad J_1 = 199.412,98 - 149.012,98 = 50.400,00.$$

Sendo o juro da primeira prestação 6% do valor financiado, então o valor financiado pode ser obtido pela aplicação da seguinte regra de três:

$$\begin{array}{ccc} 50.400,00 & \xrightarrow{\quad} & 6\% \\ Va & \xrightarrow{\quad} & 100\% \end{array}$$

$$Va = 50.400,00 \times 100\% / 6\%$$

$$Va = 840.000,00.$$

Logo, a resposta correta é a letra “B”.

- 8) Um auditor fiscal da Receita Federal, recém-nomeado, cujo salário é de R\$ 6.000,00, resolveu fazer uma capitalização pelos restantes 35 anos de trabalho que lhe restam, antes de se aposentar. Para tanto ele irá depositar mensalmente, ao final de cada mês, o correspondente a 11% do seu salário bruto. Pesquisando no mercado financeiro, foi-lhe garantida uma taxa real de 6% ao ano, com capitalização mensal. Quanto terá nessa capitalização quando se implementarem as condições para poder se aposentar?**

- a) R\$ 277.200,00.
- b) R\$ 859.320,00.
- c) R\$ 1.136.520,00.
- d) R\$ 1.845.780,00.
- e) R\$ 940.308,79.

Solução

$$P = R\$ 660,00 \quad n = 35 \text{ anos} \Rightarrow 420 \text{ meses}$$

$$i = 6\% \text{ ao ano} \Rightarrow 0,5\% \text{ ao mês.}$$

Percebam que os depósitos mensais são de 11%. Este valor corresponde ao percentual com que contribuem os servidores públicos para com a seguridade social.

$$M = \text{R\$ } 940.308,79.$$

A resposta correta é a letra “E”.

- a) $1.000 / 6$;
b) $1.000 \times 2,31306$;
c) $1.000 / 3,784482$;
d) $1.000 / 8,753738$;
e) $1.000 / 2,31306$.

Somente para relembrar: é característica do sistema de amortização francês ou Tabela X que a primeira prestação seja paga no final do primeiro período e que todas as parcelas possuam igual valor.

P = 264,24 u.m.

Portanto, a resposta correta é a letra “C”.

- a) 5%;
b) 6%;
c) 10%;
d) 12%;
e) 15%.

Entrada = 30% de R\$ 2.000.000,00 = R\$ 600.000,00

Valor financiado = preço à vista – entrada = R\$ 1.400.000,00, que é o Va .

$n = 12$ prestações mensais

$P = R\$ 226.011,54$

$i = ?$

$Va = P \times a_{n|i}$

$a_{n|i} = Va / P$

$a_{n|i} = R\$ 1.400.000,00 / R\$ 226.011,54$

$a_{n|i} = 6,194374$.

Procurando na tabela, na linha correspondente a 12 períodos, encontra-se o valor do $a_{n|i}$ = na coluna de 12%. Logo, a taxa de juros praticada na negociação é de 12% ao ano. A resposta correta é a letra “D”.

11) (Prova AFTN/91) Quanto devo depositar, mensalmente, para obter um montante de 12.000, ao fim de um ano, sabendo-se que a taxa mensal de remuneração do capital é de 4% e que o primeiro depósito é feito ao fim do primeiro mês?

a) 12.000 / 15,025805.

d) 12.000 / (12 x 1,601032).

b) 12.000 / (12 x 1,48).

e) 12.000 / 12.

c) 12.000 / 9,385074.

Solução

$M = 1.200$

P mensal =?

$n = 12$ meses

$M = P \times S_{n|i}$

$S_{12|4} = 15,02581$ (valor encontrado na tabela).

$P = 12.000 / 15,02581$

$P = 798,62$.

A resposta correta é a letra “A”.

12) (Prova AFTN) Pedro aplicou R\$ 100.000,00 a juros compostos, capitalizados mensalmente, e depois de 2 anos tinha R\$ 322.509,99. José quer ter a mesma soma, no final do mesmo período, à mesma taxa de juros compostos, mas desembolsando quantias iguais no final de cada mês. Nessas condições, os depósitos devem ser de:

a) R\$ 7.247,09;

d) R\$ 7.825,65;

b) R\$ 7.580,10;

e) R\$ 7.955,30.

c) R\$ 7.632,70;

Solução

$M = R\$ 322.509,99$

$C = R\$ 100.000,00$

$n = 2$ anos = 24 meses

$(1 + i)^n = M / C$

$(1 + i)^{24} = R\$ 322.509,99 / R\$ 100.000,00$

$(1 + i)^n = 3,225099$ (procurando na tabela com $n = 24$ períodos, encontra-se $i = 5\%$ ao período, no caso, 5% ao mês).

$$M = P \times S_{n_i} \quad M = P \times S_{24_5} \quad P = M / S_{24_5}$$

$$S_{24} \cap_5 = 44,502 \text{ (tabela)}$$

$$P = \text{R\$ } 322.509,99 / 44,502$$

$$P = \text{R\$ } 7.247,09.$$

Portanto, a resposta correta é a letra “A”.

- 13) (Prova AFTN) Um microcomputador é vendido pelo preço à vista de R\$ 2.000,00, mas pode ser financiado com 20% de entrada e a uma taxa de juros de 96% a.a., “Tabela Price”. Sabendo-se que o financiamento deve ser amortizado em 5 meses, o total de juros pagos pelo comprador é de, aproximadamente:**

- a) R\$ 403,65; d) R\$ 411,39;
b) R\$ 408,23; e) R\$ 420,22.
c) R\$ 410,73;

Solução

$$Va = \text{preço à vista} - \text{entrada} = \text{R\$ } 2.000,00 - \text{R\$ } 400,00 = \text{R\$ } 1.600,00$$

$$i = 96\% \text{ ao ano} \Rightarrow 8\% \text{ ao mês}$$

n = 5 meses

$J = ?$

P = ?

$$P = V a / a_n \quad P = V a / a_{5-8} \quad a_{5-8} = 3,99271$$

$$P = \text{R\$ } 1.600,00 / 3,99271$$

$$P = 400,73.$$

Os juros serão apurados pela diferença entre o total a pagar e o valor financiado.

Tem-se, então:

$$J = (\text{R\$ } 400,73 \times 5) - \text{R\$ } 1.600,00$$

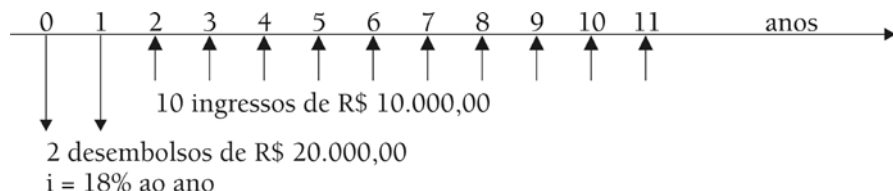
$$J = \text{R\$ } 2.003,65 - \text{R\$ } 1.600,00$$

$$J = \text{R\$ } 403,65.$$

Logo, a alternativa correta é a letra “A”.

- 14) (Prova AFTN/91) Uma alternativa de investimento possui um fluxo de caixa com um desembolso de 20.000 no início do primeiro ano, um desembolso de 20.000 no fim do primeiro ano e dez entradas líquidas anuais e consecutivas de 10.000 a partir do fim do segundo ano, inclusive. A uma taxa de 18% ao ano, obtenha o valor atual desse fluxo de caixa, no fim do primeiro ano.

- a) 24.940,86.
b) 11.363,22.
c) 5.830,21.
d) 4.940,86.
e) 1.340,86.

Solução

O valor atual dos desembolsos (parte negativo) no momento 1 é determinado da seguinte forma:

$$Va_1 = -R\$ 20.000,00 \times (1,18)^1 + -R\$ 20.000,00$$

$$Va_1 = -R\$ 20.000,00 + -R\$ 23.600,00 = -R\$ 43.600,00$$

O valor atual, no momento 1, dos ingressos (parte positiva) é obtido como segue:

$$Va = P \times a_{n|i} \times a_{10|18} = 4,494086 \text{ (obtido da tabela), logo:}$$

$$Va = R\$ 10.000,00 \times 4,494086$$

$$Va = R\$ 44.940,86.$$

Desta forma, o valor atual líquido (parte positiva menos parte negativa) é de R\$ 1.340,86 positivo. A alternativa correta é a letra "E".

- 15) (AFTN – Esaf/1996) Uma pessoa paga uma entrada, no valor de \$ 23,60, na compra de um equipamento, e paga mais quatro prestações mensais, iguais e sucessivas, no valor de \$ 14,64 cada uma. A instituição financeira cobra uma taxa de juros de 120% ao ano, capitalizados mensalmente (juros compostos). Com base nestas informações, pode-se afirmar que o valor que mais se aproxima do valor à vista do equipamento adquirido é de:**

- a) \$ 70,00;
- b) \$ 76,83;
- c) \$ 86,42;
- d) \$ 88,00;
- e) \$ 95,23.

Solução

O preço à vista do equipamento equivale ao valor da entrada mais o valor atual da série de quatro pagamentos. Assim, precisa-se determinar o Va .

$$Va = P \times a_{n|i} \times a_{4|10} = 3,169865$$

$$Va = 14,64 \times 3,169865 = R\$ 46,40$$

Desta forma, o preço à vista deste equipamento é de R\$ 70,00 (R\$ 46,40 + R\$ 23,60). A resposta correta é, portanto, a letra "A".

- 16) (AFTN – Esaf/1996) Um empréstimo de \$ 20.900 foi realizado com uma taxa de juros de 36% ao ano, capitalizados trimestralmente, e deverá ser liquidado através do pagamento de duas prestações trimestrais, iguais e consecutivas**

(primeiro vencimento ao final do primeiro trimestre, segundo vencimento ao final do segundo trimestre). O valor que mais se aproxima do valor de cada prestação é de:

- a) \$ 10.350,00;
- b) \$ 10.800,00;
- c) \$ 11.881,00;
- d) \$ 12.433,33;
- e) \$ 12.600,00.

Solução

A questão é direta. É solicitado o valor de cada uma das duas prestações nas condições propostas:

$$P = Va / a_n \cdot \tau_i$$

$$P = ? \quad Va = \$ 20.900 \quad n = 2 \text{ trimestres} \quad i = 9\% \text{ ao trimestre}$$

$$A_2 \cdot \tau_9 = 1,759111$$

$$P = \$ 20.900 / 1,759111$$

$$P = \$ 11.881,00.$$

Logo, a resposta correta é a letra “C”.

- 17) (AFTN – Esaf/1998) Uma compra no valor de R\$ 10.000,00 deve ser paga com uma entrada de 20% e o saldo devedor financiado em doze prestações mensais iguais, vencendo a primeira prestação ao fim de um mês, a uma taxa de 4% ao mês. Considerando que este sistema de amortização corresponde a uma anuidade ou renda certa, em que o valor atual da anuidade corresponde ao saldo devedor e que os termos da anuidade correspondem às prestações, calcule a prestação mensal, desprezando os centavos.**

- a) R\$ 986,00.
- b) R\$ 852,00.
- c) R\$ 923,00.
- d) R\$ 900,00.
- e) R\$ 1.065,00.

Solução

No enunciado, não foi informado expressamente de que sistema de amortização se trata. Porém, tem-se absoluta certeza de que se trata do sistema francês ou Tabela Price, pois foi informado que as prestações são todas iguais. Assim, tem-se:

$$Va = R\$ 10.000,00 - \text{entrada de } R\$ 2.000,00 = R\$ 8.000,00$$

$$n = 12 \text{ prestações mensais} \quad i = 4\% \text{ ao mês} \quad P = ?$$

$$P = Va / a_n \cdot \tau_i \quad a_{12} \cdot \tau_4 = 9,385074$$

$$P = R\$ 8.000,00 / 9,385074$$

$$P = R\$ 852,41$$

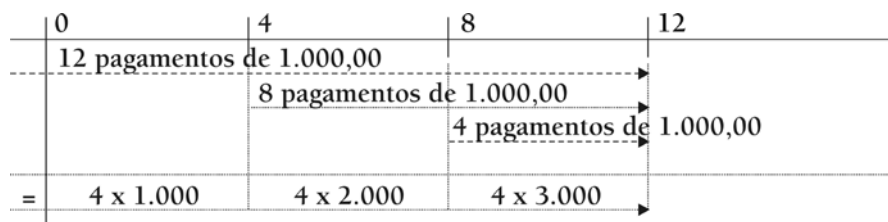
Assim, a resposta correta, desprezando os centavos, é a letra “B”.

18) (AFRF/2000/2001 – Esaf) Um indivíduo faz um contrato com um banco para aplicar mensalmente R\$ 1.000,00 do primeiro ao quarto mês, R\$ 2.000,00 mensalmente do quinto ao oitavo mês, R\$ 3.000,00 mensalmente do nono ao décimo segundo mês. Considerando que as aplicações são feitas ao fim de cada mês, calcule o montante ao fim dos doze meses, considerando uma taxa de juros compostos de 2% ao mês (despreze os centavos).

- a) R\$ 21.708,00.
- b) R\$ 29.760,00.
- c) R\$ 35.520,00.
- d) R\$ 22.663,00.
- e) R\$ 26.116,00.

Solução

Observe o esquema abaixo, que representa a situação apresentada de duas maneiras diferentes:



Veja que se pode calcular o montante solicitado de duas formas, no entanto é mais racional usar a esquematização que está acima da linha tracejada, pois assim não haverá diferimento; logo, diminuiremos o nosso cálculo em duas operações.

O montante em rendas certas é calculado pela aplicação da seguinte fórmula:

$$M = P \times S_{n-i}$$

Onde:

M é o montante;

P é o valor de cada parcela; e

S_{n-i} é valor encontrado em tabela, ou calculado pela seguinte expressão:

$$S_{n-i} = [(1 + i)^n - 1] / i$$

Onde “i” é a taxa unitária ao período e “n” o número de períodos.

Considerando que o valor de S_{n-i} foi fornecido na prova por meio de tabela, o cálculo do valor fica bastante simples, como segue:

$$M_1 + M_2 + M_3 = M_{\text{total}}$$

$$M_1 = 1.000 \times S_{12-2} = 1.000,00 \times 13,41209 = 13.412,09$$

$$M_2 = 1.000 \times S_{8-2} = 1.000,00 \times 8,582969 = 8.582,96$$

$$M_3 = 1.000 \times S_{4-2} = 1.000,00 \times 4,121608 = 4.121,60$$

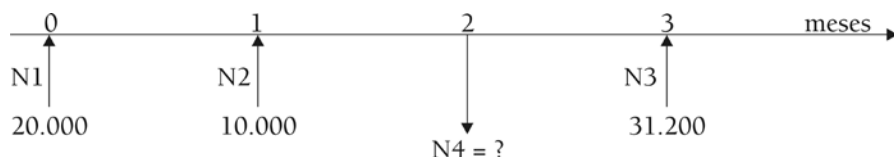
$$\text{Montante total} = 13.412,09 + 8.582,96 + 4.121,60 = \text{R\$ } 26.116,65$$

Como o enunciado fala que o valor mais aproximado deve ser o assinalado, a resposta correta é a letra “E”.

- 19) (AFRF/2000/2001 – Esaf)** Uma empresa deve pagar R\$ 20.000,00 hoje, R\$ 10.000,00 ao fim de trinta dias e R\$ 31.200,00 ao fim de noventa dias. Como ela só espera contar com os recursos necessários dentro de sessenta dias e pretende negociar um pagamento único ao fim desse prazo, obtenha o capital equivalente que quita a dívida ao fim dos sessenta dias, considerando uma taxa de juros compostos de 4% ao mês.

- a) R\$ 63.232,00.
- b) R\$ 64.000,00.
- c) R\$ 62.032,00.
- d) R\$ 62.200,00.
- e) R\$ 64.513,28.

Solução



$i = 4\%$ ao mês.

O valor de $N4$ pode ser obtido de diversas formas, porém o mais racional é calcular o montante de $N1$ e $N2$ até o mês 2 e somar o valor assim encontrado com o valor atual de $N3$ na data do mês 2.

$$N4 = N1 \times (1,04)^2 + N2 \times (1,04) + N3 / (1,04)$$

$$N4 = 20.000 \times 1,0816 + 10.000 \times 1,04 + 31.200 / 1,04$$

$$N4 = 21.632,00 + 10.400,00 + 30.000,00$$

$$N4 = \text{R\$ } 62.032,00.$$

A resposta correta é a letra “C”.

- 20) (AFRF/2000/2001 – Esaf)** Uma pessoa faz uma compra financiada em doze prestações mensais e iguais de R\$ 210,00. Obtenha o valor financiado, desprezando os centavos, a uma taxa de juros compostos de 4% ao mês, considerando que o financiamento equivale a uma anuidade e que a primeira prestação vence um mês depois de efetuada a compra.

- a) R\$ 3.155,00.
- b) R\$ 2.048,00.
- c) R\$ 1.970,00.
- d) R\$ 2.530,00.
- e) R\$ 2.423,00.

Solução

O valor financiado é o próprio valor atual que é encontrado do seguinte modo:

$$Va = ? \quad P = \text{R\$ } 210,00 \quad n = 12 \text{ prestações mensais}$$

$i = 4\%$ ao mês.

$$Va = P \times a_{n|i} \quad P \times a_{12|4} = 9,385074$$

$$Va = \text{R\$ } 210,00 \times 9,385074$$

$$Va = \text{R\$ } 1.970,86.$$

Desprezando os centavos, a resposta correta é a letra “C”.

21) (Esaf – AFRF/2002) Uma empresa recebe um financiamento para pagar por meio de uma anuidade postecipada, constituída por vinte prestações semestrais iguais no valor de R\$ 200.000,00 cada. Imediatamente após o pagamento da décima prestação, por estar em dificuldades financeiras, a empresa consegue com o financiador uma redução da taxa de juros de 15% para 12% ao semestre e um aumento no prazo restante da anuidade de dez para quinze semestres. Calcule o valor mais próximo da nova prestação do financiamento.

- a) R\$ 136.982,00.
- b) R\$ 147.375,00.
- c) R\$ 151.342,00.
- d) R\$ 165.917,00.
- e) R\$ 182.435,00.

Solução

O primeiro passo é calcular o valor financiado, pois tem-se o valor das prestações, a taxa de juros e o número de períodos, não se esquecendo de que o valor financiado é o próprio valor atual.

$$Va = P \times a_{n-i}$$

$$Va = 200.000 \times 6,259331$$

$$Va = 1.251.866,20.$$

Pode-se, agora, calcular o juro embutido na 1ª prestação:

$$J1 = 0,15 \times 1.251.866,20$$

$$J1 = 187.779,93.$$

Uma vez calculado o juro, têm-se condições de saber o valor da amortização da 1ª prestação:

$$P = A + J$$

$$A = P - J = 200.000,00 - 187.779,93 = 12.220,07.$$

Agora, pode-se calcular o valor da 10ª amortização:

$$A10 = A1 (1 + 0.15)^9$$

$$A10 = 12.220,07 \times 3,517876 = 42.988,69.$$

Como $P = A + J$, o juro embutido nessa 10ª prestação é de:

$$200.000,00 - 42.988,69 = 157.011,31.$$

Esse juro representa 15% do saldo devedor do período anterior, então, o SD_{n-1} é:

$$157.011,31 \longrightarrow 15\%$$

$$X \longrightarrow 100\%$$

$$X = 1.046.742,06.$$

Assim, o saldo devedor antes de pagar a 10ª prestação era de 1.046.742,06.

Após o pagamento da 10ª prestação, o SD será:

$$SD_n = SD_{n-1} - A_n$$

$$SD_{10} = 1.946.742,06 - 42.988,69 = 1.003.753,37.$$

Esse valor será o novo valor atual para calcular o valor da prestação renegociada.

$$n = 15$$

$$i = 12$$

$$V_a = 1.003.753,37$$

$$P = ?$$

$$P = V_a / a_{n-i}$$

$$P = 1.003.753,37 / 6,810864$$

$$P = 147.375,33.$$

Portanto, a resposta correta é a letra “B”.

- 22) (Esaf – AFRF/2002) Uma pessoa, no dia 1º de agosto, contratou com um banco aplicar mensalmente R\$ 1.000,00 durante seis meses, R\$ 2.000,00 mensalmente durante os seis meses seguintes e R\$ 3.000,00 mensalmente durante mais seis meses. Considerando que a primeira aplicação seria feita em 1º de setembro e as seguintes sempre no dia primeiro de cada mês e que elas renderiam juros compostos de 2% ao mês, indique qual o valor mais próximo do montante que a pessoa teria dezoito meses depois, no dia 1º de fevereiro.**

- a) R\$ 36.000,00
- b) R\$ 38.449,00
- c) R\$ 40.000,00
- d) R\$ 41.132,00
- e) R\$ 44.074,00

Solução

Observe o esquema abaixo, que representa a situação apresentada de duas maneiras diferentes:

	0	6	12	18
	18 pagamentos de 1.000,00			
		12 pagamentos de 1.000,00		
			6 pagamentos de 1.000,00	
=	6 x 1.000	6 x 2.000	6 x 3.000	

Veja que se pode calcular o montante solicitado de duas formas. No entanto, é mais racional usar a esquematização que está acima da linha tracejada, pois não haverá diferimento.

O montante em rendas certas é calculado pela aplicação da seguinte fórmula:

$$M = P \times S_{n-i}$$

Onde:

M é o montante;

P é o valor de cada parcela; e

S_{n-i} é valor encontrado em tabela, ou calculado pela seguinte expressão:

$$S_{n-i} = [(1 + i)^n - 1] / i$$

Onde i é a taxa unitária ao período e n , o número de períodos.

Considerando que o valor de S_{n-i} foi fornecido na prova, o cálculo do valor fica muito simplificado, como segue:

$$M1 + M2 + M3$$

$$M1 = 1.000 \times S_{18-2} = 1.000,00 \times 21,41231 = 21.412,31$$

$$M2 = 1.000 \times S_{12-2} = 1.000,00 \times 13,41209 = 13.412,09$$

$$M3 = 1.000 \times S_{6-2} = 1.000,00 \times 6,30812 = 6.308,12$$

$$\text{Montante total} = 21.412,31 + 13.412,09 + 6.308,12 = 41.132,52.$$

Como o enunciado fala que o valor mais aproximado deve ser o assinalado, a resposta correta é, portanto, a letra “D”.

23) (Esaf – AFRF/2002) Calcule o valor mais próximo do valor atual no início do primeiro período do seguinte fluxo de pagamentos, vencíveis ao fim de cada período: do período 1 a 6, cada pagamento é de R\$ 3.000,00; do período 7 a 12, cada pagamento é de R\$ 2.000,00; e do período 13 a 18, cada pagamento é de R\$ 1.000,00. Considere juros compostos e que a taxa de desconto racional é de 4% ao período.

a) R\$ 33.448,00.

d) R\$ 27.286,00.

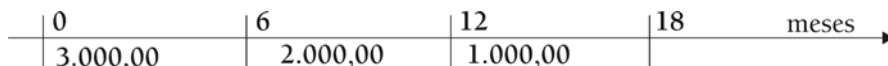
b) R\$ 31.168,00.

e) R\$ 25.628,00.

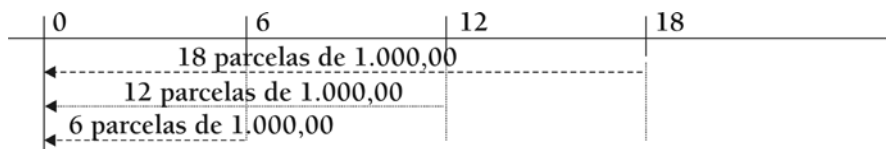
c) R\$ 29.124,00.

Solução

Nessa questão, a situação é o inverso do que se fez na questão anterior. Pede-se o valor atual – Va. Acompanhem:



Isto vem a ser a mesma coisa do que o seguinte esquema:



O Va é calculado pela seguinte fórmula:

$$Va = P \times a_{n-i}$$

Onde:

Va = valor atual

P = o valor de cada parcela ou prestação

a_{n-i} = valor encontrado na tabela, ou calculado pela seguinte expressão:

$$a_{n-i} = [(1 + i)^n - 1] / [i \times (1 + i)^n]$$

Desta forma, o valor atual total será a soma dos três valores atuais:

$$Va_1 = 1.000,00 \times a_{18-4} = 1.000,00 \times 12,65929 = 12.659,29$$

$$Va_2 = 1.000,00 \times a_{12-4} = 1.000,00 \times 9,38507 = 9.385,07$$

$$Va_3 = 1.000,00 \times a_{6-4} = 1.000,00 \times 5,24213 = 5.242,13$$

$$Va \text{ total} = 12.659,29 + 9.385,07 + 5.242,13 = 27.286,49.$$

A alternativa correta, portanto, é a letra “D”.

24) (AFRF/2002-2) Na compra de um carro em uma concessionária, no valor de R\$ 25.000,00, uma pessoa dá uma entrada de 50% e financia o saldo devedor em doze prestações mensais, a uma taxa de 2% ao mês. Considerando que a pessoa consegue financiar ainda o valor total do seguro do carro e da taxa de abertura de crédito, que custam R\$ 2.300,00 e R\$ 200,00, respectivamente, nas mesmas condições, isto é, em doze meses e a 2% ao mês, indique o valor que mais se aproxima da prestação mensal do financiamento global.

- a) R\$ 1.405,51.
- b) R\$ 1.418,39.
- c) R\$ 1.500,00.
- d) R\$ 1.512,44.
- e) R\$ 1.550,00.

Solução

O aspecto interessante desta questão, e que por isso merece ênfase, é que sobre o valor pago como entrada, que é pagamento à vista, não incidem juros.

Desta forma, para calcular o valor das prestações, deve-se excluir R\$ 12.500,00 do preço do veículo, pois esta parcela já foi paga e não será, por isso, financiada.

O valor efetivamente financiado, o qual se chamará de valor atual (V_a), corresponde à soma dos R\$ 12.500,00 com os valores do seguro do carro e da taxa de abertura de crédito. Obtém-se, assim, um total de R\$ 15.000,00.

É informado que esse saldo devedor será financiado em 12 prestações mensais, a uma taxa de 2% ao mês. Resta presumir que todas as prestações tenham o mesmo valor, pois esse dado deveria estar informado no enunciado da questão.

Assim sendo, está-se diante de um problema de rendas certas, para cuja **Solução** socorre-se da Tabela *Price* ou sistema francês. Por este método de cálculo de prestações, usa-se a seguinte expressão:

$$P = V_a / \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

A última parte da expressão representa o que se chama de fator atual de uma série uniforme:

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = a_{n-i}$$

O valor de a_{n-i} é encontrado em tabela. Essa tabela foi fornecida na prova.

Na tabela, deve-se procurar na linha $n = 12$ (número de períodos) até o encontro com a coluna $i = 2\%$.

Consultando a tabela dessa forma, encontra-se o valor de $a_{12-2} = 10,57534$.

Aplicando esse valor na fórmula, tem-se:

$$P = \frac{\text{R\$ } 15.000,00}{10,57534}$$

$$P = \text{R\$ } 1.418,39.$$

A resposta encontrada coincide com a letra “B”.

- a) 2.208,87. d) 2.273,33.
b) 2.227,91. e) 2.300,25.
c) 2.248,43.

a) R\$ 94.608,00.
b) R\$ 88.149,00.
c) R\$ 82.265,00.
d) R\$ 72.000,00.
e) R\$ 58.249,00.

Solução

Nesta questão, tem-se a famosa dedução de que o esquema equivale a 18 pagamentos de 2.000, 12 pagamentos de 2.000 e mais 6 pagamentos de 2.000. Então:

$$M_1 = 2.000 \times S_{18|3} = 2.000 \times 23,414435 = 46.828,87$$

$$M_2 = 2.000 \times S_{12|3} = 2.000 \times 14,192029 = 28.384,06$$

$$M_3 = 2.000 \times S_{6|3} = 2.000 \times 6,468410 = 12.936,82$$

Total

$$M_1 + M_2 + M_3 = 88.149,75.$$

A resposta correta é a letra “B”, coincidente com o gabarito oficial.

- 27) (FISCAL SC/1998) Um equipamento é vendido através de um financiamento em doze prestações mensais e iguais, sendo que a loja exige 20% sobre o preço à vista como entrada. A taxa de juros compostos da loja é de 18% ao ano, Tabela Price. A primeira prestação, no valor de R\$ 500,00, vence um mês após a compra. O valor do equipamento, desprezados os centavos, e a taxa de juros efetiva cobrada, em termos anuais, são, respectivamente:**

Dados: $s_{12|1,5} = 13,041211$; $a_{12|1,5} = 10,907505$; $(1,015)^{12} = 1,195618$

- a) R\$ 27.269,00 e 19,56%; d) R\$ 6.817,00 e 19,56%;
b) R\$ 5.453,00 e 18,56%; e) R\$ 6.544,00 e 19,56%.
c) R\$ 7.200,00 e 18,56%;

Solução

Va = ? P = R\$ 500,00 n = 12 prestações mensais

i = 18% ao ano $\Rightarrow$ 1,5% ao mês

Preço de venda do equipamento = ?

Taxa de juros efetiva anual = ?

A taxa efetiva anual foi, de certa forma, fornecida na própria questão, pois forneceram o valor de $(1 + i)^{12} = 1,195618$. Desse valor, subtraindo a unidade e multiplicando por 100, tem-se a taxa percentual efetiva anual, ou seja, 19,56% ao ano.

Outro quesito formulado na questão diz respeito ao valor de venda do equipamento. Foi informado que o equipamento foi vendido com entrada de 20% e o saldo financiado; logo, o valor financiado representa 80% do preço de venda. Ademais, o valor financiado é o valor atual, que se apura do seguinte modo:

$$Va = P \times a_{n|i}; a_{12|1,5} = 10,907505 \text{ (fornecido na questão)}$$

$$Va = R\$ 500,00 \times 10,907505$$

$$Va = R\$ 5.453,75.$$

O preço de venda será, então, de:

$$R\$ 5.453,75 \longrightarrow 80\%$$

$$PV \longrightarrow 100\%$$

$$PV = R\$ 5.453,75 \times 100\% / 80\%$$

$$PV = R\$ 6.817,19.$$

Portanto, a resposta correta é a letra “D”.

- a) R\$ 42.000,00; d) R\$ 84.000,00;
b) R\$ 24.000,00; e) R\$ 14.000,00.
c) R\$ 6.000,00;

Desta forma, o saldo devedor após o pagamento da décima quarta prestação é de R\$ 6.000,00, sendo a resposta correta a letra “C”.

- a) $67,54 - 348,81 - 388,59$; d) $80,18 - 336,17 - 375,95$;
b) $72,88 - 343,47 - 383,25$; e) $84,44 - 331,91 - 371,74$.
c) $77,24 - 339,11 - 378,89$;

A resposta correta é a letra “E”.

30) (Analista de Comércio Exterior – Esaf/1998) Um indivíduo deseja obter R\$ 100.000,00 para comprar um apartamento ao fim de um ano e, para isso, faz um contrato com um banco em que se compromete a depositar mensalmente, durante um ano, a quantia de R\$ 3.523,10, com rendimento acertado de 3% ao mês, iniciando o primeiro depósito ao fim do primeiro mês. Transcorrido um ano, o banco se compromete a financiar o saldo restante dos R\$ 100.000,00 à taxa de 4% ao mês, em doze parcelas mensais iguais, vencendo a primeira ao fim de trinta dias. Calcular a prestação mensal desse financiamento, sem considerar centavos.

- a) R\$ 4.436,00. d) R\$ 5.023,00.
b) R\$ 4.728,00. e) R\$ 5.327,00.
c) R\$ 5.014,00.

Solução

Na **Solução** deste exercício, deve-se, inicialmente, calcular o montante da série de depósitos realizados e subtraí-lo do valor de R\$ 100.000,00. O saldo deste valor de R\$ 100.000,00 será o valor atual para, a partir daí, calcular o valor das 12 prestações que o indivíduo deve pagar.

Assim, tem-se o seguinte montante:

$$M = P \times S_{n \cdot i} \quad P = \text{R\$ } 3.523,10 \quad n = 12 \text{ parcelas} \quad i = 3\% \text{ ao mês}$$

$$S_{12 \cdot 3} = 14,19203$$

$$M = \text{R\$ } 3.523,10 \times 14,19203$$

$$M = \text{R\$ } 50.000,00.$$

Para o cálculo do valor das 12 prestações, muda a taxa, que passa para 4%, e o valor atual para esse cálculo é de R\$ 50.000,00.

$$P = Va / a_{n \cdot i} \quad a_{12 \cdot 4} = 9,385074$$

$$P = \text{R\$ } 50.000,00 / 9,385074$$

$$P = \text{R\$ } 5.327,60.$$

Logo, a resposta correta é a letra “E”.

31) (ANALISTA CVM/2000 – Esaf) Uma dívida no valor de R\$ 60.020,54 deve ser paga em sete prestações postecipadas de R\$ 10.000,00, a uma determinada taxa de juros. Considerando esta mesma taxa de juros, calcule o saldo devedor imediatamente após o pagamento da segunda prestação (despreze os centavos).

- a) R\$ 18.860,00. d) R\$ 52.421,00.
b) R\$ 44.518,00. e) R\$ 60.020,00.
c) R\$ 50.000,00.

Solução

$$Va = \text{R\$ } 60.020,54 \quad P = \text{R\$ } 10.000,00$$

$$n = 7 \text{ prestações} \quad i = ?$$

$$a_{n \cdot i} = Va / P \quad a_{n \cdot i} = \text{R\$ } 60.020,54 / \text{R\$ } 10.000,00 = 6,002054.$$

Consultando a tabela, com $n = 7$ períodos, encontra-se o $i = 4\%$.

Após o pagamento da segunda prestação, restam cinco a ser pagas. O saldo devedor, neste caso, representa o valor atual com $n = 5$, mantidas as demais condições.

Logo, a resposta correta é a letra “B”.

- a) R\$ 3.840,00.
b) R\$ 3.938,00.
c) R\$ 4.025,00.
d) R\$ 4.178,00.
e) R\$ 4.362,00.

Solução

A questão trata do sistema de amortização francês ou Tabela *Price*.

Sabe-se que qualquer prestação é composta pelas parcelas de juros mais amortização.

Assim:

$$P = J + A$$

Sabe-se, também, que o valor da amortização é crescente de forma exponencial, sendo que a segunda amortização representa o montante, considerado como capital o valor da primeira amortização. Aplicando, sucessivamente, o percentual de juros compostos até a última amortização, tem-se, aí, o valor respectivo.

Assim, se for considerado o valor da primeira amortização como sendo A_1 e o valor da última amortização como A_{18} , pode-se obter A_{18} com base em A_1 da seguinte forma:

$$A_{18} = A_1 \times (1 + i)^{17}.$$

Porém, precisa-se saber, antes de tudo, qual foi a taxa aplicada ao presente exercício.

Sabe-se que o valor atual é de R\$ 10.000,00, as prestações de R\$ 727,09 e que estas são em número de 18.

Assim, o valor da taxa é obtido pela tabela, com o seguinte cálculo:

$$a_{n \cdot i} = 10.000,00 / 727,09 = 13,753455.$$

Buscando na tabela, na linha dos 18 períodos, encontra-se esse valor na coluna de 3%. Portanto, a taxa aplicada foi de 3%.

Ora, como $P = J + A$, tem-se a seguinte situação: o juro é sempre calculado sobre o saldo devedor do período anterior; logo, o juro da primeira prestação incide sobre o valor financiado. Portanto, o juro compreendido na primeira prestação é de R\$ 300,00 (3% de R\$ 10.000,00). Consequentemente, a primeira amortização é de R\$ 427,09 (R\$ 727,09 – R\$ 300,00).

Voltando à explicação inicial da questão, pode-se calcular facilmente o valor da décima segunda amortização, pela aplicação da seguinte fórmula:

$$A_{12} = A_1 \times (1 + i)^{12-1}$$

$$A_{12} = 427,09 (1 + 0,03)^{11}$$

$$A_{12} = 427,09 \times 1,384233$$

$$A_{12} = \text{R\$ } 591,19.$$

Pode-se deduzir, a partir desse valor, que os juros da décima segunda prestação foram de R\$ 135,90, o que representa 3% do saldo devedor do período anterior. Aplicando uma regra de três simples, encontra-se o valor de R\$ 4.530,00. Desse valor, deve-se subtrair a amortização do período considerado, ou seja, o valor de R\$ 591,19. Logo, o saldo devedor que foi amortizado junto com o pagamento da décima segunda prestação foi de R\$ 3.938,81, arredondado para R\$ 3.938,00.

Alternativa correta: letra “B”.

34) (Esaf – BACEN/2001) Um financiamento no valor de US\$ 200.000,00 possui um período de carência de pagamento de dois anos, seguido pelo pagamento semestral do financiamento, vencendo a primeira prestação seis meses após o término da carência. Calcule a prestação semestral, desprezando os centavos de dólar, considerando a taxa de juros nominal de 16% ao ano, com capitalização semestral, um prazo total para o financiamento de dez anos, incluindo a carência, e considerando que, durante a carência, os juros devidos não são pagos, mas se acumulam ao saldo devedor do financiamento.

- a) US\$ 27,713.00.
- b) US\$ 29,325.00.
- c) US\$ 30,404.00.
- d) US\$ 30,740.00.
- e) US\$ 32,025.00.

Solução

A taxa nominal considerada é de 16% ao ano, o que corresponde à taxa de 8% ao semestre, com capitalização semestral.

O pagamento deve ser feito com 16 prestações semestrais postecipadas, com carência de 2 anos, pois o prazo total do financiamento é de 10 anos.

Para determinar o valor da prestação, pode-se utilizar de um artifício, qual seja, elevar o valor atual para o final de dois anos e, a partir daí, aplicar a fórmula de prestações diretamente.

Assim, tem-se, como novo valor atual, o valor de:

$$V_a = 200.000 \times (1 + 0,08)^4$$

$$V_a = 272.097,80.$$

Agora, utilizando a fórmula dos valores atuais em série de pagamentos, pode-se calcular o valor da prestação.

$$V_a = P \times a_{n|i}$$

Com $n = 16$ e $i = 8\%$ na tabela, obtém-se o seguinte valor:

$$a_{n|i} = 8,851589, \text{ logo:}$$

$$272.097,80 = P \times 8,851589$$

$$P = 272.097,80 / 8,851589$$

$$P = 30.740,00.$$

Alternativa correta: letra “D”.

35) (Esaf – Pref. Fortaleza/2003) Um financiamento no valor de R\$ 10.000,00 é obtido a uma taxa nominal de 24% ao ano, para ser amortizado em doze prestações semestrais iguais, vencendo a primeira prestação seis meses após o fim de um período de carência de dois anos de duração, no qual os juros semestrais devidos não são pagos, mas se acumulam ao saldo devedor. Desprezando os centavos, calcule a prestação semestral do financiamento.

- a) R\$ 1.614,00.
- b) R\$ 2.540,00.
- c) R\$ 3.210,00.
- d) R\$ 3.176,00.
- e) R\$ 3.827,00.

Solução

Trata-se de cálculo de uma prestação com diferimento, isto é, com carência de 2 anos ou 4 semestres.

$$Va = R\$ 10.000,00 \quad n = 12 \text{ prestações semestrais}$$

$$i = 24\% \text{ ao ano} \Rightarrow 12\% \text{ ao semestre } P = ?$$

O cálculo do Va com diferimento é efetuado mediante o uso da seguinte fórmula:

$$Va = \frac{Px \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]}{(1+i)^m}$$

Onde $m = 4$ (número de períodos de carência).

Escrevendo a fórmula de outro modo:

$$Va \times (1+i)^m = P \times a_{n-i}, \text{ logo:}$$

$$P = Va \times (1+0,12)^4 / a_{12-i_{12}}$$

$$P = R\$ 10.000,00 \times 1,573519 / 6,194374$$

$$P = R\$ 2.540,23.$$

A resposta correta é a letra “B”.

36) (AFPS/2002) Obtenha o valor mais próximo da quantia que deve ser depositada ao fim de cada mês, considerando uma taxa de rendimento de 2% ao mês, juros compostos, com o objetivo de se obter R\$ 50.000,00 ao fim de dez meses.

- a) R\$ 5.825,00.
- b) R\$ 5.000,00.
- c) R\$ 4.782,00.
- d) R\$ 4.566,00.
- e) R\$ 3.727,00.

Solução

A questão versa sobre capitalização.

A fórmula para o cálculo da capitalização é a seguinte:

$$S \text{ ou } M = P \times S_{n-i}$$

Onde S ou M representa o montante, ao fim de determinado período de capitalização; P representa a parcela a ser aplicada em cada período, e o S_{n-i} é obtido nas tabelas financeiras ou calculado mediante aplicação da seguinte expressão:

$$S_{n-i} = [(1+i)^n - 1 / i]$$

O valor de S_{n-i} para $n = 10$ e $i = 2$ é igual a 10,949721.

Assim, o valor de cada parcela será:

$$P = M / S_{n-i}$$

$$P = 50.000 / 10,949721$$

$$P = R\$ 4.566,00.$$

Logo, a resposta correta é a da letra “D”.

37) (AFPS/2002) Um consumidor compra um bem de consumo durável no valor de R\$ 15.000,00, financiado totalmente em dezoito prestações mensais de R\$ 1.184,90, vencendo a primeira prestação ao fim do primeiro mês. Junto com o pagamento da décima segunda prestação, o consumidor acerta com o financiador o refinanciamento do saldo devedor em doze prestações mensais, à mesma taxa de juros, vencendo a primeira prestação ao fim do primeiro mês seguinte. Calcule o valor mais próximo da nova prestação mensal.

- a) R\$ 504,00.
- b) R\$ 561,00.
- c) R\$ 625,00.
- d) R\$ 662,00.
- e) R\$ 796,00.

Solução

Essa é uma questão inteligente e, em primeiro momento, pode parecer difícil. No entanto, ela é muito fácil!!! Senão, vejamos: inicialmente o empréstimo foi por 18 meses e, após o pagamento da décima segunda prestação, quer-se refinanciar o saldo devedor. Se já foram pagas 12 prestações, então restam a pagar 6 prestações. O saldo devedor dessas 6 prestações é obtido pelo cálculo do valor atual, considerando o valor de cada prestação, a taxa inicial e o prazo remanescente.

A taxa de juros do contrato inicial não foi fornecida. Precisa-se apurá-la.

Se $Va = P \times a_{n-i}$, então $a_{n-i} = Va / P$

Desta forma, o valor de $a_{n-i} = 15.000 / 1.184,90 = 12,659296$.

Para se saber o valor de i , vai-se à tabela e procura-se em $n = 18$, até se achar a coluna que contém o valor procurado. No caso presente, encontra-se o valor procurado na coluna de 4%. Então, essa foi a taxa aplicada ao financiamento.

De posse dessa taxa, pode-se calcular o valor atual remanescente, isto é, o saldo devedor após o pagamento da décima prestação.

$Va = P \times a_{n-i}$, com $n = 6$ e $i = 4$

Consultando novamente a tabela, encontra-se o valor de 5,242137.

Assim, o $Va = 1.184,90 \times 5,242137 = 6.211,41$.

Esse valor será o saldo inicial da nova proposta de pagamento. Deve-se, desta forma, calcular o novo valor da prestação, cujo prazo será de 12 meses, aplicados à mesma taxa anterior:

$Va = P \times a_{n-i}$

$6.211,41 = P \times 9,385074$

$P = 6.211,41 / 9,385074$

$P = R\$ 661,84$, isto é, o valor aproximado de R\$ 662,00, que é a resposta a ser assinalada. Letra “D”.

38) (Esaf – ATE/MS/2001) A quantia de R\$ 1.000,00 é aplicada mensalmente, durante seis meses; a quantia de R\$ 2.000,00 é aplicada mensalmente, durante os seis meses seguintes e, finalmente, a quantia de R\$ 3.000,00 é aplicada mensalmente, durante mais seis meses. Qual o valor mais próximo do montante das aplicações

ao fim dos dezoito meses de prazo, considerando que as aplicações foram sempre realizadas ao fim de cada mês e renderam uma taxa de juros compostos de 4% ao mês?

- a) R\$ 41.040,00.
- b) R\$ 47.304,00.
- c) R\$ 51.291,00.
- d) R\$ 60.000,00.
- e) R\$ 72.000,00.

Solução

No enunciado da questão, é dito que uma aplicação de R\$ 1.000,00 é realizada por 6 meses e, após, outra de R\$ 2.000,00, também por 6 meses, por fim, mais uma de R\$ 3.000,00, também por seis meses.

Pode-se entender que houve uma aplicação de R\$ 1.000,00 por 18 meses, outra de R\$ 1.000,00 por 12 meses, e mais outra de R\$ 1.000,00 por 6 meses.

Nessa circunstância, o montante é obtido pela aplicação da fórmula seguinte:

$$M = [P (1 + i)^n - 1] / i$$

$$\text{Montante total} = M1 + M2 + M3$$

$$M1 = [1.000 (1 + 0,04)^{18} - 1] / 0,04 = 25.645,41$$

$$M2 = [1.000 (1 + 0,04)^{12} - 1] / 0,04 = 15.025,80$$

$$M3 = [1.000 (1 + 0,04)^6 - 1] / 0,04 = 6.632,97$$

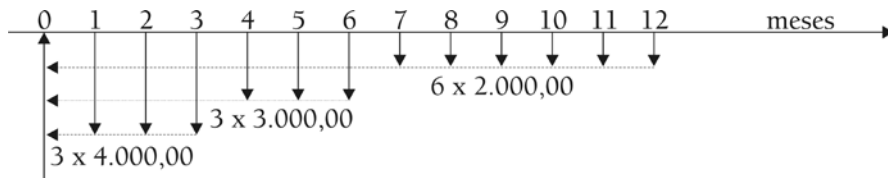
$$\text{Montante total} = 47.304,18.$$

A alternativa correta é a letra “B”.

- 39) (Esaf – SEFA/PA/2002) Uma firma deve fazer pagamentos ao fim de cada um dos próximos doze meses da seguinte maneira: R\$ 4.000,00, ao fim de cada um dos três primeiros meses; R\$ 3.000,00, ao fim de cada um dos três meses seguintes; e R\$ 2.000,00, ao fim de cada um dos seis últimos meses. Calcule o valor atual no início do primeiro mês dos pagamentos devidos, considerando uma taxa de 4% ao mês e desprezando os centavos.**

- a) R\$ 26.787,00.
- b) R\$ 26.832,00.
- c) R\$ 27.023,00.
- d) R\$ 27.149,00.
- e) R\$ 27.228,00.

Solução



$V_a = ?$

$i = 4\% \text{ ao mês}$

Perceba que se pode considerar que há o seguinte fluxo de pagamentos:

12 pagamentos de R\$ 2.000,00

6 pagamentos de R\$ 1.000,00

3 pagamentos de R\$ 1.000,00

Desta forma, os valores atuais a ser calculados são:

$$Va = P \times a_{n|i}$$

$$Va_1 = R\$ 2.000,00 \times a_{12|i} = R\$ 2.000,00 \times 9,385074 = R\$ 18.770,14$$

$$Va_2 = R\$ 1.000,00 \times a_{6|i} = R\$ 1.000,00 \times 5,242137 = R\$ 5.242,37$$

$$Va_3 = R\$ 1.000,00 \times a_{3|i} = R\$ 1.000,00 \times 2,775091 = R\$ 2.775,09.$$

O valor atual total é obtido pela soma dos três valores atuais calculados:

$$Va_t = R\$ 18.770,14 + R\$ 5.242,37 + R\$ 2.775,09 = R\$ 26.787,60.$$

A resposta correta é a letra "A".

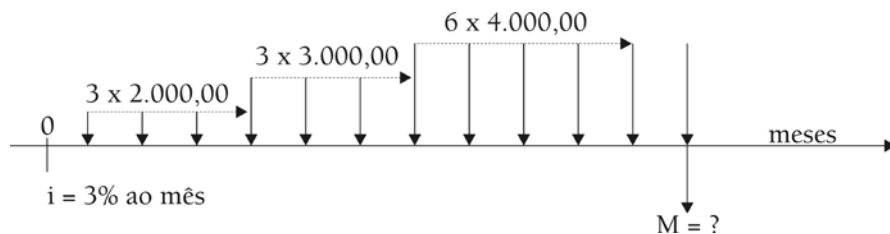
- 40) (Esaf – SUSEP/2002 – Analista Técnico Atuarial) Uma pessoa física deve fazer aplicações ao fim de cada um dos próximos doze meses, da seguinte maneira: R\$ 2.000,00, ao fim de cada um dos três primeiros meses; R\$ 3.000,00, ao fim de cada um dos três meses seguintes; e R\$ 4.000,00, ao fim de cada um dos seis últimos meses. Calcule o montante das aplicações ao fim dos doze meses, considerando uma taxa de juros compostos de 3% ao mês, desprezando os centavos.**

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) R\$ 41.854,00. | d) R\$ 44.380,00. |
| b) R\$ 42.734,00. | e) R\$ 45.011,00. |
| c) R\$ 43.812,00. | |

Solução

No exercício anterior, foi solicitado que se calculasse o valor atual. Agora, deve-se calcular o montante de uma série de aplicações desuniforme, ou melhor, de três séries uniformes.

Tem-se o seguinte fluxo:



O fluxo pode ser perfeitamente descrito do seguinte modo:

12 aplicações de R\$ 2.000,00

9 aplicações de R\$ 1.000,00

6 aplicações de R\$ 1.000,00.

Desta forma, os montantes serão:

$$M_1 = R\$ 2.000,00 \times S_{12|i} = R\$ 2.000,00 \times 14,19203 = R\$ 28.384,06$$

$$M_2 = R\$ 1.000,00 \times S_{9|i} = R\$ 1.000,00 \times 10,15911 = R\$ 10.159,11$$

$$M_3 = R\$ 1.000,00 \times S_{6|i} = R\$ 1.000,00 \times 6,46841 = R\$ 6.468,41$$

Onde,

V_a = valor atual;

P = parcela anual; e

a_{n-i} = fator de valor atual em uma série de pagamentos, cujo valor se encontra em tabelas.

Para o caso presente, o valor de a_{n-i} , com $n=10$ e $i=12$ é 5,650223.

Assim, o $V_a = 3.0000 \times 5,650223 = R\$ 16.950,67$.

O fluxo de caixa será, portanto, de $(R\$ 20.000,00) + R\$ 16.950,67 = (R\$ 3.049,33)$, isto é, o fluxo é negativo. Portanto, a resposta correta é a letra “A”.

43) (AFPS/2002) Um financiamento habitacional no valor de R\$ 120.000,00 vai ser pago por prestações mensais calculadas pelo sistema de amortizações constantes, a uma taxa de juros nominal de 12% ao ano, durante dez anos. Calcule a décima prestação mensal do financiamento.

- a) R\$ 2.200,00.
- b) R\$ 2.120,00.
- c) R\$ 2.110,00.
- d) R\$ 2.100,00.
- e) R\$ 2.000,00.

Solução

Toda prestação é sempre composta por uma parcela de amortização e outra de juros.

No caso do sistema de amortização constante (SAC), o valor da amortização é obtido pela divisão do valor financiado pelo número de parcelas, quando não há diferimento do pagamento da primeira prestação.

Assim, como o prazo de pagamento é de 10 anos e com prestações mensais, serão 120 prestações; logo, a amortização mensal será de R\$ 1.000,00.

Os juros incidem sempre sobre o saldo devedor do período anterior ao da amortização. Então, neste caso, os juros incidirão sobre R\$ 111.000,00, visto que, na décima prestação, já houve 9 amortizações pelas nove prestações anteriores. Como a taxa de juros ao ano é de 12%, têm-se juros de 1% ao mês.

Logo, os juros da décima prestação serão no valor de R\$ 1.110,00.

Assim, como a prestação é sempre o valor da amortização somada ao valor do juro, tem-se que o valor da décima prestação será de R\$ 2.110,00, cujo valor coincide com o apresentado na letra “C”, que é a resposta correta.

44) (Esaf – BACEN/2001) Um bônus no valor nominal de US\$ 1.000,00 e contendo doze cupons semestrais de US\$ 50,00, vencendo o primeiro seis meses após o lançamento, é lançado no mercado internacional. O lançamento de uma determinada quantidade desses bônus ensejou um deságio de zero sobre o valor nominal do bônus. Abstraindo custos administrativos da operação, qual a taxa de juros em que os compradores dos bônus aplicaram o seu capital, considerando que, junto com o último cupom, o comprador recebe o valor nominal do bônus de volta?

- a) 0%.
- b) 5% ao semestre.
- c) 7,5% ao semestre.
- d) 11% ao ano.
- e) 12% ao ano.

Solução

A questão exige a taxa de rentabilidade na aquisição de um bônus, cujo valor nominal é de 1.000, mais 12 parcelas semestrais de 50, com retorno do valor nominal no final, junto ao último pagamento.

Perceba que se está diante do sistema americano de amortização. Este sistema se caracteriza, em sua forma pura, na qual não há ágio ou deságio, pelo pagamento periódico dos juros. No final, juntamente com o pagamento do juro, é efetuada a amortização do valor nominal.

Como o valor do juro de cada período incide sobre o valor nominal, a taxa pode ser obtida pela divisão do juro pelo valor nominal.

$$i = 50 / 1.000$$

$$i = 0,05, \text{ ou seja } 5\%.$$

A alternativa correta é a letra “B”.

- 45) (AFRF/2002-2) Um país captou um empréstimo por intermédio do lançamento de uma certa quantidade de bônus no mercado internacional, com valor nominal de US\$ 1,000.00 cada bônus e com doze cupons semestrais no valor de US\$ 60.00 cada cupom, vencendo o primeiro ao fim do primeiro semestre, e assim sucessivamente até o décimo segundo semestre, quando o país deve pagar o último cupom juntamente com o valor nominal do título.**

Considerando que a taxa de risco do país, mais a taxa de juros dos títulos de referência levaram o país a pagar uma taxa final de juros nominal de 14% ao ano, obtenha o valor mais próximo do preço de lançamento dos bônus, abstraindo custos de intermediação financeira, de registro etc.

- a) US\$ 1, 000.00.
- b) US\$ 953.53.
- c) US\$ 930.00.
- d) US\$ 920.57.
- e) US\$ 860.00.

Solução

Analisando os dados fornecidos, conclui-se que um determinado país angariou recursos, comprometendo-se a devolvê-los nas seguintes condições:

– 12 parcelas semestrais de 60 dólares, com juros de 7% ao semestre (14% ao ano) e mais um pagamento (valor nominal), no valor de US\$ 1,000.00, no final do vencimento do prazo.

Essa forma de pagamento e contratação de empréstimo se assemelha em muito ao que se chama de sistema americano de amortização. Esse sistema consiste em efetuar o pagamento periódico dos juros. Juntamente com o pagamento dos juros do último período, é pago o valor principal.

Dentro dessa sistemática, o preço de lançamento é o valor atual.

Para se obter o valor atual (V_a), basta aplicar a fórmula do valor atual do sistema de amortização *Price*, considerando o valor dos juros como sendo o valor das prestações. Para calcular o valor atual relativo ao pagamento do principal (valor nominal), basta aplicar a fórmula do valor atual em juros compostos.

O valor atual total será encontrado pela soma dos dois valores assim encontrados:

1 – Valor atual dos juros:

$$Va_1 = P \times \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

$$Va_1 = 60,0 \times \frac{(1+0,07)^{12} - 1}{0,07(1+0,07)^{12}}$$

$$Va_1 = 60,0 \times 7,942686$$

$$Va_1 = 476,56.$$

O valor “7,942686” pode também ser encontrado em tabelas. Esse foi o caso na prova.

2 – Valor atual do valor nominal de US\$ 1,000.00:

$$Va_2 = \frac{1.000,00}{(1+0,07)^{12}}$$

$$Va_2 = \frac{1.000,00}{2,252191}$$

$$Va_2 = 444,01$$

3 – Valor atual total:

$$Va_1 + Va_2 = \text{US\$ } 920,57.$$

O valor “2,252191” pode ser encontrado na tabela de valores atuais no juro composto. Essa tabela também foi apresentada na prova.

A resposta correta é a letra “D”.

46) Um bônus possui valor nominal de US\$ 1,000.00 e contém doze cupons semestrais de US\$ 50.00 cada, sendo que o primeiro cupom vence seis meses após o lançamento e, junto com o último cupom, o comprador recebe o valor nominal do bônus de volta. Abstraindo custos administrativos da operação, calcule o deságio sobre o valor nominal com que este bônus é lançado no mercado internacional, considerando que compradores desses bônus aplicaram o seu capital nesta operação, à taxa nominal de 12% ao ano.

- a) 0%.
- b) 5%.
- c) 6%.
- d) 8,384%.
- e) 10,125%.

Solução

A maior dificuldade deste tipo de questão reside na interpretação do que exatamente se passa ou do que exatamente se quer saber ou do que efetivamente ocorreu. Neste caso, o que ocorreu foi o seguinte:

Um aplicador comprou um título (bônus), no valor de US\$ 1,000.00. Como recompensa, receberá 12 parcelas de US\$ 50.00 e, juntamente com a décima segunda, receberá os US\$ 1,000.00 da aplicação original de volta.

Entendido isto, não há maiores problemas de se apurar o deságio, pois se está no regime de juros compostos e se podem levar todos os valores a qualquer data que a diferença será sempre a mesma.

Será usada, na presente **Solução**, a forma de calcular os valores atuais de todos os valores para, no final, averiguar o deságio.

O valor atual, na data zero, das doze parcelas de US\$ 50.00 é obtido pela fórmula da Tabela Price, isto é:

$$Va = P \times a_{n-i}$$

Consultando a tabela com $n = 12$ e $i = 6\%$, encontra-se o valor de 8,383844.

Então, procede-se ao cálculo do valor atual dessas 12 parcelas de US\$ 50.00.

$$Va = 50 \times 8,383844$$

$$Va = \text{US\$ } 419.19.$$

O valor atual do valor de US\$ 1,000.00 que receberá junto com a décima segunda parcela será de:

$$Va = N / (1 + 0,06)^{12}$$

Consultando a tabela, encontra-se para a expressão $(1 + 0,06)^{12}$ o valor de 2,012196.

Aplicando esse valor na fórmula, tem-se:

$$Va = 1,000.00 / 2,012196$$

$$Va = \text{US\$ } 496,96.$$

Somando os dois valores atuais, tem-se:

$$Va_{\text{total}} = \text{US\$ } 419.19 + \text{US\$ } 496,96$$

$$Va_{\text{total}} = \text{US\$ } 916,15.$$

Como o valor investido na data zero possuía o valor nominal de US\$ 1,000.00, e o desembolso efetivo foi de apenas US\$ 916,15, o investidor obteve um deságio na aquisição desse investimento no valor de US\$ 83,85 (diferença a menor entre o valor investido e o valor nominal do investimento). Esse valor representa 8,385% de US\$ 1,000.00, sendo esse o percentual do deságio com que os bônus (títulos) são negociados no mercado.

A resposta correta é, portanto, a letra “D”.

47) (Esaf – AFRF/2003) Um país captou um empréstimo no mercado internacional por intermédio do lançamento de bônus com dez cupons semestrais, vencíveis ao fim de cada semestre, sendo o valor nominal do bônus US\$ 1,000.00 e de cada cupom US\$ 60.00. Assim, ao fim do quinto ano, o país deve pagar o último cupom mais o valor nominal do bônus. Considerando que os bônus foram lançados com um ágio de 7,72% sobre o seu valor nominal, obtenha o valor mais próximo da taxa nominal anual cobrada no empréstimo, desprezando custos de registro da operação, de intermediação etc.

a) 16%.

b) 14%.

c) 12%.

d) 10%.

e) 8%.

Solução

Vejam que houve um ágio na emissão desses bônus de 7,72%. Logo, os bônus foram colocados no mercado por US\$ 1.077,20. Este é o valor atual da série.

Fato interessante a perceber é que o valor atual é influenciado, inversamente, pela taxa de juros da aplicação, isto é, quanto menor for a taxa, maior será o valor atual. Ora, se não houvesse o ágio nem deságio, a taxa seria de 6% (60 / 1.000). Então, neste caso, sabe-se que a taxa juros é menor do que 6% ao semestre ou 12% ao ano.

Para se obter a taxa efetiva de juros implicada na operação, devem-se igualar os valores atuais (da aplicação e dos pagamentos) com o seguinte cálculo:

$$1.077,20 = 60 \times a_{n\tau_i} + [(1.000 / 1+i)^n].$$

Evidentemente que este cálculo fica bastante complexo para ser realizado numa prova e, partindo do conceito de taxa interna de retorno, resta testar a igualdade com uma das duas possibilidades restantes.

Testando a igualdade com a taxa de 10% ao ano (5% ao semestre), será fechada a questão!!!

$$1.077,20 = 60 \times 7,721735 + 1.000/1,628894.$$

Vejam que o resultado fecha com a aplicação de 5% ao semestre. Logo, a resposta correta é a letra “D”.

48) (Esaf – BACEN/2001) Obtenha o valor mais próximo da taxa interna de retorno do fluxo de caixa abaixo.

Ano	0	1 a 10
Fluxo (em R\$ 1.000,00)	- 20.000	3.255

- a) 5% ao ano.
- b) 7% ao ano.
- c) 7,5% ao ano.
- d) 9% ao ano.
- e) 10% ao ano.

Solução

Na questão, quer se saber a taxa interna de retorno. Para se obter a taxa interna de retorno, deve-se igualar o total das saídas ao total das entradas.

No caso, tem-se uma saída de 20.000 e 10 entradas de 3.255. Então, para igualar esses valores, é necessária a aplicação de uma taxa que os iguale. Assim, considerando os valores na data zero, tem-se:

$$3.255 a_{n\tau_i} = 20.000$$

$$a_{n\tau_i} = 20.000 / 3.255$$

$$a_{n\tau_i} = 6,144393.$$

Buscando na tabela do $a_{n\tau_i}$, para $n = 10$, encontra-se o valor na linha relativa a 10 períodos, correspondente à coluna 10%.

Alternativa correta: letra “E”.

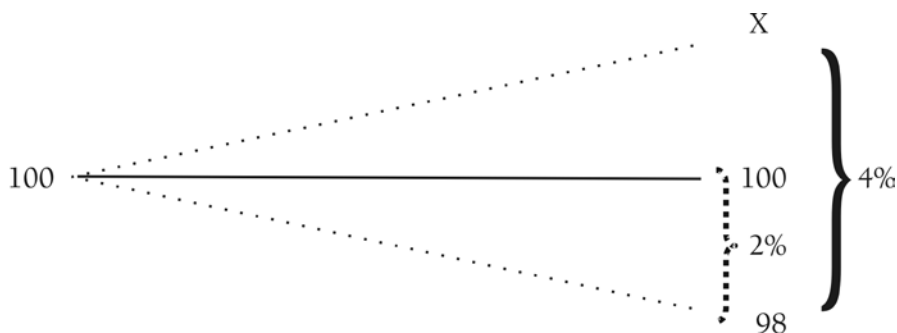
49) A quantia de R\$ 2.520,00 foi aplicada, durante 4 meses, à taxa real de 4% ao quadrimestre. Se, neste mesmo quadrimestre, a deflação atingisse 2 pontos percentuais, a rentabilidade nominal da aplicação seria de:

- a) 6,12%;
- b) 1,92%;
- c) 2,12%;
- d) 2,08%;
- e) 6,08%.

Solução

No período obteve-se um rendimento real de 4%. Porém, nesse mesmo período, houve uma deflação de 2%. Quer-se saber qual foi a taxa nominal de rendimento no período.

Imagine a seguinte situação gráfica, onde a linha horizontal cheia representa o valor de 100. A linha tracejada decrescente representa o mesmo valor, considerando-se a deflação de 2%. Já a linha tracejada crescente representa o valor do ganho de 4% real.



Perceba que a taxa real deve ser calculada a partir de 98, isto é, deve-se calcular 4% sobre 98.

Assim, o valor real (X) será:

$$X = 98 \times 1,04 = 101,92$$

Como 101,92 é 1,92% maior do que 100, a taxa nominal, aplicada sobre o valor 100, é de 1,92%.

A resposta correta é a letra “B”.

50) (AFRE – MG/2005) Um empréstimo contraído no início de abril, no valor de R\$ 15.000,00, deve ser pago em dezoito prestações mensais iguais, a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, vencendo a primeira prestação no fim de abril, a segunda no fim de maio, e assim sucessivamente.

Calcule quanto está sendo pago de juros na décima prestação, desprezando os centavos.

- a) R\$ 300,00.
- b) R\$ 240,00.
- c) R\$ 163,00.
- d) R\$ 181,00.
- e) R\$ 200,00.

Solução

O valor de cada uma das prestações, no sistema de amortização francês ou Tabela *Price*, cujas prestações são todas iguais, é obtido pela aplicação da seguinte fórmula: $P = Va /$

Onde:

P = prestação

Va = valor atual

i = taxa de juros unitária ao período

n = número de períodos.

O valor da expressão $\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$ é encontrado na tabela a_{ni} , cujo valor para $n = 18$ e $i = 2\%$ é de 14,99203175.

Assim, o valor de P será:

$$P = R\$ 15.000,00 / 14,99203175$$

$$P = R\$ 1.000,53.$$

Na questão, é solicitado que se informe o valor dos juros da décima prestação.

Não se deve esquecer que, no sistema francês, as prestações são constantes, a amortização é crescente e os juros são decrescentes de forma não linear.

Os juros da 1ª prestação (J_1) são obtidos pela aplicação da taxa diretamente sobre o saldo devedor inicial, ou seja, o valor financiado, resultando em R\$ 300,00 (2% de R\$ 15.000,00).

Os juros das demais prestações são obtidos pela aplicação da taxa sobre o saldo devedor remanescente, após se ter pago a prestação do período anterior, ou seja, após a amortização do período anterior. Esta técnica forçará ao preenchimento da planilha financeira.

Esse cálculo torna-se inviável numa prova de concurso, em face de não ser permitido o uso de calculadora e pelo fato de o tempo para realizar a prova ser fator limitante.

Desta forma, apresenta-se um artifício que facilita e agiliza o cálculo dos juros e, também, do valor da amortização (A) de cada prestação.

Parte-se do seguinte conceito:

$$P = A + J$$

O valor de cada prestação já foi calculado e o seu valor é de R\$ 1.000,53.

A amortização de cada prestação pode ser obtida com aplicação da fórmula utilizada para o cálculo do montante, da seguinte forma:

$$A_1 = P - J_1$$

$$A_2 = A_1 (1 + i)^1$$

$$A_3 = A_1 (1 + i)^2$$

$$A_4 = A_1 (1 + i)^3$$

...

$$A_{10} = A_1 \times (1 + i)^9$$

Como $(1 + 0,02)^9$ é igual a 1,195092 (valor obtido na tabela), tem-se que:

$$A_{10} = 700,53 \times 1,195092$$

$$A_{10} = \text{R\$ } 837,19$$

Como $P = A - J$, então:

$$J_{10} = P - A_{10}$$

$$J_{10} = \text{R\$ } 1000,53 - \text{R\$ } 837,19$$

$$J_{10} = \text{R\$ } 163,00.$$

Outra forma de resolver o exercício consiste em saber que os juros do período n são calculados sobre o saldo devedor do período $n-1$. Assim, conhecendo o valor de cada prestação, pode-se calcular o saldo devedor após o pagamento da prestação 9, considerando o saldo devedor como sendo o valor atual quando restam 9 parcelas a ser pagas.

$$SD_9 = P \times a_{ni} \text{ considerando } n = 9 \text{ e } i = 2\%$$

$$SD_9 = \text{R\$ } 1.000,53 \times 8,1622$$

$$SD_9 = \text{R\$ } 8.166,56$$

$$\text{Como o } J_{10} = SD_9 \times i$$

$$J_{10} = \text{R\$ } 8.166,56 \times 0,02$$

$$J_{10} = \text{R\$ } 163,00.$$

Resposta correta: letra “C”.

- 51) (GEFAZ – MG/2005) Um financiamento no valor de R\$ 3.000,00 foi contraído no início de um determinado mês, para ser pago em dezoito prestações iguais e mensais de R\$ 200,00, com a primeira prestação vencendo no fim daquele mês, a segunda no fim do mês seguinte, e assim por diante. Imediatamente após o pagamento da oitava prestação, determine o valor mais próximo da dívida restante do tomador do financiamento, considerando a mesma taxa de juros do financiamento e desprezando os centavos.**

- a) R\$ 2.000,00.
- b) R\$ 1.796,00.
- c) R\$ 1.700,00.
- d) R\$ 1.522,00.
- e) R\$ 1.400,00.

Solução

Os dados fornecidos no enunciado são:

Principal ou valor financiado ou valor atual (V_a) = R\$ 3.000,00

Prestação ou parcela (P) = R\$ 200,00

Número de parcelas (n) = 18 meses

Taxa de juros (i) = ?

Assim, antes de seguir em frente, deve-se calcular a taxa de juros envolvida na operação. Para tal, será utilizada a fórmula do valor atual numa série de pagamentos para encontrar o valor de a_{n-i} , para, depois, consultar a tabela e verificar a taxa.

$$a_{n-i} = Va / P$$

$$a_{n-i} = 3.000 / 200$$

$$a_{n-i} = 15.$$

Consultando a tabela, constata-se que a taxa correspondente é de 2% ao período.

Foi solicitado que se apresentasse o valor do saldo devedor após o pagamento da oitava prestação. Como são 18 prestações e considerando que houve o pagamento de 8 prestações, então remanescem 10 prestações a ser pagas.

O saldo devedor, nessas condições, representa o valor atual, considerando 10 períodos. Assim, o saldo devedor pode ser calculado da seguinte forma:

$$SD = 200 \times \{[(1 + 0,02)^{10} - 1] / [0,02 \times (1 + 0,02)^{10}]\}$$

$$SD = 200 \times \{[0,2189] / [0,02437]\}$$

$$SD = 200 \times 8,9825$$

$$SD = R\$ 1.796,50.$$

Desta forma, a resposta correta é a letra “B”.

52) (AFC – STN/2005) No dia 10 de setembro, Ana adquiriu um imóvel financiado em 10 parcelas mensais e iguais a R\$ 20.000,00. A primeira parcela vence no dia 10 de novembro do mesmo ano, e as demais no dia 10 dos meses subsequentes. A taxa de juros compostos contratada foi de 60,1032% ao ano. Assim, o valor financiado no dia 10 de setembro, sem considerar os centavos, foi de:

- a) R\$ 155.978,00;
- b) R\$ 155.897,00;
- c) R\$ 162.217,00;
- d) R\$ 189.250,00;
- e) R\$ 178.150,00.

Solução

Trata-se de calcular o Va numa série de pagamentos com diferimento da 1ª parcela por 1 período.

A fórmula a ser aplicada ao caso é a seguinte:

$$Va = \frac{P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]}{(1+i)^m}$$

Assim, precisa-se apurar a taxa mensal equivalente a 60,1032% ao ano. Consultando a tabela financeira, relativa ao fator de acumulação de capital, encontra-se o valor de 1,601032, com $n = 10$ períodos na coluna representativa de 4%.

$$Va(1+i) = P \times a_{n-i}$$

$$Va \times 1,04 = 20.000,00 \times 8,11089$$

$$Va = R\$ 162.217,80 / 1,04$$

$$Va = R\$ 155.978,65.$$

Desta forma, a resposta correta é a letra “A”.

- 53) (AFC – STN/2005) Ana comprou, no regime de juros compostos, um apartamento financiado a uma taxa de 2% ao mês. O apartamento deverá ser pago em 12 prestações mensais iguais a R\$ 8.000,00, vencendo a primeira delas 30 dias após a compra. Após pagar a sétima prestação, Ana resolveu transferir o contrato de compra para Beatriz, que seguirá pagando as prestações restantes. Assim, para assumir a dívida de modo que nenhuma das duas seja prejudicada, Beatriz deverá pagar a Ana, sem considerar os centavos, o valor de:**

- a) R\$ 61.474,00;
- b) R\$ 51.775,00;
- c) R\$ 59.474,00;
- d) R\$ 59.775,00;
- e) R\$ 61.775,00.

Solução

Trata-se de uma capitalização com 7 parcelas de R\$ 8.000,00, a uma taxa de 2% ao mês.

$$S = P \times S_{n-1}$$

$$S = R\$ 8.000,00 \times 7,43428$$

$$S = R\$ 59.474,00.$$

Portanto, a resposta correta é a letra “C”.

- 54) (AFC – STN/2005) O preço à vista de um imóvel é de R\$ 180.000,00. Um comprador propõe pagar 50% do preço à vista em 18 prestações mensais iguais, vencíveis a partir do final do primeiro mês após a compra, a uma taxa de 3% ao mês. Os 50% restantes do valor à vista ele propõe pagar em 4 parcelas trimestrais iguais, vencíveis a partir do final do primeiro trimestre após a compra, a uma taxa de 9% ao trimestre. Desse modo, o valor que o comprador desembolsará, no final do segundo trimestre, sem considerar os centavos, será igual a:**

- a) R\$ 34.323,00;
- b) R\$ 32.253,00;
- c) R\$ 35.000,00;
- d) R\$ 37.000,00;
- e) R\$ 57.000,00.

Solução

O valor a ser desembolsado no final do segundo trimestre consiste na soma das duas prestações (uma calculada pelo período de 18 meses e outra, pelo período de 4 trimestres).

Desta forma, devem-se calcular os valores das prestações.

$$P_1 = Va / a_{n-i}, \text{ com } n = 18 \text{ e } i = 3\%$$

$$P_1 = R\$ 90.000,00 / 13,7535$$

$$P_1 = R\$ 6.543,00$$

$$P_2 = Va / a_{n-i}, \text{ com } n = 4 \text{ e } i = 9\%$$

$$P_2 = R\$ 90.000,00 / 3,2397$$

$$P_2 = R\$ 27.780,00$$

$$P_1 + P_2 = R\$ 6.543,00 + R\$ 27.780,00$$

$$P_1 + P_2 = R\$ 34.323,00.$$

Desta forma, a alternativa correta é a letra “A”.

- a) 71.751.
b) 60.000.
c) 56.237.
- d) 52.612.
e) 19.139.

Diagrama de un eje de tiempo horizontal etiquetado como "meses". El eje tiene marcas numeradas 0, 1, 2, 3 y 4. Debajo de la marca 0 hay una flecha hacia abajo que apunta a $V_a = ?$. Debajo de las marcas 2, 3 y 4 hay flechas hacia abajo que apuntan a 20.000.

a) 50.000.
b) 100.000.
c) 104.167.

d) 18.417.
e) 13.575.

Portanto, a resposta correta é a letra “E”.

57) Certa instituição financeira, que emprega a taxa de juros de 20% ao mês, exige, para cada R\$ 100.000,00 que empresta, o pagamento de 5 parcelas mensais, a partir de 3 meses da efetivação do empréstimo. Qual o valor de cada prestação que os tomadores deverão pagar?

- a) 71.751.
- b) 48.151.
- c) 56.237.
- d) 52.612.
- e) 35.565.

Solução

Para calcular o valor de cada uma das prestações, utilizar-se-á a fórmula do Va. Entretanto, deve-se ter a atenção necessária ao caso do diferimento, que é de dois meses.

Cabe ressaltar que o sistema *Price* considera todas as prestações postecipadas, isto é, a primeira parcela vence no final do primeiro período.

$$Va = P \times a_{n-i} / (1 + i)^2$$

$$R\$ 100.000,00 \times (1,2)^2 = P \times a_{5-20}$$

$$R\$ 100.000,00 \times 1,44 = P \times 2,990612$$

$$P = R\$ 144.000,00 / 2,990612$$

$$P = R\$ 48.150,67.$$

Portanto, a resposta correta é a letra “B”.

58) Certa Ferrari é vendida com 25% de entrada sobre o preço à vista de R\$ 900.000,00 e 12 prestações mensais, a primeira delas vencendo 4 meses após a efetivação da compra. Qual o valor das prestações, considerando uma taxa de financiamento de 2% ao mês?

- a) 67.734,49.
- b) 65.743,94.
- c) 76.437,49.
- d) 67.347,49.
- e) 67.437,49.

Solução

O valor financiado é de 75% do preço à vista, ou seja, é de R\$ 675.000,00.

No presente caso, há um diferimento de 3 meses; logo, o valor das prestações pode ser obtido do seguinte modo:

$$Va = P \times a_{n-i} / (1 + i)^3$$

$$Va \times (1,02)^3 = P \times a_{12-2}$$

$$R\$ 675.000,00 \times 1,061208 = P \times 10,575341$$

$$R\$ 716.315,40 = 10,575341 P$$

$$P = R\$ 716.315,40 / 10,575341$$

$$P = R\$ 67.734,49.$$

Portanto, a resposta correta é a letra “A”.

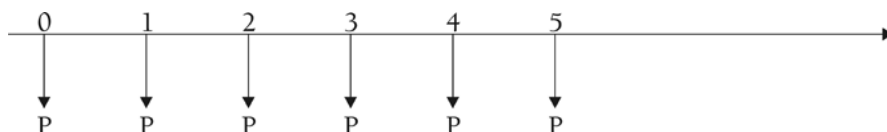
$$V_a = R\$ 150.000,00 + R\$ 200.000,00 / (1,06)^2$$

$$V_a = R\$ 150.000,00 + R\$ 200.000,00 / 1,126162$$

$$V_a = R\$ 150.000,00 + 177.999,28$$

$$V_a = R\$ 327.999,28.$$

O esquema proposto é o seguinte:



Como a primeira prestação é paga no ato do negócio, ela é considerada como pagamento à vista. Desta forma, o cálculo deverá ser do seguinte modo:

$$V_a - P = P \times a_{n-i}$$

$$R\$ 327.999,28 - P = P \times a_{5-6}$$

$$R\$ 327.999,28 - P = 4,212364 P$$

$$5,212364 P = R\$ 327.999,28$$

$$P = R\$ 327.999,28 / 5,212364$$

$$P = R\$ 62.927,17.$$

Portanto, a resposta correta é a letra “C”.

10. PROVAS DO CESPE

1) (TCU/95) Julgue os itens abaixo.

- ① À taxa de juros simples de 6% anuais, o valor presente de uma dívida de 20.600 reais, a vencer em 180 dias, é de exatamente 20.000 reais (considere o “ano comercial” de 360 dias).
- ② Qualquer importância aplicada a juros simples de 5% anuais dobrará em 20 anos.
- ③ Se o salário de um indivíduo eleva-se de 100 para 300 reais, a taxa de reajuste é de 300%.
- ④ Se o crescimento da renda nacional é de 6% e o aumento da população é de 4%, para determinar quanto cresceu a renda *per capita*, procede-se como se segue:

$$\frac{(1 + 0,06)}{(1 + 0,04)} = \frac{(1,06)}{(1,04)} = 1,0192.$$
 Subtraindo-se deste resultado a unidade e multiplicando-se o novo resultado por 100, conclui-se que a elevação da renda *per capita* foi de 1,92%.
- ⑤ Se a taxa de inflação for de 6% no primeiro mês, 7% no segundo e 10% no terceiro, no trimestre, a taxa de inflação será de 23%.

Solução

ITEM 01

Sendo a taxa de juros de 6% ao ano, então, em 180 dias, considerando o ano comercial, tem-se uma taxa de 3%, ou, então, pode-se utilizar a taxa de 6% ao ano e considerar o $n = 0,5$ anos.

Como não há menção de que tipo de valor atual a questão está tratando (comercial ou racional), e considerando que a taxa anunciada é de juros, e não de desconto, deve-se calcular o valor atual racional.

O valor atual racional de um título, no regime de juros simples, é obtido pela divisão do seu valor nominal por $(1 + i \times n)$.

$$V_a = N / (1 + 0,06 \times 0,5)$$

$$V_a = R\$ 20.600,00 / 1,03$$

$$V_a = R\$ 20.000,00.$$

O item está CERTO.

ITEM 02

O regime de juros simples se caracteriza pelo fato de os rendimentos serem gerados apenas sobre a aplicação inicial. Para que um capital dobre, é necessário que os juros sejam iguais ao capital ou que o montante seja o dobro do capital.

Será testada a afirmativa pelo cálculo do juro, considerando, para tanto, o valor do capital = R\$ 100,00

$$J = C \times i \times n$$

$$J = R\$ 100,00 \times 0,05 \times 20$$

$$J = R\$ 100,00$$

Como os juros produzidos por um capital de R\$ 100,00 resultam no mesmo valor do capital aplicado, o montante será o dobro do capital aplicado. Isto funciona com qualquer quantia de capital que seja aplicado. Logo, o item está CERTO.

ITEM 03

Considerando o salário inicial de 100 como capital e o valor do salário final (300) como montante, pode-se determinar a taxa de reajuste do seguinte modo:

$$M = C \times (1 + i \times n)$$

$$300 = 100 \times (1 + i \times 1)$$

$$300 = 100 + 100 i$$

$$100 i = 200$$

$$i = 200 / 100$$

$$i = 2.$$

Logo a taxa de reajuste é de 200%, e não de 300%. O item está ERRADO.

ITEM 04

A taxa real de crescimento da renda *per capita* deve ser calculada mediante a incorporação da taxa de crescimento populacional e esta deve ser a referência para calcular a taxa real.

Assim, a **Solução** apresentada equivale ao cálculo a ser realizado. Logo o item está CERTO.

ITEM 05

A taxa de inflação é calculada de forma cumulativa, isto é, o índice do mês atual é calculado sobre o índice acumulado do mês anterior, e assim sucessivamente. Desta forma, no exercício, tem-se a seguinte inflação acumulada no trimestre:

$$\text{Inflação no trimestre} = \{(1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3) - 1\} \times 100$$

$$\text{Inflação no trimestre} = \{[1,06 \times 1,07 \times 1,1] - 1\} \times 100$$

$$\text{Inflação no trimestre} = \{[1,24762] - 1\} \times 100$$

$$\text{Inflação no trimestre} = \{0,24762\} \times 100$$

$$\text{Inflação no trimestre} = 24,762\%.$$

Logo, o item está ERRADO.

2) (TCU/95) Julgue os itens que se seguem.

- ① Um bem pode ser adquirido por 100 reais à vista ou em 2 (duas) prestações fixas de 60 reais, a primeira devida no ato da compra. Para o comprador, a segunda opção será melhor que a primeira somente quando a taxa de juros mensal for maior que 50%.
- ② Pressupondo que o mercado imobiliário esteja em equilíbrio e que a taxa de juros real seja de 10% ao ano e seja constante, o proprietário de um imóvel que conseguir 1.200 reais, líquidos, de aluguel por ano, terá prejuízo se vender seu imóvel por quantia inferior a 122.000 reais (considere que o aluguel possa manter-se constante durante toda a vida do proprietário).
- ③ Será indiferente, para um investidor, uma aplicação, com vencimento em 2 (dois) anos, que lhe renda juros simples anuais de 10% e outra, com idêntico prazo de maturação, que lhe renda juros compostos de 8% ao ano, capitalizados anualmente.
- ④ Se, em dado momento, a importância de 100 reais é aplicada a juros compostos de 4% ano a ano, capitalizados anualmente, ao final de 2 (dois) anos terá rendido a importância de 8,16 reais de juros.
- ⑤ Um demógrafo deseja determinar em que ano a população de certo país dobrará. Pressupondo que a taxa de crescimento demográfico seja constante e igual a 2% anuais, o demógrafo terá de calcular o valor da razão

$$\frac{\text{Log}(1,02)}{\text{Log } 2}.$$

Solução

ITEM 01

Se o bem custa 100 reais à vista e se a compra for efetuada a prazo, o comprador terá que desembolsar, no ato da compra, 60 reais e mais outros 60 reais a título de prestação em data futura.

Ora, se o preço à vista é de 100 reais, então o valor financiado é de apenas 40 reais, pois a entrada é forma de pagamento à vista.

Desta forma, a taxa de juros deve ser aplicada sobre 40 reais para chegar até 60 reais. A taxa que produz esse juro é a taxa de 50%, pois $60 / 40 = 1,5$. Conclui-se, portanto, que a segunda opção de compra será vantajosa se a taxa de juros ao período for superior a 50%, visto que, nessas condições, o comprador poderá aplicar os 40 reais e, no vencimento da prestação, sacar o montante para efetuar o pagamento, restando-lhe, ainda, algum troco. O item está CERTO.

ITEM 02

Perceba que, se a venda for realizada por R\$ 122.000,00 e o produto da venda for aplicado à taxa de 10% ao ano, o aplicador terá renda anual de R\$ 12.200,00, ao passo que, com o aluguel, o seu rendimento está limitado a R\$ 1.200,00. Assim, o item está ERRADO.

ITEM 03

No regime de juros simples, a uma taxa de 10% ao ano, o investidor terá, ao cabo de dois anos, um rendimento total de 20%.

Pelo regime de juros compostos, o rendimento efetivo do investidor será de apenas 16,64% ($1,08 \times 1,08$ ou $1,08^2$). Assim, o item está ERRADO.

ITEM 04

A capitalização composta consiste no fato de os juros de um período incidirem sobre o montante do período anterior.

Desta forma, se alguém aplica hoje o capital de R\$ 100,00, daqui a um ano, se a taxa de aplicação for de 4% ao ano, terá exatos R\$ 104,00. Se este montante for aplicado por mais um ano, com a mesma taxa, terá R\$ 108,16 ($140 \times 1,04$). O item está CERTO.

ITEM 05

A taxa e o prazo podem ser determinados com utilização de tabelas financeiras. Entretanto, elas não são fornecidas em algumas provas de concursos; noutras, os valores ficam indicados por logaritmos. Este é o caso em que foi estabelecido de que forma o prazo poderia ser determinado mediante a aplicação de logaritmos.

Sabe-se que o prazo pode ser determinado por meio de uma das propriedades de logaritmos:

$$n \times \log(1 + i) = \log(M / C).$$

Considerando que a população inicial equivale ao capital, e atribuindo a este o valor de 100, para que este valor dobre, o montante terá de ser 200. Se a taxa de crescimento populacional anual for de 2%, e considerando essa taxa como sendo de juros, tem-se:

$$n \times \log(1,02) = \log(200 / 100)$$

$$n \times \log(1,02) = \log 2$$

$$n = \log 2 / \log 1,02.$$

Perceba que os valores do numerador e do denominador estão invertidos. Assim, o item está ERRADO.

3) (SENADO FEDERAL/96) No desconto simples bancário de 4 títulos à mesma taxa de desconto, cada um no valor de R\$ 2.000,00, com vencimentos mensais e sucessivos, a partir de 30 dias, obteve-se um valor líquido de R\$ 7.000,00.

Com relação à situação descrita, julgue os itens que se seguem.

1. A taxa de desconto simples do título que vence em 120 dias corresponde à taxa de juros simples de 6,25% ao mês.

2. A taxa de desconto simples para cada título é igual a 5% ao mês.
3. O desconto obtido para o título que vence em 90 dias é o triplo do desconto obtido para o título que vence em 30 dias.
4. As taxas mensais de juros simples dos valores atuais dos títulos são diferentes.
5. No desconto simples bancário, a taxa de desconto incide sobre o valor atual ou líquido.

Solução

A primeira definição a ser alcançada diz respeito ao tipo de desconto. Como se trata de desconto bancário, conforme já se analisou em questão anterior, está-se diante de desconto comercial, pois o desconto bancário é sempre comercial.

Se o valor líquido recebido foi de R\$ 7.000,00 e cada um dos quatro títulos possui valor nominal de R\$ 2.000,00, então o valor total do desconto foi de R\$ 1.000,00.

De posse dessas informações, pode-se, agora, apurar a taxa de desconto envolvida na operação. Conforme já se disse, o valor total do desconto foi de R\$ 1.000,00 e o desconto é comercial. Assim, tem-se:

$$Dc_1 + Dc_2 + Dc_3 + Dc_4 = 1.000,00.$$

A fórmula do desconto comercial é: $Dc = Nin$

Onde:

Dc = Desconto comercial;

N = valor nominal dos título;

i = taxa de desconto; e

n = número de períodos (meses) de antecipação. Logo:

$$(2.000 \times i \times 1) + (2.000 \times i \times 2) + (2.000 \times i \times 3) + (2.000 \times i \times 4) = R\$ 1.000,00$$

$$2.000 i + 4.000 i + 6.000 i + 8.000 i = 1.000,00$$

$$20.000 i = 1.000,00$$

$$i = 1.000,00 / 20.000,00$$

$i = 0,05$, isto é, a taxa de desconto é de 5% ao mês.

Com isto, já se resolve o ITEM 2, cuja assertiva está “CERTA”.

No ITEM 1, é solicitada a taxa efetiva envolvida no desconto do título que vence em 4 meses.

A fórmula de calcular a taxa efetiva é a seguinte:

$$i_{ef} = \frac{i_{dc}}{1 - i_{dc} \times n}$$

Substituindo as variáveis na fórmula, tem-se:

$$i_{ef} = \frac{0,05}{1 - 0,05 \times 4}$$

$$i_{ef} = 0,05 / 0,8$$

$i_{ef} = 0,0625$, isto é, a taxa de juros implícita na operação de desconto do título que vence em 4 meses é de 6,25%. Logo, o item está “CERTO”.

Analisando o ITEM 3, pode-se afirmar, sem efetuar cálculo algum, que o desconto do título que vence em três meses é o triplo do desconto do título que vence em um mês, assim como o desconto do título que vence em dois meses é o dobro do desconto do título

que vence em um mês, pois os descontos são diretamente proporcionais ao número de meses de antecipação, visto que a taxa de desconto se mantém inalterada, assim como se mantém inalterado o valor nominal.

Mas, acreditando na teoria de “São Tomé”, pela qual é preciso ver para crer, será demonstrado este fato matematicamente:

$$Dc_1 = R\$ 2.000,00 \times 0,05 \times 1$$

$$Dc_1 = R\$ 100,00$$

$$Dc_2 = R\$ 2.000,00 \times 0,05 \times 2$$

$$Dc_2 = R\$ 200,00$$

$$Dc_3 = R\$ 2.000,00 \times 0,05 \times 3$$

$$Dc_3 = R\$ 300,00$$

$$Dc_4 = R\$ 2.000,00 \times 0,05 \times 4$$

$$Dc_4 = R\$ 400,00.$$

Desta forma, reforçando a conclusão, para valores nominais iguais e taxas de descontos iguais, os descontos obtidos serão proporcionais aos períodos de antecipação, isto é, para 2, 3 e 4 períodos de antecipação, tem-se, sempre, um desconto que equivale ao dobro, triplo ou quádruplo do desconto obtido para um único período de antecipação.

Logo, o item 3 está “CERTO”.

No ITEM 4, faz-se referência, novamente, à taxa efetiva, porém analisando os quatro períodos conjuntamente.

Analisando a fórmula utilizada para o cálculo da taxa efetiva, percebe-se que ela é influenciada pelo número de períodos de antecipação, pois, quanto maior for o “n”, menor será o denominador. Assim, para cada valor de “n”, tem-se uma taxa efetiva ou de juros diferente, implícita na operação.

Vejam os exemplos matemáticos:

$$a) \quad i_{ef} = \frac{0,05}{1 - 0,05 \times 1}$$

$$i_{ef} = 0,05 / 0,95$$

$i_{ef} = 0,0526$, isto é, para “n” = 1, a taxa efetiva é semelhante a 5,26% ao mês.

$$b) \quad i_{ef} = \frac{0,05}{1 - 0,05 \times 2} s:$$

$$i_{ef} = 0,05 / 0,9$$

$i_{ef} = 0,0555$, isto é, a taxa efetiva para “n” = 2 representa em torno de 5,55% ao mês.

$$c) \quad i_{ef} = \frac{0,05}{1 - 0,05 \times 3} s:$$

$$i_{ef} = 0,05 / 0,85$$

$i_{ef} = 0,0588$, isto é, a taxa de juros implícita na operação, com n = 3 meses, é em torno de 5,88% ao mês.

$$d) \quad i_{ef} = \frac{0,05}{1 - 0,05 \times 4} s:$$

$$i_{ef} = 0,05 / 0,8$$

$i_{ef} = 0,0625$, ou seja, a taxa de juros efetiva implícita na operação, quando $n = 4$ meses, é de 6,25% ao mês.

Logo, o item 4 está “CERTO”, pois as taxas efetivas para cada período, a uma mesma taxa de desconto, são diferentes.

Com relação ao ITEM 5, tem-se a expor o seguinte: o desconto comercial incide sobre o valor nominal. É como estar calculando o juro sobre o valor nominal (imaginem um juro sobre o montante). É por isso que o desconto comercial é chamado de desconto “por fora”, quer dizer, além do montante.

Já no desconto racional, o desconto representa o juro calculado sobre o valor atual, por isso ele é chamado de desconto “por dentro”.

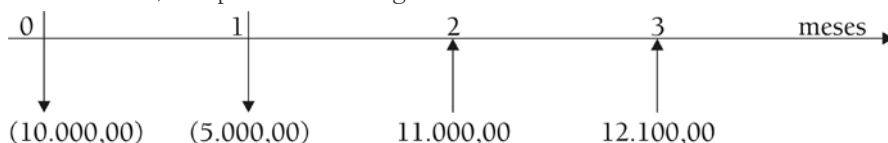
Desta forma, o item está “ERRADO”.

4) (SENADO FEDERAL/96) Uma alternativa de investimento possui um fluxo de caixa com um desembolso de R\$ 10.000,00, no início do primeiro mês, outro desembolso, de R\$ 5.000,00, ao final do primeiro mês, e duas entradas líquidas mensais de R\$ 11.000,00 e R\$ 12.100,00, no final do segundo e do terceiro meses, respectivamente. Considerando uma taxa nominal de juros de 120% ao ano, julgue os itens a seguir.

1. As taxas anuais, tanto efetivas quanto nominais, têm o mesmo significado e assumem valores iguais quando se trata de fluxo de caixa.
2. Os valores atuais de entradas líquidas, no fim do primeiro mês, somam R\$ 20.000,00.
3. A soma dos montantes dos desembolsos, no fim do terceiro mês, é exatamente igual a R\$ 19.000,00.
4. O valor atual do fluxo de caixa, no fim do primeiro mês, é igual a R\$ 4.000,00.
5. No fim do terceiro mês, o montante do fluxo de caixa é negativo.

Solução

No enunciado, foi apresentado o seguinte fluxo de caixa:



$i = 120\%$ ao ano (taxa nominal) $\Rightarrow i = 10\%$ ao mês.

ITEM 01

Taxa nominal é aquela referida a um período, geralmente maior do que o da aplicação. Ela é útil por servir de referência à taxa de aplicação.

A taxa efetiva é aquela produzida a partir de uma taxa nominal, que é dividida proporcionalmente ao número de períodos que estão nela contidos. A partir daí, a taxa passa por capitalização, isto é, incidem juros sobre juros, mesmo em fluxo de caixa, resultando que a taxa efetiva é maior do que a taxa nominal, salvo se a taxa nominal estiver referenciada ao próprio período de aplicação e este for unitário. Desta forma, o item está ERRADO.

ITEM 02

O valor atual das entradas líquidas, no final do 1º mês, é obtido do seguinte modo:

1 – A entrada líquida do final do segundo mês:

$$Va_1 = N / (1 + i)^1$$

$$Va_1 = R\$ 11.000,00 / (1 + 0,1)^1$$

$$Va_1 = R\$ 11.000,00 / 1,1$$

$$Va_1 = R\$ 10.000,00$$

2 – A entrada líquida do final do terceiro mês:

$$Va_2 = R\$ 12.100,00 / (1 + 0,1)^2$$

$$Va_2 = R\$ 12.100,00 / 1,21$$

$$Va_2 = R\$ 10.000,00$$

A soma das entradas líquidas é de R\$ 20.000,00. Logo, o item está CERTO.

ITEM 03

O primeiro desembolso, no valor de R\$ 10.000,00, será capitalizado por 3 meses e o segundo, com valor de R\$ 5.000,00, será capitalizado por 2 meses, ambos à mesma taxa de 10% ao mês. Assim, tem-se os seguintes valores:

$$M_1 = R\$ 10.000 \times (1 + 0,1)^3$$

$$M_1 = R\$ 10.000,00 \times 1,331$$

$$M_1 = R\$ 13.331,00$$

$$M_2 = R\$ 5.000,00 \times (1 + 0,1)^2$$

$$M_2 = R\$ 5.000,00 \times 1,21$$

$$M_2 = R\$ 6.050,00.$$

A soma dos montantes resulta em R\$ 19.381,00, logo o item está ERRADO.

ITEM 04

No item 02, acima, calcula-se o valor das entradas líquidas no final do primeiro mês e encontra-se o valor de R\$ 20.000,00.

Para se obter o valor atual do fluxo no final do primeiro mês, deve-se confrontar a soma dos ingressos com a soma dos desembolsos nesta data.

O desembolso, no final do 1º mês, é o próprio valor de R\$ 5.000,00.

O desembolso de R\$ 10.000,00, no início do primeiro mês, equivale a R\$ 11.000,00 no final do primeiro mês, pois é preciso que encontrar o montante com taxa de 10% e 1 período.

Assim, a soma dos desembolsos, no final do 1º mês, é de R\$ 16.000,00. Confrontando os valores dos ingressos com os desembolsos, e considerando os desembolsos como sendo a parte negativa do fluxo, tem-se que o valor atual no final do 1º mês é de R\$ 4.000,00. Logo, o item está CERTO.

ITEM 05

Considerando negativos os desembolsos e positivos os ingressos, e que o valor atual do fluxo, no final do mês 1, é positivo em R\$ 4.000,00, conforme se viu no item anterior, pode-se afirmar que o fluxo no final do 3º mês será positivo, como também será positivo no final de qualquer mês, pois esta característica, uma vez presente e mantidas as mesmas condições, não se altera. Desta forma, o item está ERRADO.

5) (SENADO FEDERAL/96) Acerca de uma aplicação realizada na mesma data e referente a dois capitais (C_1 e C_2) de valores iguais, pelo prazo de um ano, capitalizados semestralmente, à taxa nominal de 42% ao ano, para o capital C_1 , e à taxa efetiva de 21% ao ano, para o capital C_2 , julgue os itens abaixo.

1. A taxa nominal, para a aplicação do capital C_2 , é igual a 20% ao ano.
2. A taxa de capitalização semestral do capital C_1 é igual a 20%.
3. A taxa de capitalização semestral do capital C_1 é exatamente o dobro da taxa de capitalização semestral do capital C_2 .
4. O montante do capital C_1 é 21% maior que o montante do capital C_2 , no prazo estabelecido para a aplicação.
5. Se apenas o capital C_2 for reaplicado por mais um ano, à mesma taxa estabelecida, o montante de C_2 (ao final do 2º ano de aplicação) será igual ao montante de C_1 (ao final do 1º ano de aplicação).

Solução

ITEM 01

Como a capitalização é semestral e a taxa efetiva do capital C_2 é de 21%, então $(1 + i)^2 = 1,21$. Extraíndo a raiz quadrada ou consultando a tabela, deduz-se que $i = 10\%$ ao semestre.

Ora, 10% ao semestre é a taxa equivalente de 21% ao ano, e sua taxa nominal é obtida pela multiplicação dessa taxa equivalente por 2. Tem-se, então, a taxa nominal de 20% ao ano com capitalização semestral. O item está CERTO.

ITEM 02

A taxa nominal do capital C_1 é de 42% ao ano, com capitalização semestral. Como um ano possui dois semestres, a taxa de capitalização semestral é de 21%. O item está ERRADO.

ITEM 03

A taxa de capitalização do capital C_1 é de 21%, e a taxa de capitalização do capital C_2 é de 10%. Ora, 21% é mais do que o dobro de 10%. O item está ERRADO.

ITEM 04

O capital C_2 produzirá um montante total 21% maior do que o capital inicial em todo o período, visto que é esta a taxa efetiva.

O capital C_1 produzirá, no primeiro semestre, um montante 21% superior ao capital inicial. Este montante será igual ao montante de todo o ano do capital C_2 . Além disso, o C_1 produzirá, no segundo semestre, mais um montante com acréscimo de 21% sobre o montante do final do primeiro semestre. Assim, o montante de todo o período do capital C_1 é 21% maior do montante do capital C_2 . O item está CERTO.

ITEM 05

A taxa de aplicação do capital C_2 é de 10% ao semestre. Se este capital ficar aplicado por 2 anos, isto é, 4 semestres, então a sua taxa efetiva será determinada da seguinte forma:

$$i_{ef} = [(1 + 0,1)^4 - 1] \times 100$$

$$i_{ef} = [1,4641 - 1] \times 100$$

$$i_{ef} = 0,4641 \times 100$$

$$i_{ef} = 46,41\% \text{ no período.}$$

A taxa efetiva do capital C_1 é obtida pelo seguinte cálculo:

$$i_{ef} = [(1,21)^2 - 1] \times 100 = [1,4641 - 1] \times 100 = 46,41\%.$$

Logo, a taxa efetiva do capital C_2 , aplicado por dois anos, é igual à taxa efetiva do capital C_1 , ao cabo de um ano. Desta forma, seus montantes, nestas condições, também serão iguais. O item está CERTO.

6) (TCU/96) Acerca das taxas utilizadas em juros compostos, julgue os itens a seguir.

1. Capitalização composta é aquela em que a taxa de juros incide sempre sobre o valor obtido pela soma do capital inicial e dos juros acumulados até o período anterior.
2. Duas taxas referentes a períodos distintos de capitalização são equivalentes, quando produzem o mesmo montante no final de determinado período de tempo, pela aplicação de um mesmo capital inicial.
3. Quanto maior o número de capitalizações, maior é a taxa efetiva.
4. Para uma mesma taxa nominal, pagamentos de menor periodicidade implicam uma taxa efetiva mais elevada.
5. A taxa efetiva de 21% ao ano corresponde à taxa nominal anual de 20%, capitalizadas semestralmente.

Solução

ITEM 01

O regime de juros compostos é aquele em que os juros de um período são calculados sobre o montante do período anterior. Considerando que montante é o capital mais os juros por ele produzidos, tem-se que o item está CERTO.

ITEM 02

O conceito de taxa equivalente é o apresentado no item sob análise, ou seja, duas taxas são equivalentes entre si quando, aplicadas sobre capitais iguais, por tempos iguais, produzirem montantes iguais. O item está CERTO.

ITEM 03

Considerando uma determinada taxa nominal, por exemplo, 60% ao ano, com capitalização semestral e mensal, obtém-se que, na capitalização mensal, a taxa efetiva é maior do que na capitalização semestral:

$$\text{Capitalização semestral} = [(1,3)^2 - 1] \times 100 = 69\%$$

$$\text{Capitalização mensal} = [(1,05)^{12} - 1] \times 100 = 79,5856\%.$$

Porém, adotando outra taxa nominal, os valores já não serão mais os mesmos. Por exemplo, a taxa de 120% ao ano, com capitalização semestral, produzirá uma taxa efetiva anual de capitalização semestral $= [(1,6)^2 - 1] \times 100 = 156\%$.

Percebe-se que não é exatamente o número de períodos que define a taxa efetiva, mas, também, a taxa nominal.

O item está ERRADO.

ITEM 04

Menor periodicidade significa que os pagamentos serão mais espaçados. Com base no comentário do item anterior, conclui-se que o item está CERTO.

ITEM 05

Como a capitalização é semestral e a taxa efetiva é de 21%, então $(1 + i)^2 = 1,21$. Extraíndo a raiz quadrada ou consultando a tabela, deduz-se que $i = 10\%$ ao semestre.

Ora, 10% ao semestre é a taxa equivalente de 21% ao ano, e sua taxa nominal é obtida pela multiplicação dessa taxa equivalente por 2. Tem-se, então, a taxa nominal de 20% ao ano, com capitalização semestral. O item está CERTO.

7) (TCU/96) Um empréstimo de R\$ 600.000,00 deverá ser liquidado em 6 prestações mensais e iguais a R\$ 137.764,43, utilizando-se o sistema de amortização francês (Tabela *Price*), com taxa de juros de 10% ao mês. Nessas condições, julgue os itens seguintes.

1. A parcela de amortização do capital é obtida pela diferença entre o valor da prestação e o valor da parcela de juros.
2. À medida que a parcela referente aos juros diminui, a parcela referente à amortização do capital aumenta.
3. Após o pagamento da primeira parcela, o saldo devedor é igual a R\$ 522.235,57.
4. Na segunda prestação, está incluído o valor da parcela de juros correspondentes a R\$ 52.223,55.
5. A parcela de amortização do capital, na sexta prestação, é igual ao saldo devedor obtido após o pagamento da quinta prestação.

Solução

ITEM 01

Uma prestação é composta de parcela de amortização e parcela de juros.

Sabe-se que $P = A + J$. Logo, a parcela de amortização de determinada prestação é obtida pela diferença entre o valor da prestação e o valor da parcela de juros. O item está CERTO.

ITEM 02

No sistema francês de amortização, as prestações são de valor constante. Como a prestação é composta de uma parcela de amortização e outra de juros, à medida que a parcela de juros diminui, aumenta a parcela de amortização. Tem-se, então, que, neste sistema de amortização, os juros são decrescentes e a amortização é crescente, sempre de forma exponencial. O item está CERTO.

ITEM 03

A parcela de juros presente em cada prestação é obtida pela multiplicação da taxa unitária pelo saldo devedor do período anterior. Desta forma, a parcela de juros na 1ª prestação é de R\$ 60.000,00 ($0,1 \times \text{R\$ } 600.000,00$).

A parcela de amortização é obtida pela diferença entre o valor da prestação e o valor da parcela de juros. Logo a parcela de amortização na 1ª prestação é de R\$ 77.764,43 ($\text{R\$ } 137.764,43 - \text{R\$ } 60.000,00$).

O saldo devedor de cada período é obtido pela diferença do valor do saldo devedor do período anterior e a parcela de amortização do período em análise. Desta forma, após o pagamento da primeira prestação, o saldo devedor é de R\$ 522.235,57 ($\text{R\$ } 600.000,00 - \text{R\$ } 77.764,43$). O item está CERTO.

ITEM 04

No item anterior, calculou-se o saldo devedor após o pagamento da 1ª prestação. Aquele saldo devedor é a base de cálculo dos juros embutidos na 2ª prestação, que representam 10% daquele valor, ou seja, R\$ 52.223,55 ($0,1 \times \text{R\$ } 522.235,57$). O item está CERTO.

ITEM 05

Com o pagamento da última prestação, fica zerado o saldo devedor, qualquer que seja o número de prestações. No caso, temos 6 prestações, ou seja, a sexta prestação é a última; logo, nesta, o valor da amortização é igual ao saldo devedor após o pagamento da penúltima prestação. O item está CERTO.

- 8) (INSS/97) Diz-se que a taxa i é equivalente à taxa i' se, ao fim de determinado período, ambas produzirem o mesmo montante, quando aplicadas ao mesmo capital. Considerando o regime de juros simples e a informação acima, julgue os itens que se seguem.**

- ① O capital que, aplicado à taxa de juros de 12% a.a., transforma-se, ao final de 10 meses, em R\$ 308,00 é superior a R\$ 270,00.
- ② Um capital aplicado a 200% a.a. e capitalizado semestralmente dobrará em 6 meses.
- ③ A juros de 10% a.a., uma dívida que, ao final de 2 anos, atingir R\$ 1.200,00 poderá ser imediatamente liquidada por R\$ 990,00.
- ④ Se uma taxa mensal i e uma taxa diária i' são equivalentes, então $i = 30 i'$.
- ⑤ Três taxas mensais e consecutivas de 2%, 3% e 5% equivalem a uma taxa trimestral de 10%.

Solução

ITEM 01

Note que o comando da questão ressalva que a análise seja efetuada, considerando-se o regime de juros simples.

A taxa mensal proporcional a 12% a.a. é de 1% a.m. Como no regime de juros simples as taxas são proporcionais e equivalentes ao mesmo tempo, devido à linearidade, conclui-se que a taxa de aplicação (efetiva) no período de 10 meses é de 10%.

Assim, aplicando-se 10% sobre o valor de R\$ 270,00, será obtido o montante de R\$ 297,00, ao final do período.

Para se obter o montante de R\$ 308,00, nessas condições, tem-se de aplicar o capital de R\$ 280,00.

O item está CERTO.

ITEM 02

Este item foi extremamente contestado, pois entendiam alguns que ele estaria contrariando o comando da questão, visto que fala em capitalização, e esse termo caracteriza o regime de juros compostos. Entretanto, esse fato não altera em nada a resposta, porque o período de aplicação é unitário (um semestre).

Posto isto, sendo a taxa de 200% a.a., a taxa de aplicação semestral é de 100%. Ora, qualquer capital aplicado à taxa de 100% por determinado período, independentemente do período, dobra nesse período, pois montante é capital mais juros, e juros, à taxa de 100%, é igual ao capital.

O item está CERTO.

ITEM 03

Considerando que R\$ 1.200,00 é o montante ou valor futuro, o valor do capital ou valor atual pode ser obtido pela aplicação da seguinte equação:

$M = C (1 + i n)$, onde:

M – é o montante

C – é o capital ou principal

i – representa a taxa unitária, e

n – representa o número de períodos de aplicação.

Substituindo os valores apresentados, tem-se:

$$1.200,00 = C (1 + 0,1 \times 2)$$

$$C = 1.200,00 / 1,2 = R\$ 1.000,00.$$

O item está ERRADO.

ITEM 04

No regime de juros simples, já se frisou, as taxas são proporcionais e equivalentes ao mesmo tempo, devido à linearidade. Dessa forma, para transformar uma taxa mensal em diária, em não se tratando de juros simples exatos, basta dividir a taxa mensal por 30. Por seu turno, se a taxa fornecida for a taxa diária, basta multiplicá-la por 30.

Vejam que, no comentário, ressaltou-se que “em não se tratando de juros simples exatos”, pois, nessa sistemática, a regra não seria absolutamente correta, visto existirem meses com 28, 29, 30 e 31 dias, conforme o ano.

Poderia alguém tentar impugnar essa questão por considerá-la ambígua, mas não teria êxito, pois, em Matemática Financeira, salvo disposição em contrário, usa-se, de regra, o critério do juro comercial, no qual se considera o mês com 30 dias.

O item está CERTO.

ITEM 05

Novamente deve-se ter em mente o comando da questão.

No regime de juros simples não há capitalização. Então, é indiferente aplicar certo capital, num primeiro mês, a 2%, depois a 3% e, finalmente, a 5% ou aplicá-lo de vez a 10%, durante um trimestre, pois o montante será o mesmo. Vejam:

Considerando o capital igual a 100 unidades monetárias:

$$C = 100$$

$$J1 = 100 \times 0,02 \times 1 = 2,00$$

$$J2 = 100 \times 0,03 \times 1 = 3,00$$

$$J3 = 100 \times 0,05 \times 1 = 5,00$$

$$J \text{ total} = 10,00, \text{ em três meses.}$$

$$J \text{ trimestral} = 100 \times 0,1 \times 1 = 10,00.$$

Como $M = J + C$, nos dois métodos, obteve-se o mesmo montante, aplicados sobre o mesmo capital em igual período. Logo, as taxas são equivalentes.

O item está CERTO.

- 9) (INSS/97) A falta de informações dos micro e pequenos empresários ainda é o principal motivo para a baixa adesão ao SIMPLES — o sistema simplificado de pagamento de impostos e contribuições federais. Segundo pesquisa realizada pelo Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas (SEBRAE) junto a 1.312 empresas, entre 19 e 31 de março, a adesão ao SIMPLES apresentou o resultado mostrado a seguir.**

Adesão ao SIMPLES:

- Já aderiram (39%)
- Não pretendem aderir (3%)
- Não podem aderir (17%)
- Vão aderir (19%)
- Ainda não decidiram (22%)

Folha de S. Paulo, 15/06/1997.

Com base nessas informações, julgue os itens que se seguem.

- ① O número de empresas consultadas que ainda não decidiram aderir ao SIMPLES é inferior a 280.
- ② Mais de 260 empresas consultadas não podem ou não pretendem aderir ao SIMPLES.
- ③ Entre as empresas consultadas, a porcentagem das que já se decidiram em relação ao SIMPLES é superior a 74%.
- ④ Entre as empresas consultadas que podem aderir ao SIMPLES, mais de 25% ainda não se decidiram.
- ⑤ Se o número de empresas que já haviam aderido ao SIMPLES à época da consulta era igual a 900.000, então é correto estimar, com base na pesquisa, que o número total de empresas existentes no Brasil, naquele período, era superior a 2.400.000.

Solução

A questão toda trata de porcentagens. Para resolver questões que envolvam porcentagens, deve-se ter em mente uma única regra, qual seja: a de estabelecer o elemento paradigma, o elemento balizador, de comparação, a quem se atribui o valor de 100%. Deve-se estabelecer quem é o elemento de comparação, pois, nesse tipo de questão, um determinado valor sempre se refere a outro ou é comparado com o outro ou, ainda, com referência a outro.

Deve-se, no entanto, ter muito cuidado, porque, às vezes, o elemento de comparação muda dentro de um mesmo exercício. Vejam o seguinte exemplo.

“Um lucro de 60% sobre o preço de venda representa quanto por cento sobre o custo?”

Observe que, inicialmente, quer se saber um lucro de 60% sobre a venda e, num segundo momento, quanto por cento representa esse valor sobre o custo, o que faz mudar o elemento de comparação, isto é, de início, o elemento de comparação é a venda e, no segundo, é o custo.

Não se dispõe de valores. Pode-se, portanto, atribuí-los aleatoriamente.

Considerando o valor da venda de 1.000,00 unidades monetárias, tem-se:

Preço de venda = 1.000,00 ——— 100%

Lucro = X ——— 60%

$X = 60 \times 1.000 / 100 = 600,00$

Assim, se o preço de venda foi de 1.000,00 unidades monetárias, o lucro de 60% sobre venda representa 600,00 unidades monetárias. Logo, o custo foi de 400,00 unidades monetárias.

Agora, quer se saber quanto por cento sobre o custo representa o lucro de 60% sobre a venda, isto é, quanto por cento representam 600,00 UM sobre 400,00 UM. Veja que o elemento de comparação passou a ser o custo, que será 100%.

$$\text{Custo} = 400,00 \quad \text{-----} \quad 100\%$$

$$\text{Lucro} = 600,00 \quad \text{-----} \quad X$$

$$X = 600 \times 100 / 40 = 150\%.$$

De posse dessa rápida explicação e do exemplo, pode-se resolver a questão.

ITEM 01

O número de empresas consultadas foi de 1.312, que é o total e também o elemento de comparação, logo 100%.

As empresas que ainda não decidiram representam 22% do total, logo:

$$1.312 \quad \text{-----} \quad 100\%$$

$$X \quad \text{-----} \quad 22\%$$

$$X = 1.312 \times 22 / 100 = 288,64 \text{ empresas, que é superior a } 280.$$

O item está ERRADO.

ITEM 02

As empresas que não podem aderir ao Simples representam 17%, e as que não pretendem aderir representam 3%. Logo:

$$1.312 \quad \text{-----} \quad 100\%$$

$$X \quad \text{-----} \quad 20\%$$

$$X = 1.312 \times 20 / 100 = 262,4 \text{ empresas, que é número maior do que } 260.$$

O item está CERTO.

ITEM 03

As empresas que ainda não decidiram em relação ao SIMPLES representam 22%; logo, as que se decidiram representam 78%, índice que é superior a 74%.

O item está CERTO.

ITEM 04

Não podem aderir ao SIMPLES 17%. Portanto, 83% podem aderir ao SIMPLES. Assim, o universo, o elemento paradigma são esses 83%. Logo:

$$83 \quad \text{-----} \quad 100\%$$

$$22 \quad \text{-----} \quad X$$

$$X = 22 \times 100 / 83 = 26,5\%, \text{ que é superior a } 25\%.$$

O item está CERTO.

ITEM 05

As empresas que já aderiram representam 39%. Se esse percentual representar 900.000 empresas, então o total de empresas pode ser obtido da seguinte forma:

$$900.000 \quad \text{-----} \quad 39\%$$

$$X \quad \text{-----} \quad 100\%$$

$X = 900.000 \times 100 / 39 = 2.307.692$, número que é inferior a 2.400.000.

O item está CERTO.

Analise a tabela seguinte, extraída do jornal *Folha de S. Paulo*, de 15/6/1997, para responder às questões de nº 10 a 13.

Encontre o juro embutido no crediário

Juro ao mês em %	Número de prestações (fora a primeira ou entrada)							Juro ao ano em %
	3	5	11	15	17	23	35	
2	2,88	4,71	9,79	12,85	14,29	18,29	25,00	26,82
3	2,83	4,58	9,25	11,94	13,17	16,44	21,48	42,57
4	2,78	4,45	8,76	11,12	12,17	14,86	18,66	60,10
5	2,72	4,33	8,31	10,38	11,27	13,49	16,37	79,58
6	2,67	4,21	7,89	9,71	10,48	12,30	14,50	101,22
7	2,62	4,10	7,50	9,11	9,76	11,27	12,95	125,22
8	2,58	3,99	7,14	8,56	9,12	10,37	11,65	151,82
9	2,53	3,89	6,81	8,06	8,54	9,58	10,56	181,26
10	2,49	3,79	6,50	7,61	8,02	8,88	9,64	213,84

Como usar a tabela

1. subtraia do preço à vista o valor da entrada ou da primeira prestação;
2. divida o valor efetivamente financiado (passo 1) pelo valor de cada prestação;
3. localize o resultado do passo 2 na coluna do número de prestações, fora a entrada;
4. siga na horizontal até a primeira coluna da esquerda, que indica o juro mensal aproximado do financiamento.

10) (INSS/97) Com base na tabela e considerando planos de financiamento a Juros compostos, com parcelas mensais e iguais, sendo a primeira paga no ato da compra, julgue os itens a seguir.

- ① Um consumidor que adquira um bem no valor de R\$ 238,00, em 12 prestações de R\$ 28,00, estará pagando um juro mensal de 7%.
- ② Se um bem no valor de R\$ 998,00 for adquirido em 6 prestações, a um juro mensal de 8%, então o valor de cada parcela será superior a R\$ 190,00.
- ③ O valor à vista de um bem adquirido em 16 parcelas de R\$ 100,00 cada uma, a juros mensais de 6%, é inferior a R\$ 1.000,00.
- ④ Segundo a tabela, se um bem for financiado para dois clientes distintos, em prazos diferentes, mas com a mesma taxa de juros, sendo o prazo para o primeiro cliente igual à metade do prazo para o segundo, então o valor da parcela correspondente ao primeiro será o dobro da parcela correspondente ao segundo.
- ⑤ O valor 14,50, encontrado na coluna correspondente a 35 prestações, é o cálculo aproximado do valor de $\frac{1 - (1 + 0,06)^{-35}}{0,06}$.

Solução**ITEM 01**

Conforme a tabela apresentada, a primeira prestação é paga no ato da compra, isto é, à vista. Logo, deve-se deduzir esse valor do valor financiado, pois, no valor financiado, incidem juros, e, sobre a parcela paga na entrada, não incidem juros, visto que é considerada à vista. Assim, o valor financiado é de R\$ 210,00 (238 – 28).

Dessa forma, o valor atual de uma série de pagamentos postecipados, consecutivos, periódicos e iguais, com taxas de juros idênticas, poderá ser obtido pela aplicação da seguinte fórmula:

$$Va = P \times \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

Ou pela substituição da expressão $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ por $a_n \cdot \tau_i$, quando se obterá a seguinte fórmula:

$$Va = P \times a_n \cdot \tau_i$$

O valor da expressão $a_n \cdot \tau_i$ é encontrada na tabela e pode, ainda, ser apresentada da seguinte forma, conforme se deduzirá mais adiante:

$$a_n \cdot \tau_i = 1 - \frac{(1+i)^{-n}}{i}$$

Na fórmula apresentada, tem-se:

Va = valor atual, presente ou à vista

P = valor da parcela ou prestação

i = taxa unitária

n = número de períodos do financiamento.

De posse de todos esses elementos, pode-se encontrar o valor de $a_n \cdot \tau_i$, sendo n = 11 períodos e i = 7% ao período. Esse valor é encontrado na tabela da seguinte forma: Procura-se na linha que representa 7% e vai-se até a coluna que representa 11 períodos. O valor assim encontrado é de 7,5.

Pode-se também calcular esse valor, mediante a aplicação da fórmula anteriormente apresentada:

$$a_n \cdot \tau_i = Va / P$$

$$a_n \cdot \tau_i = 210 / 28 = 7,5.$$

Nesse caso, seria feito o caminho inverso, isto é, de posse do número de períodos (no caso 11), procurar-se-ia nessa coluna o valor calculado. Achando esse valor, vai-se ao início da linha que o contenha e encontra-se a taxa (7% para o exercício em tela).

O item está CERTO.

ITEM 02

A fórmula, como se viu, a ser utilizada com pagamento da primeira prestação como entrada, deve considerar excluído o valor da primeira parcela do valor atual, ou considerá-la sem a incidência de juros.

$$Va = P + P \times \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

Consultando na tabela, o valor de $a_{n|i}$, com $n = 5$ e $i = 8\%$, será de 3,99. Substituindo os termos na fórmula, tem-se:

$$998 = P + P \times 3,99$$

$$998 = 4,99 P$$

$$P = 998 / 4,99 = 200,00.$$

O item está CERTO.

ITEM 03

O valor à vista ou atual é obtido pela aplicação da mesma fórmula do item anterior.

$$Va = P + P \times \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

Consultando a tabela, o valor de $a_{n|i}$, com $n = 15$ e $i = 6\%$, será de 9,71. Substituindo esses valores na fórmula, tem-se:

$$Va = 100 + 100 \times 9,71$$

$$Va = 100 + 971$$

$$Va = 1.071,00.$$

O item está ERRADO.

ITEM 04

A tabela apresentada reproduz, aproximadamente, a Tabela *Price*, que é fundada no regime de juros compostos.

Em juros compostos não se mantém linearidade nos valores em função do número de períodos, pois os juros compostos são apresentados de forma exponencial.

Se o item estivesse verdadeiro, os valores tabelados guardariam proporção (linear) entre o número de períodos, de tal forma que, se o tempo de um fosse o triplo do outro, o seu valor seria um terço do valor do outro.

Observando a tabela, nota-se que o valor apresentado para 15 períodos, em qualquer taxa, não representa o triplo do valor apresentado para 5 meses.

O item está ERRADO.

ITEM 05

O valor de 14,50 na coluna de 35 meses corresponde à taxa de 6%, e pode ser calculado, conforme noticiado, pela seguinte expressão:

Trabalhando esta expressão, chega-se ao seguinte resultado:

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n \times i} - \frac{1}{(1+i)^n \times i}$$

Simplificando os valores em **negrito**, tem-se:

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = \frac{1}{i} - \frac{1}{(1+i)^n \times i}$$

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = \frac{1}{i} - \frac{(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Substituindo os valores, tem-se:

$$\frac{1 - (1+0,06)^{-35}}{0,06}$$

O item está CERTO.

11) (INSS/97) Com o auxílio da tabela anterior, julgue os itens abaixo.

- ① O valor 42,57%, localizado na última coluna, corresponde à taxa de juros anual equivalente à taxa mensal de 3%.
- ② A partir da tabela, obtém-se que $(1+0,04)^{15} = \frac{1}{(1-0,04 \times 11,12)}$.
- ③ Financiando-se um bem cujo valor à vista é de R\$ 3.000,00, em 12 parcelas, a primeira vencendo no ato da compra, a juros compostos de 5% a.m., o valor total pago, em reais, será igual a $3.000(1+0,05)^{12}$.
- ④ Para um comprador que paga a primeira prestação no ato da compra, a opção de pagamento em 6 prestações, com juros compostos de 4% a.m., é mais vantajosa – isto é, implica desembolsar um montante menor – do que a opção de pagamento em 12 prestações, com juros compostos de 2% a.m.
- ⑤ Se o sistema de capitalização fosse simples, a tabela dada não seria adequada para se calcular, por exemplo, o valor de uma determinada prestação.

Solução

ITEM 01

42,57% é o percentual de juro que se obtém ao aplicar um determinado valor a taxa de 3% a.m., durante 12 meses.

Dessa forma, é indiferente aplicar certa quantia a 3% a.m., por 12 meses, com capitalização mensal, ou aplicar essa mesma quantia a 42,57% a.a., pois, ao cabo de um ano, têm-se montantes iguais. Logo, as taxas apresentadas são equivalentes.

O item está CERTO.

ITEM 02

O valor 11,12 é encontrado em 15 meses a uma taxa de 4%. Logo, usando a fórmula a_n^{-1} , conforme deduzido no item 5 da questão anterior, pode-se escrever os dados da seguinte forma:

$$(1+0,04)^{15} = \frac{1}{(1-0,04 \times \frac{[1-(1+0,04)^{-15}]}{0,04})}$$

Simplificando os valores em negrito, tem-se

$$(1 + 0,04)^{15} = \frac{1}{(1 - 1x \frac{[1 - (1 + 0,04)^{-15}]}{1})}$$

Efetuando, obtém-se:

$$(1 + 0,04)^{15} = \frac{1}{1 - 1x[1 - (1 + 0,04)^{-15}]}$$

$$(1 + 0,04)^{15} = \frac{1}{(1 + 0,04)^{-15}}$$

$$(1 + 0,04)^{15} = (1 + 0,04)^{15}.$$

O item está CERTO.

ITEM 03

O montante em rendas certas (prestações ou parcelas) é obtido pela aplicação da seguinte fórmula:

$$S = \frac{Px(1+i)^n - 1}{i}.$$

A forma de cálculo sugerida no item representa o montante de uma única aplicação de R\$ 3.000,00, a uma taxa de 5%, pelo período de 12 meses. Essa forma de cálculo não é aplicável em casos de rendas certas.

O item está ERRADO.

ITEM 04

Visto não terem sido fornecidos valores, pode-se supor um valor financiado de R\$ 1.000,00. Assim, têm-se duas situações:

Situação 1:

6 prestações com $i = 4\%$ a.m.

$$Va = P + P \times a_{n|i} \quad (n=5 \text{ e } i=4 \Rightarrow a_{n|i} = 4,45)$$

$$1.000 = P + P \times 4,45$$

$$5,45 P = 1.000$$

$$P = 183,48$$

$$*** 183,48 \times 6 = 1.100,88.$$

Situação 2:

12 prestações com $i = 2\%$ a.m.

$$Va = P + P \times a_{n|i} \quad (n=11 \text{ e } i=2 \Rightarrow a_{n|i} = 9,79)$$

$$1.000,00 = P + P \times 9,79$$

$$10,79 P = 1.000,00$$

$$P = 92,68$$

$$*** 92,68 \times 12 = 1.112,16.$$

O item está CERTO.

ITEM 05

A tabela apresentada reproduz a Tabela *Price*, que é baseada em juros compostos. Portanto, não se presta para cálculo de juros simples, salvo se houver apenas um período, quando juros compostos e juros simples são coincidentes, visto não haver capitalização.

O item está ERRADO.

12) (INSS/97) Um automóvel, vendido à vista por R\$ 15.860,00, pode ser financiado em 24 parcelas iguais e mensais, a juros compostos de 4% a.m., vencendo a primeira prestação no ato da compra.

Com base nessas informações e com o auxílio da tabela anterior, julgue os itens a seguir.

- ① O sistema de amortização que está sendo utilizado para esse financiamento é o sistema de amortização constante (SAC).
- ② A taxa nominal anual em questão é de 48%.
- ③ O saldo devedor, após ser paga a 12ª prestação, corresponde à metade do valor efetivamente financiado.
- ④ Mais de 50% do valor da segunda prestação corresponde a juros do financiamento.
- ⑤ Após pagar a penúltima prestação, o saldo devedor é inferior a R\$ 970,00.

Solução

ITEM 01

Existem diversos sistemas de AMORTIZAÇÃO, dentre os quais destacam-se o sistema francês ou *Price* e o sistema de amortização constante (SAC).

No sistema *Price*, as PARCELAS são todas iguais. Isso implica haver JUROS decrescentes e AMORTIZAÇÕES crescentes.

Quando se está diante do sistema SAC, trata-se de amortização constante, isto é, os JUROS são decrescentes e as PARCELAS também decrescentes.

Outro aspecto interessante que diferencia um método de outro é que, no sistema *Price*, a AMORTIZAÇÃO é crescente de forma exponencial, o que faz os JUROS e o SALDO DEVEDOR decrescerem exponencialmente.

Já no método SAC, os JUROS, as PARCELAS e o SALDO DEVEDOR decrescem de forma linear.

Destarte, no financiamento em questão, adotou-se o sistema francês ou *Price*.

O item está ERRADO.

ITEM 02

A taxa nominal, chamada de taxa de “mentira”, em juros compostos é aquela taxa apresentada em período maior do que o período de capitalização. Para se obter a taxa de capitalização periódica, basta dividir a taxa nominal pelo número de períodos em que se subdivide sua capitalização.

Desta forma, caso seja fornecida a taxa de capitalização mensal e se queira a taxa nominal anual, deve-se multiplicar a taxa mensal por 12, que, no presente caso, resulta em 48% a.a.

Atenção!

Esse procedimento não é adequado para se obter a taxa equivalente ou efetiva no regime de juros compostos.

O item está CERTO.

ITEM 03

Conforme já se enfatizou, no sistema francês de amortização não há linearidade. Portanto, não parece possível que, após o pagamento da metade das prestações, se tenha amortizado a metade do saldo devedor, haja vista que, nesse sistema, a amortização é crescente, ou seja, nas primeiras prestações ou parcelas o valor é menor e nas últimas ele é maior.

Para não ficar só na teoria, que, na hora da prova, seria suficiente para o item, vai-se resolver a questão.

Inicialmente, é preciso saber o valor de cada parcela, o que pode ser conseguido pela **Resolução** da seguinte expressão:

$$Va = P + P \times \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

Sendo:

$$Va = 15.860,00$$

$$i = 4\% \Rightarrow 0,04$$

$$n = 23 \text{ períodos}$$

$$a_{n-i} \Rightarrow a_{23-4} = 14,86.$$

Então, substituindo na fórmula acima, tem-se:

$$15.860 = P + P \times 14,86$$

$$15,86 P = 15.860,00$$

$$P = 1.000,00.$$

O valor financiado será, então, de R\$ 14.860,00, visto que R\$ 1.000,00 foram pagos no ato, na entrada, o que é pagamento à vista, e pagamento à vista não é financiado.

Os juros embutidos na primeira prestação são de 4% do valor financiado, isto é, do saldo devedor do período anterior ($n=0$), ou seja: 4% de 14.860 = R\$ 594,40.

Por simples subtração, obtém-se o valor da amortização da primeira prestação, visto que $P = A + J$.

$$A = 1.000,00 - 594,40 = 405,60.$$

Este processo poderia ser repetido até a 12ª prestação, mas isso tomaria tempo em demasia. Para contornar esse percalço, desenvolveu-se uma sistemática de cálculo mais célere a partir da descoberta de que existe uma relação de juros compostos entre os valores das amortizações. Analisando os valores das amortizações, percebe-se que a amortização da segunda prestação representa o montante, com uma capitalização, da primeira prestação; a amortização da 12ª prestação representa o montante da primeira prestação com 11 (onze) capitalizações. Assim, pode-se escrever a seguinte fórmula:

$$A_n = A_m \times (1+i)^{(n-m)}$$

Onde:

A = amortização

n = período procurado (futuro)

m = período base (atual)

Desta forma, pode-se calcular o valor da amortização embutida na 12ª prestação.

$$A_{12} = A_1 \times (1 + i)^{11}$$

$$A_{12} = 405,60 \times 1,53945$$

$$A_{12} = 624,40.$$

Como $P = A + J$, tem-se que os juros embutidos na 12ª parcela são de R\$ 375,60 ($1.000,00 - 624,60$), o que representa 4% do SALDO DEVEDOR do período anterior. Assim, o SALDO DEVEDOR do período anterior é de R\$ 9.390,00 ($375,60 / 0,04$).

Como o saldo devedor do período atual é calculado tomando por base o saldo devedor do período anterior menos a amortização do período atual, tem-se:

$$SD_{12} = SD_{11} - A_{12}$$

$$SD_{12} = 9.390,00 - 624,40$$

$$SD_{12} = \text{R\$ } 8.765,60.$$

Esse valor é maior do que a metade do valor financiado.

O item está ERRADO.

ITEM 04

Aplicando o raciocínio idêntico ao desenvolvido no item anterior, tem-se que:

$$A_2 = A_1 \times (1 + i)$$

$$A_2 = 405,60 \times 1,04$$

$$A_2 = 421,82.$$

O item está CERTO.

ITEM 05

Já se falou que os juros são calculados, tomando por base o saldo devedor do período anterior. Pois bem, junto com a última prestação, amortiza-se todo saldo devedor, isto é, o saldo devedor remanescente após ser paga a penúltima prestação.

Como $P = A_n + J_n$ e $J_n = SD_{n-1} \times i$, e pelo fato de SD_{n-1} ser exatamente igual ao valor da última amortização, pode-se dizer que:

$$P = A_n + A_n \times i$$

Dessa forma, tem-se:

$$1.000,00 = A_{23} + A_{23} \times 0,04$$

$$1.000,00 = 1,04 A_{23}$$

$$A_{23} = 1.000,00 / 1,04$$

$$A_{23} = \text{R\$ } 936,46, \text{ valor inferior a R\$ } 970,00.$$

O item está CERTO.

13) (INSS/97) Uma empresa gráfica, necessitando atualizar-se tecnologicamente, tem as seguintes alternativas para obter uma máquina copiadora:

– **alternativa I:**

comprá-la, à vista, pelo valor de R\$ 8.105,00, considerando que, se a vida econômica útil da máquina é de 5 anos, venderá a copiadora, após 5 anos de uso, por R\$ 1.000,00. Nesse caso, a empresa é responsável pelas despesas de manutenção, que são de R\$ 500,00 por ano, nos 4 primeiros anos, e de R\$ 1.500,00, no quinto ano, que devem ser pagas ao final de cada ano;

– **alternativa II:**

alugá-la pelo valor anual de R\$ 2.300,00, a ser pago ao final de cada ano, com as despesas de manutenção correndo por conta do vendedor.

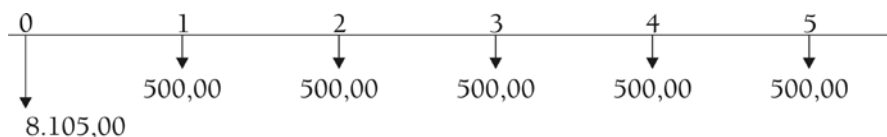
Considerando que a tabela anterior pode ser utilizada para juro ao ano com prestações anuais e que a taxa de juros do mercado seja igual a 10% a.a., julgue os itens que se seguem.

- ① Para a alternativa I, o valor atual de todos os desembolsos líquidos, excetuado o pagamento à vista, é igual a R\$ 1.895,00.
- ② Para a alternativa I, o valor atual de todos os desembolsos líquidos é inferior a R\$ 10.250,00.
- ③ O fluxo de desembolsos uniforme de cinco parcelas anuais iguais, equivalente a alternativa I tem parcelas de valor inferior a R\$ 2.500,00 cada uma.
- ④ A alternativa II é a que exigirá da empresa o menor desembolso total.
- ⑤ Se a empresa obtiver, na alternativa I, um desconto de 20% na despesa de manutenção, o valor atual de todos os desembolsos líquidos será reduzido em 15%.

Solução

ITEM 01

ALTERNATIVA I



Observe que, no 5º ano, há um desembolso líquido de R\$ 500,00, visto o ingresso ser de R\$ 1.500,00 e o egresso, de R\$ 1.000,00.

Dessa forma, têm-se 5 desembolsos líquidos postecipados de R\$ 500,00. Para se obter o valor atual desses desembolsos, basta aplicar a fórmula do valor atual (Va):

$$Va = P \times a_{n-i}$$

Com $n = 5$ e $i = 10\%$, tem-se que $a_{n-i} = 3,79$. Logo:

$$Va = 500,00 \times 3,79$$

$$Va = R\$ 1.895,00.$$

O item está CERTO.

ITEM 02

Já se calculou o valor dos desembolsos líquidos, exceto o pagamento inicial, que foi à vista. Portanto, para se obter o valor atual de todos os desembolsos líquidos, basta somar ao resultado do item anterior o valor do pagamento à vista.

$$V_a = 8.105,00 + 1.895,00$$

$$V_a = R\$ 10.000,00.$$

O item está CERTO.

ITEM 03

De posse do valor atual total de todos os desembolsos líquidos da alternativa I (R\$ 10.000,00), pode-se calcular o valor de cada parcela se fosse adotada essa modalidade de pagamento.

$$P = V_a / a_{n-i}, \text{ com } n = 5 \text{ e } i = 10\%, \text{ tem-se que } a_{5-10} = 3,79$$

$$P = 10.000,00 / 3,79$$

$$P = R\$ 2.638,52.$$

O item está ERRADO.

ITEM 04

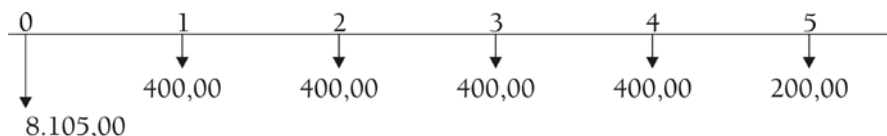
Conforme o cálculo apresentado no item anterior, os desembolsos anuais para a alternativa I são de R\$ 2.638,52, e para a alternativa II os desembolsos são de R\$ 2.300,00, portanto menores.

O item está CERTO.

ITEM 05

Com desconto de 20% na despesa de manutenção, o fluxo do item “1” fica assim representado:

ALTERNATIVA I



Pelos dados apresentados e a tabela sugerida, não era possível resolver este item, pois não se trata de uma série uniforme de pagamentos, visto que, no 5º ano, o valor do desembolso líquido passa a ser de R\$ 200,00, enquanto que, para os quatro anos anteriores, o desembolso seria de R\$ 400,00.

Contudo, o item não era passível de anulação, pois uma redução de 15% de todos os desembolsos líquidos representa diminuição de R\$ 1.500,00 no valor atual das despesas com manutenção. Calculando o valor da redução que se deveria obter em cada parcela, considerando-as constantes, será o seguinte:

$$V_a = 1.500,00$$

$$P = ?$$

$$n = 5$$

$$i = 10\%$$

$$P = 1.500,00 / 3,79$$

$$P = R\$ 395,78.$$

Logo, o valor dos desembolsos líquidos, a título de despesas, para obter uma redução de 15% do total dos desembolsos líquidos, será de R\$ 104,22 (500,00 – 395,78).

O item está ERRADO.

14) (INSS/97) Dois investimentos, I e II, de mesmo valor, são feitos em bancos distintos, pelo prazo de dois meses, com capitalização mensal. A taxa nominal de I é de 36% a.a., e a taxa efetiva de II é de 6% ao bimestre. A taxa de inflação no primeiro mês foi de 2% e, no segundo, de 3%.

Com base nessas informações, julgue os seguintes itens.

- ① A taxa de inflação no período considerado foi de 5%.
- ② A taxa aparente do investimento I, ao final do período, é de 6%.
- ③ No período considerado, a taxa real auferida no investimento II é menor que 1%.
- ④ No período considerado, a taxa real auferida no investimento I é maior que a taxa real auferida no investimento II.
- ⑤ A taxa mensal equivalente à taxa efetiva do investimento II é, em porcentagem, igual a $100 \times [(1,06)^{1/2} - 1]$.

Solução

ITEM 01

Taxa de inflação é calculada de forma cumulativa, isto é, como se fossem juros compostos. Da mesma forma é calculada a taxa de crescimento populacional, afinal de gente é que nasce gente, é lógico que dentro de certas circunstâncias e acontecimentos.

Assim sendo, por exemplo, se determinado bem custa R\$ 100,00 e, por dois meses consecutivos houver inflação de 2% e 3%, respectivamente, tem-se a elevação no preço do bem da seguinte forma:

Preço inicial: R\$ 100,00

Preço ao final do 1º mês = R\$ 100,00 + 2% x R\$ 100,00 = R\$ 102,00

Preço ao final do 2º mês = R\$ 102,00 + 3% x R\$ 102,00 = R\$ 105,06.

Percebe-se que, no período, o preço do bem se elevou de R\$ 100,00 para R\$ 105,06, o que representa uma elevação de 5,06%, decorrente da inflação do período.

O item está ERRADO.

ITEM 02

Taxa aparente é aquela taxa na qual deignora a existência da inflação. Essa taxa, em juros compostos, é obtida pelo fator de acumulação de capitais (FAC), representado por:

$$FAC = (1 + i)^n$$

$$FAC = (1 + 0,03)^2 = 1,0609.$$

Para se obter a taxa do período ou taxa efetiva, deve-se subtrair a unidade do FAC.

$$i_{ef} = (1,0609 - 1) \times 100 = 6,09\% \text{ ao bimestre.}$$

O item está ERRADO.

ITEM 03

A taxa aparente efetiva do investimento I é de 6,09% no período, enquanto a do investimento II é de 6,0% no período.

Para calcular a taxa real, deve-se considerar o efeito da inflação. Assim, considerando o exemplo utilizado no item “1”, tem-se a seguinte situação:

Valor inicial do bem: R\$ 100,00



Valor após o efeito da inflação: R\$ 105,06

Juros investimento I: R\$ 106,09

Juros investimento II: R\$ 106,00

Note que, na realidade, o efeito do juro fez elevar o valor do investimento I em R\$ 1,03, partindo de R\$ 105,06. O investimento II se elevou em R\$ 0,94.

A taxa real é obtida pelo seguinte cálculo:

Investimento I $P Tr = (1,03 / 105,06) \times 100 = 0,98\%$.

Investimento II $P Tr = (0,94 / 105,06) \times 100 = 0,89\%$.

O item está CERTO.

ITEM 04

Veja o cálculo desenvolvido para o item anterior.

O item está CERTO.

ITEM 05

Para se obter a taxa equivalente mensal de um período maior, por exemplo de ano para mês, usa-se a seguinte fórmula:

$$i_{eq} = \sqrt[n]{(1+i)} - 1$$

Onde:

i_{eq} = taxa equivalente

n = número de períodos menores que estão contidos no período da taxa maior (i).

Assim, querendo a taxa equivalente mensal, percentual, a taxa efetiva de 6% ao bimestre, a **Solução** sugerida no item é pertinente.

O item está CERTO.

15) (INSS/97) Julgue os itens a seguir, relativos às diferentes maneiras com que uma nota promissória pode ser descontada.

- ① Se forem calculados a uma mesma taxa, o valor atual segundo o desconto comercial será sempre menor que o valor atual segundo o desconto racional.
- ② O desconto bancário nada mais é do que o desconto comercial acrescido de uma taxa, a título de despesas bancárias.
- ③ No desconto comercial, a taxa implícita na operação é sempre menor que a taxa estabelecida.
- ④ A diferença entre os descontos racional e comercial, a uma mesma taxa, aumenta à medida que a data de desconto aproxima-se da data do vencimento.

- ⑤ Se uma nota promissória – com valor de R\$ 1.000,00 na data de vencimento, em 2 anos – é descontada 2 anos antes do vencimento, em um banco que pratica uma taxa de desconto bancário simples de 18% a.a., então a taxa anual de juros compostos que está sendo paga pelo cliente é superior a 24% a.a.

Solução

ITEM 01

Vocês já devem ter visto por aí que a fórmula do desconto comercial é algo parecido com:

$$Dc = Nin$$

Onde: Dc = desconto comercial

N = valor nominal

i = taxa de desconto comercial (unitária)

n = número de períodos de antecipação.

Também não deve ser novidade que o desconto racional pode ser calculado pela aplicação da seguinte fórmula:

$$Dr = \frac{Nin}{(1 + in)}$$

Dessas duas fórmulas, pode-se extrair diversas conclusões:

- 1ª) o desconto comercial é sempre maior do que o desconto racional;
- 2ª) o desconto comercial representa o montante, tomado como capital o desconto racional. Faz-se essa afirmativa tendo em mente que Nin é o desconto comercial e, substituindo Nin por Dc na fórmula do Dr, tem-se:

$$Dr = \frac{Dc}{(1 + in)} \Rightarrow Dc = Dr (1 + in)$$

- 3ª) qualquer desconto (comercial ou racional) é sempre o valor nominal menos o valor atual:

$$D = N - Va \Rightarrow Va = N - D$$

Conforme se afirmou, o desconto comercial é sempre maior do que o desconto racional. Então, o valor atual comercial (Vac) é sempre menor do que o valor atual racional (Var);

- 4ª) no desconto racional, as fórmulas a serem empregadas são semelhantes às fórmulas do juro e do montante, tomando-se, para tanto, no lugar do capital, o valor atual e, no lugar do montante, o valor nominal.

Por isso, o desconto racional é, também, chamado de desconto “por dentro”, pois, com a aplicação da mesma taxa, por igual período, do desconto sobre o valor atual, torna-se a obter o valor nominal (montante);

5ª) o desconto comercial representa os “juros” sobre o valor nominal (montante), isto é, o seu cálculo é feito por fora, sobre o valor nominal.

De tudo o que aqui se disse, a relação existente entre o desconto comercial e o desconto racional talvez seja a de maior importância, pois costuma ser frequentemente questionada em concursos, principalmente naqueles elaborados pela Esaf e pelo Cespe. Por isso, repete-se a relação:

$$D_c = D_r \times (1 + in)$$

O item está CERTO.

ITEM 02

O desconto bancário é o próprio desconto comercial, acrescido de taxas. A razão é óbvia, pois, nessa modalidade, o valor do desconto é maior do que no desconto racional.

O item está CERTO.

ITEM 03

A taxa implícita é aquela taxa necessária para elevar o valor atual ao valor nominal em igual período adotado para o desconto, ou seja, é a taxa efetiva da operação.

Exemplificando: se for atribuído ao valor nominal o correspondente a R\$ 1.000,00, com taxa de desconto comercial de 10% ao período, e se quiser saber o desconto comercial que esse título sofrerá três meses antes do vencimento, tem-se:

$$N = 1.000,00$$

$$i = 10\% \Rightarrow 0,10$$

$$n = 3 \text{ períodos}$$

$$D_c = ?$$

$$D_c = N_{in}$$

$$D_c = 1.000,00 \times 0,10 \times 3$$

$$D_c = R\$ 300,00$$

$$V_a = 1.000,00 - 300,00 = R\$ 700,00$$

Para elevar R\$ 700,00 (V_a) a R\$ 1.000,00 (N), qual a taxa que deve ser aplicada?

$$N = V_a \times (1 + in)$$

$$1.000,00 = 700,00 (1 + 3i)$$

$$1.000,00 = 700,00 + 2.100,00 i$$

$$1.000,00 - 700,00 = 2.100,00 i$$

$$2.100,00 i = 300,00$$

$$i = 300,00 / 2.100,00$$

$$i = 0,1428 \Rightarrow 14,28\% \text{ ao período.}$$

É de se notar que a taxa implícita (efetiva) supera largamente a taxa da operação.

O cálculo da taxa efetiva ou implícita pode ser obtido, também, pela aplicação da seguinte fórmula:

$$I_{EF} = \frac{i_{dc}}{(1 - i_{dc} \times n)}$$

Onde: i_{ef} = taxa efetiva

i_{dc} = taxa de desconto comercial

n = número de períodos de antecipação.

Salienta-se, ainda, que, quanto maior for o número de períodos de antecipação (n), maior será a diferença entre a taxa da operação e a taxa efetiva.

Usando o exemplo anterior e trocando o período de antecipação para somente um período ($n = 1$), obtém-se os a seguinte taxa efetiva:

$$i_{ef} = \frac{0,10}{(1 - 0,10 \times 3)} = \frac{0,10}{0,9} = 0,1111 \Rightarrow 11,11\%.$$

Comparando os dois resultados, comprova-se o antes afirmado: a taxa efetiva é tanto maior quanto maior for o número de períodos de antecipação do desconto.

O item está ERRADO.

ITEM 04

Pode-se aplicar o raciocínio desenvolvido no item anterior, relativamente à taxa efetiva.

Também se pode utilizar a relação existente entre o desconto comercial e o desconto racional, pois, mudando apenas o “ n ”, a diferença entre as duas modalidades de desconto aumenta à medida que afasta o prazo de vencimento.

Ressalte-se que o “ n ” diminui à medida que se aproxima a data do vencimento.

O item está ERRADO.

ITEM 05

$$Dc = Nin$$

$$Dc = 1.000,00 \times 0,18 \times 2$$

$$Dc = 360,00$$

$$Va = N - D$$

$$Va = 1.000,00 - 360,00$$

$$Va = R\$ 640,00.$$

Para elevar o valor de R\$ 640,00 a R\$ 1.000,00, em dois anos, é necessário que se utilize uma taxa de 25% ao ano no regime de juros compostos.

$$M = 1.000$$

$$C = 640$$

$$n = 2$$

$$i = ?$$

$$1.000 = 640 (1 + i)^2$$

$$(1 + i)^2 = 1.000 / 640$$

$$(1 + i) = \sqrt{1,5625}$$

$$1 + i = 1,25$$

$$i = 0,25 = 25\%.$$

O item está CERTO.

16) (INSS/97) Em operações de locação, o proprietário cede a posse do imóvel em troca de uma renda perpétua cujos termos são iguais ao valor do aluguel. Sendo assim, considere que um apartamento foi alugado por R\$ 1.500,00 mensais (pagamentos postecipados), por tempo indeterminado, e que o mercado oferece opções de investimentos à taxa de juros compostos de 2% a.m. Com base nessa situação, julgue os itens abaixo.

- ① O valor atual do imóvel pode ser estimado entre R\$ 70.000,00 e R\$ 80.000,00.
- ② Por se tratar de um rendimento perpétuo, a estimativa do valor atual do imóvel não será alterada se os pagamentos dos aluguéis forem feitos no primeiro ou no último dia de cada mês.
- ③ A estimativa do valor atual do apartamento não será alterada se, em vez de parcelas mensais, o aluguel for pago em parcelas anuais postecipadas de R\$ 18.000,00 cada uma e os juros de mercado forem de 24% a.a., com capitalização anual.
- ④ Por um ano de aluguel, o inquilino pagará, em reais, o valor total de $1.500 (1 + 0,02)^{12}$.
- ⑤ Admitindo que o proprietário aplique, imediatamente, à taxa de mercado, o dinheiro recebido, o número mínimo n de aluguéis necessários para que ele receba o equivalente à metade do valor atual estimado do apartamento é tal que $(1 + 0,02)^n, \geq 1,5$.

Solução

ITEM 01

Se R\$ 1.500,00 representam 2% do capital e este está representado pelo valor do imóvel, então o valor do imóvel pode ser estimado, com uso de regra de três, em R\$ 75.000,00:

$$1.500 \quad \text{-----} \quad 2\%$$

$$X \quad \text{-----} \quad 100\%$$

$$X = 1.500 \times 100 / 2 = \text{R\$ } 75.000,00.$$

O item está CERTO.

ITEM 02

Trata-se de remuneração de capital, e remuneração de capital são juros. Juros são devidos, sempre, no final do período aprazado.

Se o pagamento for efetuado no início do período, tem-se uma situação semelhante à do desconto comercial, na qual a taxa efetiva é maior do que a taxa da operação. Para manter a mesma taxa, o valor do capital deverá ser diferente; no caso, maior.

O item está ERRADO.

ITEM 03

Juros de 2% a.m., com aluguel de R\$ 1.500,00, resultam em desembolso de R\$ 18.000,00 de juros em 1 ano.

Juros de 24% ao ano, com pagamento único de R\$ 18.000,00, representam idêntico desembolso. Não se considera que o valor do aluguel possa ser reaplicado.

O item está CERTO.

ITEM 04

Se houvesse reaplicação do valor do aluguel, o montante seria obtido pela fórmula:

$$M = [P \times (1 + i)^n - 1] / i.$$

O cálculo sugerido representa o montante do aluguel de apenas um mês, mais especificamente, o do primeiro.

O item está ERRADO.

ITEM 05

O valor do bem = R\$ 75.000,00

Metade do valor do bem = R\$ 37.500,00

R\$ 37.500,00 / R\$ 1.500,00/mês = 25 meses

$(1 + 0,02)^{25} \Rightarrow \text{tabela} = 1,64.$

O item está CERTO.

17) (INSS/97) Uma loja oferece um certo desconto nas compras à vista e, ainda, a opção de pagamento do valor sem desconto em duas prestações mensais iguais, vencendo a primeira no ato da compra. Considerando que a taxa de juros compostos de mercado é igual a 2% a.m., julgue os itens seguintes.

- ① Se o desconto concedido nas compras à vista for de 10%, o cliente desembolsará a mesma quantia, qualquer que seja a opção de compra, à vista ou a prazo.
- ② Se o desconto para pagamento à vista for de 5%, então a taxa mensal de juros embutida nas compras a prazo será inferior a 10%.
- ③ Se o desconto para pagamento à vista for de 25%, então a taxa mensal de juros embutida nas compras a prazo será igual a 100%.
- ④ Para tornar a taxa mensal de juros embutida nas compras a prazo igual à de mercado, o valor do desconto concedido nas compras à vista terá de ser inferior a 1%.
- ⑤ Se a primeira prestação vencer um mês após a compra e o desconto para pagamento à vista for de 20%, então a equação $[1 \div (1 + i)] + [1 \div (1 + i)^2] = 1,6$ determinará a taxa mensal de juros – i – embutida nas compras a prazo.

Solução

ITEM 01

Vai-se atribuir um valor hipotético às compras.

A título de exemplo, o valor não poderia ser outro que não R\$ 100,00 (utilizar-se-á este valor na **Solução** de todos os itens).

No pagamento à vista, com desconto de 10%, o cliente desembolsará R\$ 90,00, ao passo que, no pagamento parcelado, ele desembolsará duas parcelas de R\$ 50,00, ou seja, R\$ 100,00.

O item está ERRADO.

ITEM 02

Veja-se que, no pagamento à vista, o valor do desembolso efetivo é de R\$ 95,00. No pagamento parcelado, a primeira parcela é no ato, isto é, o pagamento é à vista.

Assim, tem-se que o valor efetivamente financiado é de R\$ 45,00. Ora, para elevar R\$ 45,00 à R\$ 50,00 (valor da segunda parcela), há uma taxa embutida de 11,11%.

$$i = (M / C) - 1$$

$$i = (50,00 / 45,00) - 1 = 0,1111 \Rightarrow 0,1111 \times 100 = 11,11\%.$$

O item está ERRADO.

ITEM 03

O valor à vista será de R\$ 75,00.

O valor financiado será de R\$ 25,00, pois a entrada de R\$ 50,00 é no ato, isto é, paga à vista, e, em pagamento à vista, não há cobrança de juros.

Dessa forma, para elevar o valor de R\$ 25,00 para R\$ 50,00, a taxa embutida é de R\$ 100%.

O item está CERTO.

ITEM 04

Se o desconto pelo pagamento à vista for de 1%, então o desembolso será de R\$ 99,00.

No pagamento parcelado, o valor financiado será de R\$ 49,00. Para elevar R\$ 49,00 a R\$ 50,00, a taxa de juros necessária é maior do que 2% $[(50/49 - 1) \times 100 = 2,04]$. Logo, para que os dois pagamentos sejam equivalentes, à taxa de mercado de 2%, o desconto a ser concedido no pagamento à vista terá de ser inferior a 1%.

O item está CERTO.

ITEM 05

Sendo o pagamento à vista com desconto de 20%, então ele será de R\$ 80,00.

Esse valor representa o valor atual nos pagamentos a prazo. Assim:

$$Va = P \times a_{n-i}$$

$$a_{n-i} = Va / P$$

$$a_{n-i} = 80 / 50 = 1,6.$$

Como a fórmula do a_{n-i} é obtida pelo somatório de: $1 / (1 + i) + 1 / (1 + i)^2 + \dots + 1 / (1 + i)^n = [(1 + i)^n - 1] / [i (1 + i)^n]$ e esse valor é fornecido como sendo 1,6, então a **Solução** da equação determinará a taxa embutida.

A propósito, a taxa de juros embutida é algo em torno de 16% ao período.

O item está CERTO.

18) (PERITO CRIMINAL DPF/97) Voando com descontos

As quatro maiores empresas aéreas nacionais estão oferecendo promoções e descontos nas passagens neste período de férias. A Transbrasil (TBA), por exemplo, está dando um desconto de 40% para qualquer viagem nacional. No entanto, um funcionário público acha que foi enganado pela empresa. Reclama ele: “A empresa dá desconto em voos para os quais não há vagas desde setembro”.

Uma passagem Brasília–Rio–Brasília, em vôos normais, sem taxa de embarque, está sendo oferecida nas condições da tabela abaixo.

Além disso, a VASP oferece o parcelamento de tarifas promocionais em até 6 vezes, com entrada de 20% e juros de 2% ao mês.

Empresa	Valor com desconto	Valor sem desconto
VARIG	R\$ 438,32	R\$ 547,90
VASP	R\$ 328,74	R\$ 547,90
TBA	RS 324,00	R\$ 540,00
TAM	R\$ 304,00	R\$ 608,00
Correio Braziliense, 24/12/1997 (com adaptações)		

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes, relativos ao percurso Brasília–Rio–Brasília.

- ① Nesse percurso, o desconto oferecido pela TBA é superior a 40%.
- ② O maior percentual de desconto é oferecido pela VASP.
- ③ Se uma companhia de turismo oferece um desconto adicional de 10% sobre o valor da passagem promocional da VARIG, então o desconto total obtido pelo cliente é inferior a 30%.
- ④ Se um passageiro adquiriu, pela VASP, uma passagem financiada em três parcelas (1 entrada + 2 prestações mensais e iguais), então o valor da prestação será superior a R\$ 133,00.
- ⑤ Se, em uma companhia de turismo, é possível adquirir uma passagem com 10% de desconto para pagamento à vista ou em três pagamentos mensais e iguais, antecipados, então a taxa mensal de juros cobrada no financiamento é inferior a 10%.

Solução

ITEM 01

O desconto oferecido pela TBA pode ser calculado da seguinte forma:

$$(R\$ 540,00 - R\$ 324,00) / R\$ 540,00 = X$$

$$X = R\$ 216,00 / R\$ 540,00.$$

$X = 0,4$, isto é, o desconto oferecido é exatamente de 40%. Logo, o item está ERRADO.

ITEM 02

Pelo que se viu no item anterior, a TBA oferece um desconto de 40%.

O desconto oferecido pela VARIG é:

$$(R\$ 547,90 - R\$ 438,32) / R\$ 547,90 = 0,2 \Rightarrow 20\%.$$

A VASP oferece o seguinte desconto:

$$(R\$ 547,90 - 328,74) / R\$ 547,90 = 0,4 \Rightarrow 40\%.$$

O desconto da TAM é:

$$(R\$ 608,00 - R\$ 304,00) / R\$ 608,00 = 0,5 \Rightarrow 50\%.$$

Portanto, o maior percentual de desconto concedido é da TAM. O item está ERRADO.

ITEM 03

Se for oferecido um desconto adicional de 10% sobre o valor com desconto, então a base de cálculo ou o valor de referência do novo desconto é menor do que a base original. Logo, o desconto total terá de ser menor do que 30%, tendo em vista que o desconto original foi de apenas 20%.

Veja-se sob a forma de cálculo:

Valor com desconto (promocional)	= R\$ 438,32
(-) desconto adicional 10%	= R\$ 43,83
= Valor a pagar	= R\$ 394,49

Assim, o desconto total será de:

$$(R\$ 547,90 - R\$ 394,49) / R\$ 547,90 = 0,28 = 28\%.$$

O item está CERTO.

ITEM 04

Com esta forma de pagamento, há uma entrada de 20%, e como a entrada é considerada pagamento à vista, então o valor financiado é de R\$ 262,992 (R\$ 328,74 x 0,8). Tem-se, então, o seguinte fluxo:



Como N_1 e N_2 possuem valor iguais, tem-se:

$$Va_0 = Va_1 + Va_2$$

$$R\$ 262,99 = [N / (1 + 0,02)] + [N / (1 + 0,02 \times 2)]$$

$$R\$ 262,99 = [N / 1,02] + [N / 1,04]$$

$$(1,0608 \times R\$ 262,99) / 1,0608 = (1,04 N + 1,02 N) / 1,0608$$

$$2,06 N = R\$ 278,98.$$

$N = R\$ 135,42$, que é superior a R\$ 133,00. O item está CERTO.

ITEM 05

Supondo que a empresa escolhida seja a TBA, tem-se:

$$\text{Preço promocional} = R\$ 324,00$$

$$(-) 10\% = R\$ 32,40$$

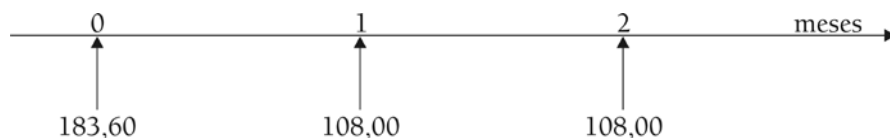
$$= \text{preço à vista} = R\$ 291,60$$

Para verificar a taxa de juros cobrada no pagamento parcelado, deve-se adotar o valor do preço à vista como sendo o valor de referência.

Na venda a prazo, o valor será pago em 3 parcelas iguais e sem desconto adicional; logo, o valor de cada parcela será de R\$ 108,00 (R\$ 324,00 / 3).

No entanto, a primeira parcela será dada como entrada, isto é, à vista. Assim, o valor atual será:

$$R\$ 291,60 - R\$ 108,00 = R\$ 183,60$$



$i = ?$

Para que a taxa mensal seja menor do que 10%, os valores atuais das duas parcelas deverão ser menores do que R\$ 183,60, se adotada a taxa de 10%.

Valores atuais = $(R\$ 108,00 / 1,1) + (R\$ 108,00 / 1,2)$

Valores atuais = R\$ 98,18 + R\$ 90,00 = R\$ 188,18

R\$ 183,60 $\neq$ R\$ 188,18

Como o valor atual produzido pelas duas parcelas é maior do que o valor atual à vista, então a taxa de retorno deve ser maior do que 10%.

Perceba que, em casos de taxa interna de retorno, o valor atual das parcelas deve ser igual ao valor atual do preço à vista ou em outra data. Como, no caso, o valor atual das parcelas é maior do que o valor atual à vista, a taxa para tornar os valores atuais nulos deve ser maior do que 10%. O item está ERRADO.

- 19) “Essa é a hora de comprar carro porque os preços baixaram”, diz uma vendedora. Antes do pacote econômico, um Gol 1.6 custava cerca de R\$ 19 mil. Agora, o mesmo carro pode ser comprado por R\$ 15 mil. Joel adquiriu uma Parati, que custa R\$ 20 mil, pagando R\$ 10 mil de entrada e financiando o restante em 24 meses, postecipados. “O preço final vai ficar 40% mais caro, mas as prestações são fixas”, diz ele.**

O planejamento é o caminho que o marceneiro Juvenal encontrou para trocar de carro. Ele pretende comprar um Monza 93, que, à vista, custa R\$ 8 mil, em 24 prestações fixas e postecipadas de R\$ 350,00, uma entrada de R\$ 1.500,00, mais três parcelas de R\$ 800,00.

O analista de sistemas Valtécio fez diferente. Pagou à vista R\$ 21.500,00 por uma Parati de quatro portas. “O preço caiu bastante. Me deram um desconto de R\$ 3 mil”, comemora ele.

O Palio ED custa, em uma concessionária, R\$ 13.554,00 e pode ser pago em uma entrada de 20%, mais 36 prestações mensais e postecipadas de R\$ 489,00.

Correio Braziliense, 4/12/1997 (com adaptações).

i	$(1+i)^{24}$	$\frac{1 - (1+i)^{-36}}{i}$
1,0%	1,27	30,11
1,5%	1,43	27,66
2,0%	1,61	25,49
2,5%	1,81	23,56
3,0%	2,03	21,83

Com base nessas informações e com o auxílio da tabela acima, julgue os itens que se seguem.

- ① Valtécio recebeu um desconto inferior a 10% na compra de seu carro novo.
- ② O sistema de amortização utilizado no financiamento pretendido por Juvenal é a Tabela *Price*.
- ③ Nas condições apresentadas, o preço final pago pelo Palio ED estará acrescido de menos de 40% de seu valor inicial.
- ④ O Palio ED está sendo financiado a uma taxa mensal superior a 2,5%.
- ⑤ O juro mensal pago por Joel é inferior a 2,5% a.m.

Solução

ITEM 01

Preço pago = R\$ 21.500,00

Preço de tabela = R\$ 21.500,00 + R\$ 3.000,00 = R\$ 24.500,00

O percentual de desconto recebido por Valtécio foi de:

$$[(R\$ 24.500,00 / R\$ 21.500,00) - 1] \times 100 = 13,95\%.$$

Logo, o item está ERRADO.

ITEM 02:

No sistema de amortização francês ou Tabela *Price*, todas as prestações possuem o mesmo valor. No caso em comento, há as prestações fixas e também há três parcelas de R\$ 800,00. Logo, isto foge às características do sistema. O item está ERRADO.

ITEM 03

O valor da entrada é de 20%; logo, o percentual financiado é de 80%. Assim, o valor financiado é de:

$$R\$ 13.554,00 \times 0,8 = R\$ 10.843,20.$$

O valor da entrada é de R\$ 2.710,80 ($R\$ 13.554,00 - R\$ 10.843,20$).

O valor total a ser pago é de:

$$R\$ 489,00 \times 36 + R\$ 2.710,80 = R\$ 17.604,00 + R\$ 2.710,80 = R\$ 20.314,80.$$

A taxa total que pagará a mais será obtida por:

$$(1 + i) = R\$ 20.314,80 / R\$ 13.554,00$$

$$(1 + i) = 1,4988$$

$i = 0,4988$, ou seja, 49,88% que é maior do que 40%. O item está ERRADO.

ITEM 04

$$V_a = P \times a_{n|i}$$

O valor atual (valor financiado) foi apurado no item anterior, logo:

$$R\$ 10.843,20 = R\$ 489,00 \times a_{36|i}$$

$$a_{36|i} = R\$ 10.843,20 / R\$ 489,00$$

$$a_{36|i} = 22,17.$$

Verificando na tabela apresentada, constata-se que este valor está situado entre os valores que correspondem às taxas de 2,5% e 3%. Logo, a taxa é maior do que 2,5%. O item está CERTO.

ITEM 05

Se o preço à vista é de R\$ 20.000,00 e foi dada uma entrada de R\$ 10.000,00, então o valor financiado foi de R\$ 10.000,00.

Como o comprador pagará 40% a mais nessa modalidade de financiamento, então o total a pagar será de R\$ 28.000,00. Assim, a soma das prestações será de R\$ 18.000,00, e o valor de cada prestação será de R\$ 750,00 (R\$ 18.000,00 / 24).

$$Va = P \times a_{n|i}$$

$$R\$ 10.000,00 = R\$ 750,00 \times a_{24|i}$$

$$a_{24|i} = R\$ 10.000,00 / R\$ 750,00$$

$$a_{24|i} = 13,33.$$

Efetuada-se os cálculos, mesmo não constando na tabela da prova, conclui-se que a taxa para $a_{24|i}$ se situa entre 5% e 6%, ou seja, superior a 2,5%. O item está ERRADO.

20) (BB/SUL/1999) Na tabela abaixo, que apresenta três opções de um plano de previdência privada com investimentos mensais iguais por um período de 10 anos, a uma mesma taxa de juros, capitalizados mensalmente, o valor de X será:

Valor (em reais)	
investido mensalmente	a receber após 10 anos
200,00	41.856,00
500,00	104.640,00
1.000,00	x

- a) inferior a R\$ 200.000,00;
- b) superior a R\$ 200.000,00 e inferior a R\$ 205.000,00;
- c) superior a R\$ 205.000,00 e inferior a R\$ 210.000,00;
- d) superior a R\$ 210.000,00 e inferior a R\$ 215.000,00;
- e) superior a R\$ 215.000,00.

Solução

A questão versa sobre capitalização em juros compostos.

Sabe-se que o montante, em uma capitalização, é obtido por:

$$M = P \times S_{n|i}$$

Perceba que, independentemente da quantia depositada, o valor de $S_{n|i}$ será sempre igual, pois ele varia em função da taxa empregada e o número de períodos que, no caso em comento, são iguais em todas as hipóteses apresentadas.

Assim, na **Solução** da questão, basta obter o valor de $S_{n|i}$ e multiplicá-lo por R\$ 1.000,00.

$$S_{n|i} = M / P$$

$$S_{n|i} = R\$ 104.640,00 / R\$ 500,00$$

$$S_{n|i} = 209,28$$

$$M_3 = R\$ 1.000,00 \times 209,28$$

$$M_3 = R\$ 209.280,00.$$

Logo, a resposta correta é a letra “C”.

- 21) (BB/SUL/1999) Carlos comprou um computador a prazo, em cinco parcelas iguais e sucessivas, cada uma delas de valor X, a serem pagas de 30 em 30 dias, vencendo a primeira 30 dias após a compra. No dia subsequente ao fechamento do negócio, Carlos decidiu renegociar a dívida, propondo saldá-la com um único pagamento (Y) no dia do vencimento da terceira parcela do plano original. Se a taxa de juros envolvida nessa negociação for de 8% para cada período de 30 dias, para que as duas propostas de pagamento do computador sejam equivalentes, o quociente Y/X deverá ser igual a:**

- a) $\frac{(1,08)^5 - 1}{0,08(1,08)^2}$;
 b) $\frac{8(1,08)^2}{(1,08)^5 - 1}$;
 c) $\frac{1 - (1,08)^{-5}}{0,08(1,08)^2}$;
 d) $\frac{[(1,08)^5 - 1]0,08}{(1,08)^2}$;
 e) $\frac{(0,08)^3 [1 - (1,08)^{-2}]}{1,08}$.

Solução

Como a taxa fornecida é de 8% ao mês, e o valor da prestação está representado por X, tem-se que X será:

$$X = \frac{Va}{\frac{(1 + 0,08)^5 - 1}{0,08(1 + 0,08)^5}}$$

Porém, no dia seguinte, Carlos propôs alterar a forma de pagamento para um único pagamento na data da terceira prestação. A esse novo pagamento, que representa um montante, foi atribuído o valor de Y, que será obtido por:

$$Y = Va \times (1 + 0,08)^3.$$

Deve-se solucionar a questão, assinalando a expressão que representa o valor de Y / X.

$$\frac{Y}{X} = \frac{Va \times (1,08)^3}{\frac{Va}{\frac{(1,08)^5 - 1}{0,08 \times (1,08)^5}}}$$

Atribuindo o valor de 1 para o Va, por simplificação, tem-se:

$$\frac{Y}{X} = \frac{(1,08)^3}{\frac{1}{\frac{(1,08)^5 - 1}{0,08 \times (1,08)^5}}}$$

Agora, multiplicando o denominador de forma invertida pelo numerador, tem-se:

$$\frac{Y}{X} = \frac{(1,08)^3}{1} \times \frac{(1,08)^5 - 1}{0,08 \times (1,08)^5}.$$

Se dividirmos ou simplificarmos o valor de $(1,08)^3$ com $(1,08)^2$, obtém-se:

$$\frac{Y}{X} = \frac{1}{1} \times \frac{(1,08)^5 - 1}{0,08 \times (1,08)^2}$$

Finalmente, tem-se:

$$\frac{Y}{X} = \frac{(1,08)^5 - 1}{0,08 \times (1,08)^2}$$

Logo, a resposta correta é a letra “A”.

- 22) Numéricos, os dados referem-se a um empréstimo bancário de R\$ 10.000,00, entregues no ato e sem prazo de carência, à taxa de juros de 12% ao ano, para pagamento em 6 meses pela Tabela Price. Com relação a essa situação, julgue os itens abaixo.**

Meses	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	10.000,00	0	0	0
1	8.374,52			
2			83,75	
3	5.074,64	1.658,15	67,33	
4	3.399,91	1.674,73	50,75	
5				
6	0,00			

- I. O valor da quinta prestação será superior a R\$ 1.700,00.**
II. Imediatamente após ser paga a segunda prestação, o saldo devedor será inferior a R\$ 7.000,00.
III. O valor correspondente aos juros pagos na sexta prestação será inferior a R\$ 20,00.

Assinale a opção correta.

- a) Apenas o item I está certo. d) Apenas os itens II e III estão certos.
b) Apenas o item II está certo. e) Todos os itens estão certos.
c) Apenas os itens I e III estão certos.

Solução

A taxa fornecida é de 12% ao ano e a amortização do empréstimo será efetuada por pagamentos mensais; logo, aquela taxa é a taxa nominal. A taxa de aplicação efetiva mensal é de 1%.

Os pagamentos serão efetuados pela Tabela Price. Sabe-se que, neste sistema de amortização, todas as prestações possuem igual valor, e representam a soma da parcela de amortização com a parcela de juros de cada período ($P = A + J$).

Assim, pode-se obter o valor de cada prestação mediante a soma da parcela de amortização com a parcela dos juros, quer do terceiro, quer do quarto período.

$$P = A_3 + J_3$$

$$P = R\$ 1.658,15 + R\$ 67,33$$

$$P = R\$ 1.725,48.$$

Repetindo: como todas as prestações possuem o mesmo valor, o item I está certo.

O saldo devedor (SD) de qualquer período é obtido pela diferença do saldo devedor do período anterior e a parcela de amortização do período ($SD_n = SD_{n-1} - A_n$). Desta forma, o $SD_2 = SD_1 - A_2$. O SD_1 foi fornecido, cujo valor é de R\$ 8.374,52. Falta apurar o valor de A_2 .

$$P = A_2 + J_2$$

$$R\$ 1725,48 = A_2 + R\$ 83,75$$

$$A_2 = R\$ 1725,48 - R\$ 83,75$$

$$A_2 = R\$ 1.641,73.$$

Agora, já se pode apurar o saldo devedor após o pagamento da segunda prestação:

$$SD_2 = SD_1 - A_2$$

$$SD_2 = R\$ 8.374,52 - R\$ 1.641,73$$

$$SD_2 = R\$ 6.732,79.$$

Prova-se, com este cálculo, que o item II também está certo.

Considerando que $P = A + J$ e que os juros incidem sobre o saldo devedor do período imediatamente anterior ao período em análise, e, considerando, ainda, que juntamente com a última prestação será amortizado todo o saldo devedor, então a parcela de amortização da última prestação representa o saldo devedor do penúltimo período. Desta forma, os juros não de incidir sobre a própria parcela de amortização da última prestação. Então, tem-se:

$$P = A + J$$

$$P = A_n + i \times A_n$$

$$R\$ 1.725,48 = A_6 + 0,01A_6$$

$$1,01 A_6 = R\$ 1.725,48$$

$$A_6 = R\$ 1.725,48 / 1,01$$

$$A_6 = R\$ 1.708,40$$

$$J = P - A$$

$$J = R\$ 1725,48 - R\$ 1.708,40$$

$$J = R\$ 17,08.$$

Pode-se, ainda, calcular a parcela de juros da última prestação, atribuindo à parcela de amortização 100%, à prestação 100% mais o percentual de juros e aos juros o seu próprio percentual:

$$A (X) \longrightarrow 100\%$$

$$P (R\$ 1.725,48) \longrightarrow 101\%$$

$$J (Y) \longrightarrow 1\%.$$

O J (Y) será apurado pela seguinte regra de três:

$$J (Y) \times 101\% = R\$ 1.725,48 \times 1\%$$

$$J (Y) = R\$ 1.725,48 \times 1\% / 101\%$$

$$J (Y) = R\$ 17,08.$$

Portanto, o item III está certo; logo, a resposta correta é a letra “E”.

23) (DPF-Perito Contábil/2002)**Julgue os seguintes itens.**

- ① Se de uma mistura homogênea, formada por 102 l de gasolina e 30 l de álcool, retira-se uma certa quantidade contendo 10 l de álcool, então, em litros, a quantidade retirada da mistura é igual à metade da que sobrou.
- ② Se uma pessoa adquire uma mercadoria, dando R\$ 3.000,00 de entrada e, 45 dias após, quita a dívida, pagando R\$ 1.080,00 de juros, à taxa anual de juros simples de 96%, então essa mercadoria foi vendida por mais de R\$ 13.500,00.
- ③ Se um banco paga uma taxa nominal de juros compostos de 10% a.a. e a capitalização é semestral, então a taxa efetiva anual é superior a 10%.
- ④ Considere que, utilizando o desconto comercial simples (por fora), um título de valor final de R\$ 20.000,00 foi descontado por um cliente, faltando 4 meses para seu vencimento, em um banco que cobra a taxa de juros de 60% a.a. Nessa situação, a taxa real de custo para o cliente foi de 25% ao quadrimestre.
- ⑤ Sabe-se que, aplicando R\$ 10.000,00 por 3 anos, a uma taxa de juros compostos de 30% a.a., obtém-se um montante igual a R\$ 21.970,00. Nesse caso, para se obter o mesmo montante aplicando-se a mesma quantia pelos mesmos 3 anos, mas com os juros sendo compostos semestralmente, a taxa de juros semestral deve ser de 15%.

Solução**ITEM 01**

A **Solução** deste item não requer a aplicação de nenhum conhecimento específico e aprofundado. Com auxílio de um raciocínio mediano, é possível chegar à resposta, senão vejamos: no enunciado, é afirmado que se trata de uma mistura. Não se deve indagar se a mistura é homogênea ou não, afinal, por mistura, deve-se entender que se trata, geralmente, de uma mistura homogênea.

Em sendo a mistura homogênea e composta por 30 l de álcool e 102 l de gasolina, então o seu volume, em litros, é de 132 l. Mas, esta soma não interessa **Solução** do problema.

Retirando uma parte dessa mistura que contenha 10 l de álcool, então se retira 1/3 da mistura, pois, em toda a mistura, tem-se 30 l de álcool. Assim, retirado 1/3 da mistura, sobraram 2/3 dessa mesma mistura. Logo, a quantidade da mistura que sobrou é exatamente o dobro da quantidade retirada, isto é, a quantidade retirada é a metade da quantidade que sobrou, pois foi retirado 1/3 e sobraram 2/3.

O item está certo.

ITEM 02

Os juros são calculados pela aplicação da seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times n$$

Onde: J = juros;

C = capital ou principal ou valor financiado;

i = taxa de juros unitária;

n = número de períodos de aplicação do capital.

É de ressaltar que a taxa e o período devem estar expressos na mesma unidade de tempo. Assim, se, por exemplo, o período de aplicação estiver em meses, a taxa também o deve ser.

Desta forma, têm-se, no caso presente, os seguintes valores para os elementos da fórmula:

$$J = 1.080,00$$

C = é o elemento que se está procurando.

$i = 96\%$ ao ano, que equivale a 8% ao mês ($96 / 12 = 8$) e, na forma unitária, representa $0,08$ ($8 / 100 = 0,08$).

$n = 45$ dias, que equivale a $1,5$ meses.

Assim, o valor do capital, substituindo os elementos na fórmula é de:

$$J = C \times i \times n$$

$$1.080,00 = C \times 0,08 \times 1,5$$

$$0,12 C = 1.080,00$$

$$C = 1.080,00 / 0,12$$

$$C = R\$ 9.000,00.$$

Com isso, tem-se que o valor da compra foi de R\$ 12.000,00, isto é, R\$ 3.000,00 à vista e R\$ 9.000,00 financiados.

Atenção!!!

Os juros só incidem sobre a parcela financiada, ou seja, não se devem pagar juros sobre a parcela que se dá como entrada. Parece que não é exatamente essa a situação encontrada em muitos crediários por esse Brasil!!!

O item está errado.

ITEM 03

O item versa sobre taxa nominal, taxa de capitalização e taxa efetiva.

Sempre que se tem a presença da palavra capitalização, está-se referindo ao regime de juros compostos.

Em juros compostos, a taxa nominal é uma “taxa de mentirinha”, isto é, uma taxa de referência para se obter a taxa de aplicação referida ao período; entretanto, não é ela a taxa utilizada no cálculo. Assim, a taxa nominal de 10% ao ano, com capitalização semestral, fornece uma taxa de 5% ao semestre.

Para se obter a taxa efetiva anual, deve-se capitalizar esta taxa com dois períodos de aplicação:

$$i_{ef} = [(1 + 0,05)^2] - 1$$

$$i_{ef} = (1,05 \times 1,05) - 1$$

$$i_{ef} = 1,1025 - 1$$

$$i_{ef} = 0,1025$$

$$i_{ef} = 10,25\%.$$

O item está certo.

ITEM 04

O desconto comercial ou por fora é calculado pela aplicação da seguinte fórmula:

$$Dc = N \times i \times n$$

Onde:

Dc = desconto comercial simples

i = taxa de desconto

n = número de períodos de antecipação

N = valor nominal ou valor futuro ou valor de face do título a ser descontado.

Desta forma, o valor do desconto será:

$$Dc = N \times i \times n$$

$$Dc = 20.000,00 \times 0,05 \times 4$$

$$Dc = 4.000,00.$$

Ora, se o valor do desconto foi de R\$ 4.000,00, isto quer dizer que o valor atual ou valor descontado foi de R\$ 16.000,00.

Para se elevarem os R\$ 16.000,00 aos R\$ 20.000,00 iniciais, no período considerado, a taxa necessária será de:

$$i = (20.000,00 / 16.000,00) - 1$$

$$i = 1,25 - 1$$

$$i = 0,25$$

$$i = 25\%.$$

Essa taxa chama-se de taxa efetiva em operação de desconto ou, então, de taxa implícita. Essa é a taxa necessária para elevar o valor atual ao valor nominal. É como calcular o montante a partir do valor atual, tomando-o como se fosse ele o capital e o valor nominal tomado como se fosse ele o montante. Conclui-se que a taxa efetiva de desconto é a própria taxa de juros.

Veja que é possível calcular a taxa efetiva em desconto comercial simples pela aplicação de uma fórmula:

$$i_{ef} = i_{dc} / (1 - i_{dc} \times n)$$

Onde:

i_{ef} é taxa efetiva em desconto comercial simples;

i_{dc} é a taxa de desconto comercial;

n é o número de períodos de antecipação do desconto ou o número de períodos que faltam até o vencimento do título.

O item está CERTO.

ITEM 05

A **Solução** do problema passa em se tentar igualar o seguinte:

$$(1 + 0,3)^3 = (1 + 0,15)^6$$

$$2,197 = 2,31306.$$

Percebe-se que a igualdade não está correta. Acontece que se está tratando de juros compostos, com capitalização dos juros, então não existe proporcionalidade ou linearidade nas taxas, pois juros compostos são exponenciais.

Já se viu no item 1 que 5% ao semestre é maior do que 10% ao ano. Aqui, ocorre algo semelhante. Quanto maior o número de períodos a que se aplica uma dada e mesma taxa nominal anual, maior será a sua taxa efetiva anual.

Por exemplo, a taxa nominal de 120% ao ano:

- se a capitalização for semestral, tem-se:
 $(1,6)^2 = 2,56$, isto é, a taxa efetiva é de 156% ao ano;
- se a capitalização for trimestral, tem-se:
 $(1,3)^4 = 2,8561$, isto é, a taxa efetiva é de 185,61% ao ano;
- se a capitalização for mensal, tem-se:
 $(1,1)^{12} = 3,1384$, isto é, a taxa efetiva será de 213,84% ao ano.

O item está ERRADO.

24) (MJ/DPF – Perito Contábil/2002)

No sistema de juros compostos, julgue os itens que se seguem.

- ① Considere que uma nota promissória com valor de face de R\$ 10.000,00, cujo termo é de 3 anos a juros compostos de 3% a.m., foi descontada 1 ano antes do seu vencimento, usando-se o desconto racional composto (por dentro) a uma taxa corrente de 60% a.a. Nesse caso, supondo que $(1,03)^{36} = 2,9$, conclui-se que o valor do desconto foi de R\$ 12.745,00.
- ② Se, em um determinado período, a taxa de juros aparente foi de 23,20% a.a. e a taxa real de juros foi de 10% a.a., então a taxa de inflação do período foi de 12%.
- ③ Considere que uma mercadoria seja vendida em prestações bimestrais de R\$ 2.000,00, vencendo a primeira no fim de um ano após a compra e a última, no fim de dois anos e meio após a compra, à taxa de juros bimestrais de 10%. Nessa situação, supondo $(1,1)^{-5} = 0,6209$ e $(1,1)^{-15} = 0,2394$, o valor atual da mercadoria (valor à vista) é superior a R\$ 7.000,00.
- ④ Suponha que um comprador dispõe de duas propostas para adquirir um produto de R\$ 1.296,00. Proposta A: pagamento à vista, com desconto de 20% sobre o valor do produto. Proposta B: uma entrada de R\$ 432,00 e duas prestações mensais e consecutivas de R\$ 432,00.
- ⑤ Suponha que, para uma mercadoria cujo custo de fabricação é de R\$ 650,00, pagam-se, sobre o preço de venda, 15% de impostos e 10% referentes à propaganda. Para se obter um lucro de 10% sobre o preço de venda, essa mercadoria deverá ser vendida por mais de R\$ 1.200,00.

Solução

ITEM 01

A **Solução** deste item requer atenção e conhecimento teórico do concursando, pois há nele uma “pegadinha” que, se “sacada” de “cara”, torna a **Solução** muito simples.

Trata-se do conhecimento do que seja valor de face. Salienta-se que valor de face, valor futuro e valor nominal são conceitos análogos. Ora, se o valor nominal é o próprio

valor de face, então é impossível que se tenha um desconto de R\$ 12.745,00, visto que o valor nominal é de apenas R\$ 10.000,00.

A propósito, o valor do desconto para a situação apresentada é apurado da seguinte forma:

$$D = N - Va$$

Onde:

D = desconto, que pode ser racional ou comercial, tanto no regime de juros simples quanto no regime de juros compostos;

N = valor nominal ou valor futuro ou valor de face;

Va = valor presente ou valor atual ou valor descontado.

Essa fórmula é válida para todo e qualquer desconto, sendo que de um tipo para outro muda o Va.

O valor atual será obtido, em seus diversos tipos, pelas seguintes expressões:

REGIME DE CAPITALIZAÇÃO			
JUROS SIMPLES		JUROS COMPOSTOS	
TIPO DE DESCONTO		TIPO DE DESCONTO	
RACIONAL	COMERCIAL	RACIONAL	COMERCIAL
$Va = \frac{N}{(1+in)}$	$Va = N (1-in)$	$Va = \frac{N}{(1+i)^n}$	$Va = N (1-i)^n$

Assim, o valor do desconto do problema em análise é:

$$D = N - Va$$

$$D = N - [N / (1+i)^n]$$

$$D = 10.000 - [10.000 / (1,6)^1]$$

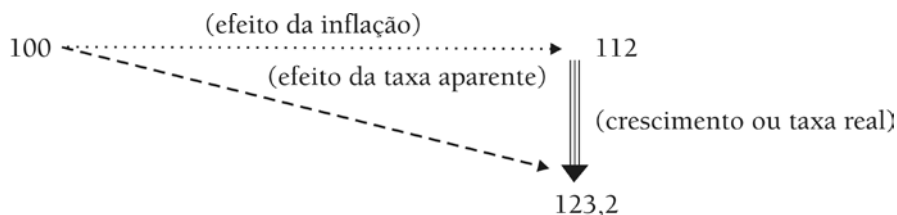
$$D = 10.000 - 6.250$$

$$D = \text{R\$ } 3.750,00.$$

O item está ERRADO.

ITEM 02

Para demonstrar a forma de calcular a taxa real, em situações como a apresentada nesse item, costuma-se apresentar o seguinte esquema:



Explica-se: supondo que determinada quantia, por exemplo 100 unidades monetárias, sofresse num período uma inflação de 12%, haveria necessidade de elevar essa quantia para 112 unidades monetárias, a fim de manter o poder de compra dessa quantia.

Assim, se essa quantia for elevada, mediante a aplicação de uma taxa de 23,2%, para 123,2 unidades monetárias, tem-se aumentado o poder de compra dessa quantia em 11,2 unidades monetárias (123,2 – 112).

Portanto, o crescimento real deve ser calculado a partir do efeito da inflação, no presente caso, a partir de 112 unidades monetárias.

Logo, o crescimento real ou taxa real será obtido pela divisão de 11,2 por 112, o que fornece a taxa unitária de 0,10 ou 10%.

Entenderam???

– Não???

Então, para os “formulistas”, pode-se apresentar o seguinte:

$$1 + \text{taxa real (ir)} = \frac{1 + \text{taxa aparente (ia)}}{1 + \text{taxa de inflação (ii)}} \Rightarrow 1 + ir = \frac{1 + ia}{1 + ii}$$

$$1 + ir = (1 + 0,232) / (1 + 0,12)$$

$$1 + ir = 1,232 / 1,12$$

$$1 + ir = 1,1$$

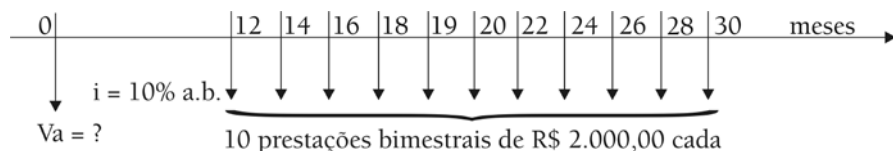
$$ir = 1,1 - 1$$

$$ir = 0,10 \text{ ou } 10\%.$$

O item está CERTO.

ITEM 03

A **Solução** da questão passa pelo seguinte esquema:



A partir desse momento, tem-se diversos meios de apurar o valor atual (à vista).

O primeiro e mais tradicional é calcular o valor atual pela fórmula de uma série de pagamentos diferida, com cinco períodos de diferimento:

$$V_a \times (1+0,1)^5 = 2.000 \times \frac{(1+0,1)^{10} - 1}{0,1(1+0,1)^{10}}$$

$$V_a \times 1,61051 = 2.000 \times 6,144567$$

$$V_a = 12.289,13 / 1,61051$$

$$V_a = 7.630,58.$$

Um segundo modo de resolver a mesma questão é considerar o valor atual de 15 parcelas, menos o valor atual de 5 parcelas:

$$V_a = 2.000 \times \left\{ \frac{(1+0,10)^{15} - 1}{0,10(1+0,10)^{15}} - \frac{(1+0,10)^5 - 1}{0,10(1+0,10)^5} \right\} = 7.630,58.$$

Uma terceira forma de **Solução** consiste em somar o valor de todas as parcelas, cujo valor é 20.000,00, e multiplicar esse valor pela diferença entre $(1+0,10)^{-5}$ e $(1+0,10)^{-15}$. Em assim procedendo, também se encontrará o valor atual de R\$ 7.630,58.

Atenção!!!

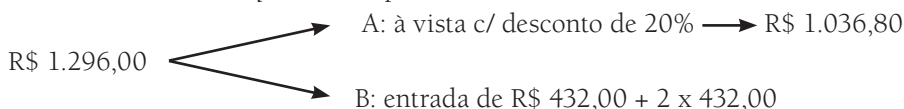
O Cespe/UnB adora usar ou sugerir a **Solução** dos problemas por essas formas alternativas!!!

O item está CERTO.

ITEM 04

Se o comprador tem a opção de aplicar o dinheiro não usado na compra a prazo (proposta B) em um banco que paga juros à taxa de 20% a.m., então a opção economicamente mais vantajosa para o comprador é a proposta B.

As condições de aquisição do produto são:



Para a opção B, dispõe da possibilidade de aplicação do valor relativo às duas prestações, com rendimento de 20% ao mês.

Comparando as duas opções de pagamento, percebe-se que, em ambas, houve pagamento à vista. Dessa forma, o valor a ser aplicado a 20% ao mês é a diferença entre a opção A e a entrada da opção B, cujo valor é de R\$ 604,80 ($1.036,80 - 432,00$).

Aplicando esse valor de R\$ 604,80 no final do 1º mês, data do vencimento da primeira prestação, ele terá o montante de $R\$ 604,80 \times 1,2 = R\$ 725,76$.

Do valor assim apurado no primeiro mês, deve-se retirar os recursos necessários ao pagamento da prestação. Então, $R\$ 725,76 - R\$ 432,00 = R\$ 297,76$ é o saldo a ser reaplicado por mais um mês, à taxa de 20%: $R\$ 297,76 \times 1,2 = R\$ 325,51$.

Com esse valor, R\$ 325,51, não se consegue pagar a segunda prestação, que é de R\$ 432,00. Portanto, na segunda opção, a aplicação do valor não usado no pagamento à vista (entrada) não renderá montante com saques no final de cada período que comporte o valor das prestações.

Para que a segunda opção fosse a mais vantajosa para o comprador, o valor da aplicação do segundo mês teria de ter sido maior.

Outra maneira de resolver o exercício é calcular os dois valores atuais e compará-los. Aquela opção que tiver o menor valor atual é a mais vantajosa.

O valor atual da opção A é o próprio preço à vista, isto é, R\$ 1.036,80.

O valor atual da opção B é obtido pelo somatório dos seguintes valores:

$$V_a = 432,00 + [432,00 / (1,2)^1] + [432,00 / (1,2)^2]$$

$$V_a = 432,00 + [432,00 / 1,2] + [432,00 / 1,44]$$

$$V_a = 432,00 + 360,00 + 300,00$$

$$V_a = R\$ 1.092,00.$$

Isto quer dizer que, se fosse optar pela segunda alternativa (B), necessitar-se-ia do valor de R\$ 1.092,00, ao passo que, na opção A, o valor necessário é de apenas R\$ 1.036,80.

O item está ERRADO.

Atenção!!!

O assunto deste item é tratado pelo Cespe/UnB, em seus editais para concursos, como sendo alternativas de investimentos. A Esaf o trata como equivalência de capitais. Nas provas do Cespe este assunto é frequentemente cobrado.

ITEM 05

O item representa um típico problema de porcentagem, muito comum nas provas do Cespe/UnB. Para a **Solução** deste problema, usa-se o seguinte raciocínio:

- 1 – em problemas de porcentagem, ao elemento paradigma é atribuído o valor de 100%;
- 2 – no caso presente, o elemento paradigma ou de comparação é o preço de venda, pois é sobre ele que se fazem as indagações;
- 3 – o preço de compra, nesse caso, é menor em 35% do que o preço de venda (15% impostos + 10% propaganda + 10% de lucro); logo, ele será de 65% do preço de venda.

Têm-se, então, condições de calcular o preço de venda (PV) que satisfaça a condição apresentada. Para tanto, vale-se de regra de três simples direta:

PV $\longrightarrow$ 100%

PC $\longrightarrow$ 65%

$$P_v = [(PC \times 100\%) / 65\%]$$

$$PV = [(650,00 \times 100\%) / 65\%]$$

$$PV = 65.000 / 65$$

$$PV = R\$ 1.000,00.$$

Portanto, o preço de venda, que satisfaz as condições propostas, deve ser de R\$ 1.000,00, e não de R\$ 1.200,00.

O item está ERRADO.

25) (UnB – Cespe-MJ – DPF-Perito Contábil/2002)

Para um empréstimo de R\$ 100.000,00, a ser pago em 5 parcelas anuais e postecipadas, com juros compostos de 12% a.a., julgue os itens abaixo.

- ① Se for adotado o sistema americano de amortização, então o valor total do pagamento, incluindo os juros e o principal, será maior que R\$ 170.000,00.
- ② Se o tomador do empréstimo pretende formar um fundo por meio de 5 depósitos anuais, ao final de cada ano, em uma instituição financeira que paga juros compostos de 10% a.a., de tal forma que, no fim do financiamento, ele possua R\$ 100.000,00 para quitar o principal pelo sistema americano, então, considerando $(1,1)^5 = 1,6105$, ele deverá fazer um depósito anual maior que R\$ 17.000,00.
- ③ Se for usado o sistema francês (Tabela *Price*), então, considerando $(1,12)^{-5} = 0,5674$, a prestação anual será menor que R\$ 28.000,00.
- ④ Pela Tabela *Price*, a primeira amortização terá um valor menor que R\$ 16.000,00.
- ⑤ Pela Tabela *Price*, o total de juros pagos ao término da amortização será igual a R\$ 60.000,00.

Solução**ITEM 01**

O sistema americano de amortização se caracteriza por ser aquele em que a amortização é realizada em uma única vez no final do período, porém com pagamento de juros intermediários.

Valor do empréstimo = R\$ 100.000,00

Juros de 12% a.a. Logo, os juros serão de R\$ 12.000,00 em cada ano.

Assim, nos quatro primeiros anos o devedor pagará os juros de R\$ 12.000,00 em cada ano, visto que o saldo devedor não diminui em função de não haver amortização. Já no final do quinto ano, haverá, além do pagamento dos juros de R\$ 12.000,00, o pagamento do principal de R\$ 100.000,00.

Desta forma, os desembolsos efetuados pelo devedor são:

Final do 1º ano = R\$ 12.000,00 (juros);

Final do 2º ano = R\$ 12.000,00 (juros);

Final do 3º ano = R\$ 12.000,00 (juros);

Final do 4º ano = R\$ 12.000,00 (juros);

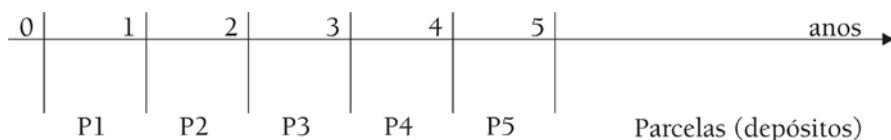
Final do 5º ano = R\$ 112.000,00 (principal + juros);

A soma dos desembolsos resulta em R\$ 160.000,00.

O item está ERRADO.

ITEM 02

A capitalização, no regime de juros compostos, pode ser calculada da seguinte forma:



Veja que P1 ficará aplicada por 4 anos, isto é, sofrerá 4 capitalizações;

P2 sofrerá 3 capitalizações;

P3 sofrerá 2 capitalizações;

P4 sofrerá 1 capitalização;

P5 não sofrerá capitalização.

Considerando, ainda, que $P1 = P2 = P3 = P4 = P5$, pode-se dizer que o valor das parcelas ficará representado por P. Assim, o seu cálculo será:

$$100.000,00 = P(1,1)^4 + P(1,1)^3 + P(1,1)^2 + P(1,1)^1 + P(1,1)^0$$

$$100.000,00 = 1,164 P + 1,331 P + 1,21 P + 1,1 P + P$$

$$100.000,00 = 6,1051 P$$

$$P = 100.000,00 / 6,105$$

$$P = \text{R\$ } 16.380,01.$$

O item está ERRADO.

Vejam que foi possível calcular uma capitalização, usando a fórmula do montante a juros compostos. Este método de cálculo é possível quando o número de períodos (prestações) é pequeno (no máximo até três), pois, daí em diante, o cálculo fica muito complexo ou longo e demorado, fatos que são incompatíveis com provas de concursos, que requerem, sempre, rapidez na **Solução** dos problemas. Por isso, recomenda-se o uso da seguinte fórmula para solucionar questões de capitalizações:

$$M = P \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$100.000,00 = \frac{(1+0,1)^5 - 1}{0,1}$$

O valor da expressão $(1+i)^5$ foi fornecido como sendo de 1,6105. Assim, o cálculo da parcela passará a ser:

$$P = 100.000,00 / [(1,6105 - 1) / 0,1]$$

$$P = 100.000,00 / 6,105$$

$$P = R\$ 16.380,016.$$

Atenção!!!

Observe que foi fornecido o valor de $(1,1)^5 = 1,6105$. Com isso, pôde-se, perfeitamente, calcular o valor da prestação ou parcela (P).

Fique atento a essa forma de calcular o valor de prestação ou do montante, pois, em se tratando de prova do Cespe/UnB, tudo é possível, até mesmo a repetição de uma questão como a que se acabou de resolver.

ITEM 03

Considerando a Tabela *Price*, têm-se os seguintes elementos:

$$V_a = 100.000,00$$

$$i = 12\% \text{ a.a.}$$

$$n = 5 \text{ anos}$$

$$P = ?$$

$$V_a = P \times \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

A expressão final da fórmula pode ser decomposta da seguinte forma:

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = \frac{(1+i)^n}{i(1+i)^n} - \frac{1}{i(1+i)^n}$$

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = \frac{1}{i} - \frac{1}{i(1+i)^n}$$

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = \frac{1}{i} - \frac{(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Pegando a expressão assim determinada e substituindo pelos valores apresentados, tem-se o resultado, como segue:

$$\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = a_{n-i}$$

$$[1 - 0,5674] / 0,12 = 0,4326 / 0,12 = 3,605$$

$$100.000,00 = P \times 3,605$$

$$P = 100.000,00 / 3,605$$

$$P = R\$ 27.739,25.$$

Atenção!

- 1 – O valor dessa expressão que resultou em 3,605, também chamada de a_{n-i} , é normalmente fornecido nas tabelas financeiras.
- 2 – Esta forma de cálculo, apresentando $(1 + i)^{-n}$, é largamente utilizada pelo Cespe/UnB. Fiquem atentos!!!
O item está CERTO.

ITEM 04

Já se calculou o valor da prestação (R\$ 27.739,25). Sabe-se que toda prestação é composta por uma parcela de amortização e outra de juros.

Pode-se, então, dizer:

$$P = A + J$$

Assim:

$$A + P - J$$

Os juros são sempre calculados sobre o saldo devedor do período anterior. Desta forma, os juros embutidos na primeira prestação são 12% de R\$ 100.000,00 = R\$ 12.000,00.

Ora, se o valor da prestação é de R\$ 27.739,25 e os juros são de R\$ 12.000,00, então o valor da amortização na primeira prestação é de R\$ 15.739,25.

O item está CERTO.

ITEM 05

O sistema de amortização francês ou Tabela *Price* se caracteriza por:

- prestações sucessivas e iguais;
- amortização crescente;
- juros decrescentes.

Acabou-se de calcular, no item anterior, o valor dos juros embutidos na primeira prestação (R\$ 12.000,00). Ora, se os juros são decrescentes e as prestações são em número de 5, então o total de juros é menor do que R\$ 60.000,00, pois, para se obter esse valor, ele teria de ser constante no valor de R\$ 12.000,00.

O item está ERRADO.

- 26) (Perito Contábil PF/2004) Se, à taxa de juros simples de 0,75% ao mês, ao final de 4 meses, uma aplicação paga R\$ 108,00 de juros, então o capital aplicado originalmente foi superior a R\$ 3.500,00.**

Solução

Os juros, no regime de juros simples, são obtidos pela aplicação da seguinte fórmula: $J = C \cdot i \cdot n$, onde J = juro; C = capital aplicado; i = taxa de juros na sua forma unitária; e n = número de períodos em que o capital ficou aplicado.

Os seguintes elementos da fórmula foram fornecidos no enunciado:

$$J = R\$ 108,00$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

$$i = 0,75\% \text{ a.m.}$$

$$C = ?$$

Substituindo os elementos apresentados na fórmula, tem-se:

$$108,00 = C \times 0,0075 \times 4$$

$$108,00 = 0,03 C$$

$$C = 108,00 / 0,03$$

$$C = 3.600,00.$$

Para produzir um juro de R\$ 108,00, a uma taxa de 0,75%, durante 4 meses, é necessário um capital de R\$ 3.600,00. O item está CERTO.

- 27) (Perito Contábil PF/2004) Considere que um capital é investido à taxa de juros compostos de 20% ao ano, por um período de 4 anos. Nessa situação, ao final do período de aplicação, o montante será superior ao dobro do capital inicial.**

Solução

O montante em juros compostos é obtido pela seguinte fórmula:

$$M = C \times (1 + i)^n$$

Não se possui o valor do capital, mas, para que o montante seja superior ao dobro do capital aplicado, o valor do fator de acumulação de capital $(1 + i)^n$ deverá ser superior a 2.

Como $i = 20\%$ ao ano e $n = 4$ anos, tem-se que:

$$(1 + 0,2)^4 = X$$

$$(1 + 0,2)^4 = 1,2 \times 1,2 \times 1,2 \times 1,2$$

$$(1 + 0,2)^4 = (1,2)^2 \times (1,2)^2$$

$$(1 + 0,2)^4 = 1,44 \times 1,44$$

$$(1 + 0,2)^4 = 2,0736.$$

O valor de 2,0736 poderia também ser obtido por consulta à tabela do fator de acumulação de capital.

Dessa forma, o item está CERTO, pois, multiplicando qualquer valor de capital por 2,0736, o seu montante será maior do que o dobro do capital aplicado.

- 28) (Perito Contábil PF/2004) Considere que a taxa efetiva anual de uma aplicação financeira em que se pratica uma taxa fixa de juros compostos com capitalização semestral é igual a 21%. Nessa situação, a taxa nominal de juros paga por essa aplicação é inferior a 19%.**

Solução

A taxa efetiva é obtida pela aplicação da seguinte fórmula:

$$i_{ef} = [(1 + i)^n - 1] \times 100.$$

Como a taxa efetiva anual é de 21% e a capitalização é semestral, a taxa de aplicação semestral é obtida pela extração da raiz quadrada de 1,21 ou pela consulta à tabela do fator de acumulação de capital.

A raiz quadrada de 1,21 é 1,1. Conclui-se que a taxa de aplicação semestral é de 10%. Assim, a taxa nominal anual que resulta em taxa de aplicação semestral de 10% é 20%. Logo, o item está ERRADO, pois a taxa nominal anual é de 20%.

- 29) (Perito Contábil PF/2004) Considere que, em um determinado período, o produto da taxa real de um investimento pela taxa de inflação é igual a 0,0002. Se, nesse período, a taxa aparente desse investimento é igual a 3,32%, então a soma da taxa real do investimento com a taxa de inflação é inferior a 3,1%.**

Solução

A expressão geral para se obter a taxa real é a seguinte:

$$(1 + ir) = (1 + ia) / (1 + if), \text{ onde:}$$

ir = taxa real,

ia = taxa aparente, e

if = taxa de inflação.

Como a taxa aparente é 3,32%, então:

$$(1 + ir) \times (1 + if) = 1,0332$$

Sabe-se, ainda, que $ir \times if = 0,0002$.

Para satisfazer esta segunda expressão, podem-se utilizar as taxas de 0,8% e 2,5%, valores que também satisfazem a primeira expressão.

Assim, somando a taxa de inflação com a taxa real, obtém-se o valor de 3,3%, o que faz com que o item esteja ERRADO.

- 30) (Perito Contábil PF/2004) O período que um capital deve ficar aplicado à taxa de juros simples de 8% ao mês, para que o montante final obtido seja igual a 3 vezes o capital inicial, é inferior a 26 meses.**

Solução

A fórmula de cálculo do montante em juros simples é: $M = C (1 + i \times n)$

Atribuindo ao montante o valor de 3 e ao capital o valor de 1, tem-se:

$$3 = 1 (1 + 0,08 \times n)$$

$$3 = 1 + 0,08 n$$

$$0,08 n = 2$$

$$n = 2 / 0,08$$

$$n = 25 \text{ meses.}$$

O item está CERTO.

- 31) (Perito Contábil PF/2004) Considere que um título de valor nominal igual a R\$ 20.000,00 tenha sido descontado 1 ano antes de seu vencimento, usando-se o desconto comercial simples, e que o desconto tenha sido igual a R\$ 2.000,00. Nessa situação, a taxa anual efetiva dessa operação foi inferior a 10,5%.**

Solução

Taxa efetiva é aquela taxa que faz elevar o valor atual ao valor nominal no período considerado. Assim, tem-se que encontrar a taxa que fará o valor de R\$ 18.000,00 (V_a) se elevar até R\$ 20.000,00.

Considerando que R\$ 20.000,00 seja o montante e que R\$ 18.000,00 seja o capital, tem-se:

$$20.000,00 = 18.000,00 \times (1 + i \times 1)$$

$$20.000,00 = 18.000,00 + 18.000 \, i$$

$$2.000,00 = 18.000 \, i$$

$$i = 2.000,00 / 18.000,00$$

$$i = 11,11\%.$$

O item está ERRADO.

- 32) (Perito Contábil PF/2004) Considere que, em uma loja, um televisor seja vendido à vista por R\$ 2.325,00 ou por 20% do valor à vista como entrada e mais 2 prestações mensais iguais e sucessivas, a primeira vencendo 1 mês após a compra, calculadas, considerando-se uma taxa de juros compostos de 5% ao mês. Nessa situação, supondo que $(1,05)^{-1} = 0,95$ e que $(1,05)^{-2} = 0,91$, então, para que as duas formas de pagamento sejam equivalentes (tenham o mesmo valor atual), o valor de cada prestação deverá ser superior a R\$ 1.100,00.**

Solução

Para que as duas formas de pagamentos sejam equivalentes, a seguinte igualdade deve ser satisfeita:

$$V_a = V_a + V_a$$

$$R\$ 2.325,00 = R\$ 465,00 + P_1 \times 0,95 + P_2 \times 0,91.$$

Como o valor de cada prestação é igual, pode-se escrever, simplesmente:

$$R\$ 2.325,00 = R\$ 465,00 + 0,95 P + 0,91 P$$

$$R\$ 2.325,00 - R\$ 465,00 = 1,86 P$$

$$1,86 P = R\$ 1.860,00$$

$$P = R\$ 1.860,00 / 1,86 = R\$ 1.000,00.$$

O valor de cada prestação deve ser de R\$ 1.000,00. Assim, o item está ERRADO.

- 33) (Perito Contábil PF/2004) Considere que um empréstimo de R\$ 42.000,00 deva ser quitado em 8 prestações anuais iguais e sucessivas, com a primeira prestação vencendo 1 ano após o empréstimo, usando-se o sistema de amortização constante (SAC). Nessa situação, se a primeira prestação for de R\$ 8.400,00, então a taxa de juros compostos dessa operação será superior a 6% ao ano.**

Solução

Inicialmente, deve-se fazer uma ressalva quanto ao enunciado, pois o sistema que se caracteriza por prestações constantes é o *PRICE*.

Dentro do sistema de amortização constante, o valor da amortização em cada prestação é obtido pela divisão do principal pelo número de prestações. Assim, o valor da amortização de cada prestação é de R\$ 5.250,00.

Para que a primeira prestação seja de R\$ 8.400,00, os juros devem ser de R\$ 3.150,00. Isto representa uma taxa de 7,5% $[(3.150 / 42.000) \times 100]$.

O item está CERTO.

Considere que um banco empresta dinheiro a uma taxa de juros compostos de 10% ao mês. Em face dessa consideração, julgue os itens que se seguem.

- 34) (UnB/Cespe – AGE/ES) Nas condições especificadas, por um empréstimo de R\$ 1.000,00, para ser pago ao final de 3 meses, pagam-se mais que R\$ 340,00 de juros.**

Solução

A fórmula para o cálculo dos juros no regime de juros compostos é a seguinte:

$$J = C [(1 + i)^n - 1].$$

Sendo a taxa (i) de 10% ao período e o número de períodos (n) igual a 3, então o valor de $(1 + 0,10)^3 = 1,331$.

Assim:

$$J = R\$ 1.000,00 \times [1,331 - 1]$$

$$J = R\$ 1.000,00 \times 0,331$$

$$J = R\$ 331,00.$$

O item está ERRADO.

- 35) (UnB/Cespe – AGE/ES) A taxa quadrimestral equivalente à taxa de juros praticada pelo banco é inferior a 50%.**

Solução

A taxa quadrimestral será obtida mediante a **Resolução** da seguinte expressão:

$$i_{(a.q.)} = [(1 + 0,10)^4 - 1].$$

Consultando a tabela, verifica-se que o valor de $(1 + 0,10)^4$ é 1,4641.

Assim:

$$i_{(a.q.)} = [1,4641 - 1]$$

$$i_{(a.q.)} = 0,4641.$$

Ou seja, a taxa quadrimestral equivalente a 10% ao mês é de 46,41%.

O item está CERTO.

- 36) (UnB/Cespe – AGE/ES) Se uma taxa nominal de juros compostos de 40% ao semestre é capitalizada trimestralmente, então a taxa trimestral efetiva de juros compostos praticada nessa capitalização é de 44%.**

Solução

A taxa de capitalização trimestral é a taxa proporcional de 20% ao trimestre. Neste caso, a taxa efetiva de capitalização trimestral é a própria taxa de capitalização trimestral, ou seja, 20%.

O item está ERRADO.

- 37) (UnB/Cespe – AGE/ES) Considere que, em determinado ano, uma financeira cobrou uma taxa aparente anual de juros compostos de 116%. Nesse ano, se a taxa de inflação foi de 20%, então a taxa real de juros cobrada pela financeira foi inferior a 75%.**

Solução

Taxa aparente é a taxa nominal que engloba inflação e rentabilidade.

Imagine que determinada quantia tenha sido aplicada pelo prazo de um ano e que, neste ano, tenha ocorrido inflação de 20%. Para que o investidor não tivesse perda, ele teria que receber, pelo menos, 20%. No entanto, se ele receber apenas 20%, não terá ganho algum.

Assim, considerando que ao valor aplicado seja atribuído o índice de 100, a inflação fará com que esse índice seja elevado a 120. A taxa de 116% fará com que o índice seja de 216. A taxa real é aquela que fará o índice passar de 120 a 216, ou seja, pode-se obter a taxa real pela divisão de $216 / 120$, cujo valor é de 1,8. Isto quer dizer que a taxa real é de 80%.

O item está ERRADO.

- 38) (UnB/Cespe – AGE/ES) Considere que um título de valor nominal igual a R\$ 10.000,00 foi resgatado 2 meses antes de seu vencimento e que a taxa de desconto composto racional, praticada nessa transação, era de 10% ao mês. Nessa situação, o valor do desconto foi superior a R\$ 2.000,00.**

Solução

Desconto, em qualquer uma das quatro formas, é a diferença entre o valor nominal e o valor atual.

O valor nominal do título é de R\$ 10.000,00.

A taxa de desconto racional composto é de 10% ao mês.

O período de antecedência é de 2 meses.

O valor atual (V_a), no desconto racional composto, é obtido pela Solução da seguinte expressão:

$$V_a = N / (1 + i)^n$$

$$V_a = R\$ 10.000,00 / (1 + 0,1)^2$$

$$V_a = R\$ 10.000,00 / 1,21$$

$$V_a = R\$ 8.264,46.$$

$$\text{Com } D = N - V$$

$$D = R\$ 10.000,00 - R\$ 8.264,46$$

$$D = 1.735,54.$$

Logo, o item está ERRADO.

- 39) (UnB/Cespe – AGE/ES) Considere que uma pessoa deseje acumular o montante de R\$ 77.500,00 ao fim de 24 meses, por meio de 24 depósitos iguais e mensais, com o primeiro depósito feito na data de hoje, em uma aplicação que paga**

juros compostos de 2% ao mês. Nessa situação, tomando-se 1,64 como valor aproximado para $1,02^{25}$, o valor de cada depósito deve ser superior a R\$ 2.600,00.

Solução

Trata-se de uma capitalização antecipada, cuja fórmula para obtenção do montante é a seguinte:

$$S = Px \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] x(1+i)$$

Substituindo os valores fornecidos no enunciado, tem-se:

$$75.000,00 = Px \left[\frac{(1+0,02)^{24} - 1}{0,02} \right] x(1+0,02)$$

$$R\$ 75.000,00 = P \times 31,03$$

$$P = R\$ 75.000,00 / 31,03$$

$$P = R\$ 2.417,02.$$

Logo, o item está ERRADO.

- 40) (UnB/Cespe – AGE/ES) Considere que um apartamento seja vendido por R\$ 300.000,00, sendo que 20% desse valor deve ser pago como entrada e o restante, financiado em 60 parcelas mensais e sucessivas, pelo sistema de amortização constante (SAC). Nesse caso, se a taxa de juros compostos do financiamento for de 4% ao mês e se a primeira parcela vencer ao final do primeiro mês da compra, então o valor da primeira prestação será superior a R\$ 13.000,00.**

Solução

Inicialmente, cabe esclarecer que o valor financiado é de R\$ 240.000,00, pois os outros R\$ 60.000,00 são pagos à vista (entrada).

Em qualquer sistema de amortização, o valor de cada prestação representa a soma da amortização do período com os juros ($P = A + J$).

Pelo sistema de amortização constante (SAC), o valor da amortização de cada prestação é obtido pela divisão do valor financiado pelo número de prestação.

O valor dos juros de cada prestação é obtido pela multiplicação da taxa pelo saldo devedor do período anterior à amortização.

Desta forma, tem-se:

$$A = R\$ 240.000,00 / 60$$

$$A = R\$ 4.000,00$$

Os juros da 1ª prestação são obtidos do seguinte modo:

$$J_1 = R\$ 240.000,00 \times 0,04$$

$$J_1 = R\$ 9.600,00.$$

Assim:

$$P_1 = R\$ 4.000,00 + R\$ 9.600,00$$

$$P_1 = R\$ 13.600,00.$$

Portanto, o item está CERTO.

- 41) (UnB/Cespe – AGE/ES) Considere que uma máquina seja vendida à vista por R\$ 10.000,00, ou a prazo, com 15% do preço à vista de entrada e mais 2 parcelas mensais e sucessivas de R\$ 4.410,00, com a primeira parcela vencendo 1 mês após a compra. Nessa situação, se o comprador puder conseguir um empréstimo a uma taxa de juros compostos de 5% ao mês, então a sua melhor alternativa para aquisição da máquina será a compra a prazo.**

Solução

A compra a prazo será a melhor opção para o comprador se a taxa de juros praticada no negócio for inferior a 5% ao mês, pois, do contrário, ele poderá obter um empréstimo, com taxa de 5% ao mês, e efetuar a compra à vista.

É interessante que se saiba o comportamento do valor atual em relação à taxa de juros para um determinado fluxo de caixa ou pagamentos. Neste particular, deve-se saber que, quanto maior for a taxa de desconto, menor será o valor atual e vice-versa.

Por isso, vai-se calcular o valor atual, utilizando a taxa de 5% ao mês. Se o valor obtido for inferior a R\$ 8.500,00, que é o valor financiado, então a taxa de 5% é maior do que a taxa utilizada na compra a prazo. Ocorrendo o contrário, ou seja, se o valor atual for superior a R\$ 8.500,00, então a melhor proposta é o pagamento à vista, pois a taxa praticada será superior a 5%.

Em suma, a melhor proposta é aquela que resultar no maior valor atual.

Assim:

$$V_a = (R\$ 4.410,00 / 1,05) + (R\$ 4.410,00 / 1,1025)$$

$$V_a = R\$ 4.200,00 + R\$ 4.000,00$$

$$V_a = R\$ 8.200,00.$$

Percebe-se que o valor atual obtido com a taxa de 5% é inferior a R\$ 8.500,00, o que quer dizer que a taxa praticada pela proposta é inferior a 5%.

Assim, a melhor opção para o comprador é a aquisição a prazo no lugar de tomar o empréstimo e pagamento à vista.

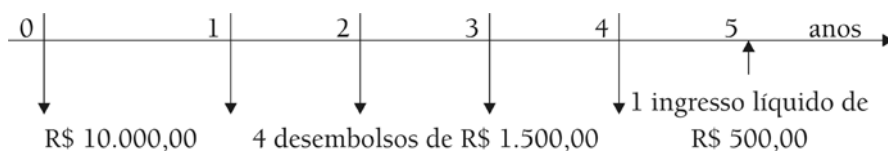
Portanto, o item está CERTO.

Uma empresa deseja comprar um equipamento com vida economicamente útil de 5 anos pelo preço à vista de R\$ 10.000,00, sendo que, ao término desse prazo, o bem adquirido poderá ser vendido por R\$ 2.000,00. Os custos anuais de manutenção desse bem são de R\$ 1.500,00, pagos ao final de cada ano. Com essa compra, a empresa economizará, ao fim de cada ano, a quantia de R\$ 4.000,00. A propósito desses dados, supondo que a taxa de juros compostos do mercado seja de 10% ao ano e tomando 0,62 como valor aproximado para $1,1^{-5}$, julgue os itens que se seguem.

- 42) (UnB/Cespe – AGE/ES) Na data da compra, o valor atual do montante correspondente à compra à vista, acrescido dos valores atuais das manutenções e subtraído do valor atual da venda do equipamento, ao término do período de 5 anos, é inferior a R\$ 14.000,00.**

Solução

O valor atual do fluxo de caixa apresentado é, de forma esquemática, o seguinte:



Desta forma, o valor atual, na data focal zero, deste fluxo de caixa é:

$$Va = 10.000 + \{1.500 [(1 + 0,1)^4 - 1] / [0,1 (1 + 0,1)^4]\} - 500/(1 + 0,1)^5$$

$$Va = 10.000 + \{1.500 \times [0,4641 / 0,14641]\} - 500/1,61051$$

$$Va = 10.000 + 4.787,49 - 310,46$$

$$Va = R\$ 14.477,03.$$

Nota-se que o valor encontrado é superior a R\$ 14.000,00. Logo, o item está ERRADO.

- 43) (UnB/Cespe – AGE/ES) Se a empresa não efetuar a compra, então o valor atual na data de hoje das despesas decorrentes da falta do equipamento durante 5 anos será superior a R\$ 15.500,00.**

Solução

A economia da empresa com a compra será de R\$ 4.000,00 por ano. Assim, o valor atual da economia, que se tornará despesa caso não ocorra a aquisição, será de:

$$Va = R\$4.000,00 \times \frac{(1 + 0,1)^5 - 1}{0,1(1 + 0,1)^5}$$

$$Va = R\$ 4.000,00 \times 3,7908$$

$$Va = R\$ 15.163,20.$$

O valor a economia estimada ou da despesa que seria necessária é inferior a R\$ 15.500,00. Logo, o item está ERRADO.

Um empréstimo de R\$ 69.000,00 deverá ser pago em 24 parcelas mensais e sucessivas, com a primeira parcela vencendo ao final do primeiro mês, a partir da contratação. As parcelas serão calculadas pelo sistema francês de amortização, considerando-se uma taxa de juros compostos de 5% ao mês. Com base nessas informações, supondo que $1,05^{12} = 0,56$ e $1,05^{24} = 0,31$, julgue os itens subsequentes.

- 44) (UnB/Cespe – AGE/ES) O valor da primeira amortização será inferior a R\$ 1.600,00.**

Solução

O valor de cada prestação, que são iguais, é obtido pela aplicação da seguinte fórmula:

$$P = Va / a_{n-i}$$

Sendo a_{n-i} a representação da seguinte expressão:

Considerando $n = 24$ e $i = 0,05$

Então:

$$P = R\$ 69.000,00 / \{[3,2251 - 1] / [0,05 \times 3,2251]\}$$

$$P = R\$ 69.000,00 / 13,7986$$

$$P = R\$ 5.000,49.$$

Como $P = A + J$ e $J_1 = SD_0 \times 0,05 = R\$ 3.450,00$

Temos que $A_1 = R\$ 5.000,00 - R\$ 3.450,00 = R\$ 1.550,00$

Portanto, o item está CERTO.

45) (UnB/Cespe – AGE/ES) Imediatamente após o pagamento da 12.ª parcela, o saldo devedor será inferior a R\$ 42.000,00.

Solução

O saldo devedor de um período n é obtido pela aplicação do seguinte raciocínio: $SD_n = SD_{n-1} - A_n$

Como $P = A + J$ e $J_n = SD_{n-1} \times i$, e

O valor da amortização de um período n é obtido com auxílio da seguinte expressão:

$$A_n = A_1 (1 + i)^{n-1}$$

$A_1 = R\$ 1.550,00$, conforme calculado no item anterior.

$$A_{12} = R\$ 1.550,00 (1,05)^{11}$$

$$A_{12} = R\$ 1.550,00 \times 1,71033$$

$$A_{12} = R\$ 2.651,00$$

Como $P = A + J$, tem-se que os juros da 12ª prestação são?

$$J_{12} = R\$ 5.000,00 - R\$ 2.651,00$$

$$J_{12} = R\$ 2.349,00.$$

Estes juros representam 5% do saldo devedor antes do pagamento e da amortização da 12ª prestação.

Assim, o saldo devedor, após o pagamento da 11ª prestação é:

$$SD_{11} = J_{12} / i$$

$$SD_{11} = R\$ 2.349,00 / 0,05$$

$$SD_{11} = R\$ 46.980,00.$$

Como o valor da amortização na 12ª prestação é de R\$ 2.651,00, o saldo devedor após o pagamento da 12ª parcela será:

$$SD_{12} = SD_{11} - A_{12}$$

$$SD_{12} = R\$ 46.980,00 - R\$ 2.651,00$$

$$SD_{12} = R\$ 44.329,00.$$

Logo, o item está ERRADO.

46) (UnB/Cespe – TRT/10.ª REGIÃO) A taxa efetiva da poupança, de 0,5% ao mês, é proporcional à taxa efetiva anual de 6,1678% ao ano.

Solução

A taxa efetiva de 0,5% ao mês é equivalente à taxa efetiva anual de 6,1678% ao ano.

Em juros compostos, não se pode falar em taxa proporcional, a não ser quando se está falando da taxa de aplicação ao período em relação a sua taxa nominal.

Logo, o item está ERRADO.

- 47) (UnB/Cespe – TRT/10ª REGIÃO) O valor presente de um compromisso futuro de R\$ 10.000,00, a uma taxa de juros de 25% para o período, corresponde a R\$ 8.000,00.**

Solução

O valor presente ou valor atual é obtido pela divisão do valor nominal pelo fator de acumulação de capital.

Assim:

$$V_a = R\$ 10.000,00 / (1 + 0,25)$$

$$V_a = R\$ 10.000,00 / 1,25$$

$$V_a = R\$ 8.000,00.$$

Portanto, o item está CERTO.

- 48) (UnB/Cespe – MDIC/INMETRO/2001) Recentemente, órgãos de defesa do consumidor veicularam informações na imprensa a respeito de produtos que tiveram suas embalagens modificadas, com uma diminuição do conteúdo líquido, o que disfarçaria um aumento de preços. Ao realizar essa prática, uma fábrica que vendia sabão em pó em caixas de 1.000g do produto passou a vender, pelo mesmo preço, caixas de 900g em substituição àquelas. Nessa situação, o aumento nominal no preço do quilograma de sabão em pó dessa fábrica foi de:**

- a) inferior a 9%;
- b) superior a 9% e inferior a 9,5%;
- c) superior a 9,5% e inferior a 10,5%;
- d) superior a 10,5% e inferior a 11,5%;
- e) superior a 11,5%.

Solução

O aumento de preço representa o percentual que faz elevar 900 a 1.000.

Assim, considerando 900 como sendo o capital e 1.000 como sendo o montante, a taxa de aumento será obtida do seguinte modo:

$$i = 1000 / 900$$

$$i = 0,1111.$$

Ou seja: a taxa de aumento é de 11,11%.

Logo, a resposta correta está representada pela letra “D”.

- 49) (UnB/Cespe – MDIC/INMETRO/2001) Com o objetivo de obter um aumento no preço de seu produto superior à inflação do período, uma fábrica que vendia biscoitos de chocolate em embalagens de 200g substituiu essas embalagens por outras de 180g, e passou a vender o produto com redução de 4% do preço original. Assumindo que a taxa de inflação do período tenha sido constante e igual a 0,5% ao mês, ao final do primeiro mês do início dessa prática, o aumento real no preço do quilograma desse produto foi:**

- a) inferior a 5%;
- b) superior a 5% e inferior a 6%;
- c) superior a 6% e inferior a 7%;
- d) superior a 7% e inferior a 8%;
- e) superior a 8%.

Resolução

Admitindo que o preço original tenha sido de 200 unidades monetárias e que tenha sido reduzido para 192 unidades monetárias com o desconto de 4%, tem-se que o consumidor agora pagará o equivalente a 192 unidades monetárias por 180g, ao passo que, na situação anterior, pagava 200 unidades monetárias por 200g.

Para manter a situação original, o biscoito deveria ser vendido por 180 unidades monetárias mais 0,9 unidades monetárias em função da inflação, ou seja, o produto deveria ser vendido por 180,9 unidades monetárias para que o consumidor não ficasse prejudicado.

Desta forma, em termos reais, a empresa elevou o preço de 180,9 para 192 unidades monetárias, o que representa um percentual que pode ser determinado do seguinte modo:

$$i = 192 / 180,9$$

$$i = 6,13\%.$$

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 50) Considerando que, para conseguir a quantia necessária à aquisição de um bem, um indivíduo aplique seu capital, pelo período de 12 meses, em uma instituição financeira que pratica juros nominais compostos anuais de 6,6%, com capitalização mensal. Julgue os itens subsequentes.**
(Analista de Correios – 2011) O mesmo montante seria obtido com a aplicação do capital, pelo mesmo período, à taxa de juros simples trimestrais de 1,7%.

Solução:

A taxa de juros equivalente mensal, com taxa nominal de 6,6% ao ano é de 0,55%.

Aplicando a taxa de 0,55% pelo período de doze meses, no regime de juros compostos, teremos:

$$(1 + 0,0055)^{12} = 1,068033559, \text{ ou seja, produzirá juros de } 6,80\% \text{ ao ano.}$$

Considerando uma aplicação de 12 meses com taxa de 1,7% ao trimestre em juros simples, produzirá juros de 6,80% ao ano.

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 51) (Analista de Correios – 2011) Se o preço do bem a ser adquirido, ao final dos 12 meses, for igual a R\$ 2.136,00, então o capital a ser aplicado poderá ser inferior a R\$ 1.990,00.**

Solução:

Como o juro produzido no final de 12 meses é de 6,80%, então o valor que produzirá o montante de R\$ 2.136,00 é de:

$$2.136,00 = C \times 1,068$$

$$C = 2.136,00 / 1,068$$

$$C = \text{R\$ } 2.000,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

Se, em um empréstimo quitado em quatro parcelas mensais, pelo sistema de amortização constante, os juros pagos na segunda prestação forem de R\$ 300,00 e a quarta prestação for igual a R\$ 2.100,00,

- 52) (Analista de Correios – 2011) a soma das quantias pagas pelo tomador do empréstimo será inferior a R\$ 9.100,00.**

Solução:

No sistema de amortização constante as amortizações são constantes e os juros são decrescentes de forma linear. Tomando por base o juro da quarta prestação, temos que o juro da terceira prestação é o dobro, da segunda é o triplo e da primeira é o quádruplo. Isto é assim porque os juros incidem sobre o saldo devedor imediatamente anterior ao pagamento da prestação. Desta forma, temos que $J_1 = 4 \times J_4$, $J_2 = 3 \times J_4$, $J_3 = 2 \times J_4$ e $J_4 = J_4$. Assim, o total de juros é igual a $10 \times J_4$.

Como $3 \times J_4$, que é o juro da segunda prestação, é igual a R\$ 300,00, então o total de juros pagos é de R\$ 1.000,00.

Ainda, como o juro total é igual a R\$ 1.000,00, então o $J_4 = R\$ 100,00$. Assim, a parcela de amortização de cada prestação é de R\$ 2.000,00 e o total financiado é de R\$ 8.000,00.

A quantia paga será a soma dos juros mais a soma das amortizações, perfazendo um total de R\$ 9.000,00.

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

Um televisor, cujo preço à vista era R\$ 1.030,00, foi pago em 12 prestações mensais, iguais e consecutivas, tendo sido cobrada, nesse negócio, taxa mensal de juros compostos de 3%.

Com base nessas informações e considerando 0,7 como o valor aproximado de $1,03^{-12}$, julgue os itens que se seguem.

- 53) (Analista de Correios – 2011) Se a primeira prestação foi paga no ato da compra, então o valor de cada prestação foi inferior a R\$ 101,00.**

Solução:

Trata-se de questão sobre rendas certas no sistema francês de amortização ou tabela price. No caso, com a primeira prestação no ato:

$$V_a = P + P \times \{[(1+i)^n - 1] / i \times (i + i)^n\}$$

$$1.030,00 = P + P \{[(1,03)^{11} - 1] / 0,03 \times (1,03)^{11}\}$$

$$1.030,00 = P + P \{[1,3842 - 1] / 0,041527\}$$

$$1.030,00 = P + P \times 9,2526$$

$$1.030,00 = 10,2526 P$$

$$P = R\$ 100,46$$

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 54) (Analista de Correios – 2011) Se a primeira prestação foi paga um mês após a compra, então o valor de cada prestação foi superior a R\$ 104,00.**

Solução:

Trata-se de questão sobre rendas certas no sistema francês de amortização ou tabela price, com prestações postecipadas.

$$Va = P \times \{[(1+i)^n - 1] / i \times (1+i)^n\}$$

$$1.030,00 = P \times \{[(1,03)^{12} - 1] / 0,03 \times (1,03)^{12}\}$$

$$1.030,00 = P \times \{0,42576 / 0,0427728\}$$

$$1.030,00 = P \times 9,954$$

$$P = R\$ 103,48$$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

Uma promissória no valor de R\$ 12.500,00, com vencimento em dois meses, foi descontada em um banco que pratica a taxa de desconto simples por fora de 10% ao mês.

A respeito desta situação e considerando 1,118 como o valor aproximado para $1,25^{1/2}$, julgue os itens seguintes.

- 55) (Analista de Correios – 2011) Como o detentor da promissória deveria pagar R\$ 12.500,00 ao final dos dois meses, é correto afirmar que o banco cobrou do cliente uma taxa de juros compostos mensais superior a 11,5%.**

Solução:

O valor atual comercial da operação é:

$$Va = N \times (1 - in)$$

$$Va = 12.500,00 \times (1 - 0,1 \times 2)$$

$$Va = 12.500,00 \times 0,8$$

$$Va = R\$ 10.000,00$$

Considerando o regime de juros compostos, a taxa de juros mensal que elevará o valor atual ao valor nominal será:

$$(1 + i)^2 = 12.500 / 10.000$$

$$(1 + i)^2 = 1,25$$

$i = 11,8\%$ ao mês, conforme fornecido no enunciado.

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

II. PROVAS DA FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS – FGV

- 1) (SEFAZ – RJ/2011) Um título com valor de R\$ 15.000,00 a vencer em 4 meses é descontado no regime de juros simples a uma taxa de desconto “por fora” de 6,25% ao mês. O valor presente do título é igual a**
- | | |
|----------------|----------------|
| a) R\$ 9.750. | d) R\$ 10.850. |
| b) R\$ 12.000. | e) R\$ 11.250. |
| c) R\$ 11.769. | |

Solução:

O valor presente ou valor atual comercial simples é obtido pela aplicação da seguinte fórmula:

$$Va = N (1 - in)$$

$$Va = 15.000,00 \times (1 - 0,0625 \times 4)$$

$$Va = 15.000,00 \times 0,75$$

$$Va = R\$ 11.250,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

2) (SEFAZ – RJ/2011)

ANO	A	B
1	60.000	X
4	65.000	78.000
7	100.000	50.000

A tabela acima indica dois fluxos de caixa. Sabendo-se que a taxa é de 10% ao ano, juros simples, o valor de X que torna os dois fluxos de caixa equivalentes é

- a) 67.500.
- b) 81.250.
- c) 88.500.
- d) 76.575.
- e) 78.500.

Solução:

Em juros simples é imprescindível a escolha correta da data focal para se calcular a equivalência de capitais. Para que os fluxos sejam equivalentes, os seus valores atuais devem ser iguais, o que é obtido do seguinte modo, considerando a data focal 1:

Valor do fluxo A: $60.000 + (65.000 / 1,3) + (100.000 / 1,6)$

Valor do fluxo B: $X + (78.000 / 1,3) + (50.000 / 1,6)$

$X + (78.000 / 1,3) + (50.000 / 1,6) = 60.000 + (65.000 / 1,3) + (100.000 / 1,6)$

$X + (13.000 / 1,3) = 60.000 + (50.000 / 1,6)$

$X = 60.000 + 31.250 - 10.000$

$X = 81.250$

Assim, a resposta correta é a letra “B”.

3) (SEFAZ – RJ/2011) Em um período de um ano, a taxa aparente de juros foi de 15%, e a taxa de inflação, de 5%. Assim, a taxa real foi de

- a) 9,52%.
- b) 8,95%.
- c) 10,00%.
- d) 7,50%.
- e) 20,75%.

Solução:

A taxa real é calculada pela seguinte equação (i_a = taxa aparente; i_f = taxa de inflação):

$(1 + i_r) = (1 + i_a) / (1 + i_f)$

$(1 + i_r) = (1 + 0,15) / (1 + 0,05)$

$(1 + i_r) = 1,15 / 1,05$

$(1 + i_r) = 1,0952$, ou seja: 9,52%

Assim, a resposta correta é a letra “A”.

4) (SEFAZ – RJ/2011) Um indivíduo tem uma dívida de R\$ 500,00 cuja taxa de juros é de 10% ao mês, juros compostos. Após três meses, essa dívida é

- a) R\$ 675,00.
- b) R\$ 650,00.
- c) R\$ 645,50.
- d) R\$ 655,50.
- e) R\$ 680,50.

Solução:

O montante, em juros compostos, é calculado do seguinte modo:

$$M = C (1 + i)^n$$

$$M = 500 (1 + 0,1)^3$$

$$M = 500 \times 1,331$$

$$M = R\$ 665,50$$

Poder-se-ia calcular, também, o montante por aplicação sucessiva taxa de 10% sobre o capital inicial:

$$M = 500,00 \times 1,1 = 550,00 \times 1,1 = 605,00 \times 1,1 = R\$ 665,50.$$

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

- 5) (SEFAZ – RJ/2011) O valor do desconto racional composto de um título cujo valor nominal é R\$ 25.000,00, se o prazo de vencimento é de 2 anos e a taxa de desconto é de 25% ao ano, é**

a) R\$ 6.500,00.

d) R\$ 7.500,00.

b) R\$ 5.875,50.

e) R\$ 9.000,00.

c) R\$ 7.247,50.

Solução:

Podemos calcular o desconto racional composto pelo cálculo do valor atual e por diferença obter o valor do desconto:

$$Va = N / (1 + i)^n$$

$$Va = 25.000 / (1 + 0,25)^2$$

$$Va = 25.000 / 1,5625$$

$$Va = 16.000,00$$

$$D = N - Va$$

$$D = 25.000 - 16.000 = R\$ 9.000,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

- 6) (SEFAZ – RJ/2011) Um indivíduo deixa de pagar um título no valor de R\$ 2.000,00, atrasando o pagamento em três meses. A taxa de juros, juros simples, é de 35% ao ano. Ao pagar o título, seu valor é**

a) R\$ 2.250,00.

b) R\$ 2.325,00.

c) R\$ 2.175,00.

d) R\$ 2.155,00.

e) R\$ 4.100,00.

Solução:

Trata-se de questão de cálculo do montante a juros simples, com taxa anual e período de 3 meses. O montante será calculado da seguinte maneira:

$$M = C \times (1 + in)$$

$$M = 2.000,00 (1 + 0,35 \times 3/12)$$

$$M = 2.000,00 (1 + 0,35 \times 0,25)$$

$$M = R\$ 2.175,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 7) (SEFAZ – RJ/2011) O número de anos para que um capital quadruplique de valor, a uma taxa de 5% ao mês, juros simples, é de

a) 7,50. d) 5,00.
b) 3,80. e) 6,00.
c) 4,50.

Solução:

Para que um capital quadruplique ele deve passar de 1 para 4, sendo 1 o capital e 4 o montante. Assim:

$$M = C (1 + in)$$

$$4 = 1 (1 + 0,05n)$$

$$4 = 1 + 0,05n$$

$$0,05n = 3$$

$$N = 3 / 0,05$$

$$N = 60 \text{ meses, ou seja: } 5 \text{ anos}$$

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

- 8) (SEFAZ – RJ/2010) No regime de juros compostos, a taxa de juros semestral equivalente à taxa de 125% ao ano é igual a:

a) 45%.
b) 50%.
c) 61,25%.
d) 62,25%.
e) 275%.

Solução:

A taxa equivalente semestral será obtida do seguinte modo:

$$(1 + i) = (1 + 1,25)^{0,5}$$

$$1 + i = 1,5$$

$$i = 0,5, \text{ ou seja: } 50\%$$

Assim, a resposta correta é a letra “B”.

- 9) (SEFAZ – RJ/2010) Uma quantia foi aplicada durante um ano à taxa de 10% ao ano e a seguir, o valor resultante foi reaplicado, por mais um ano, a juros de 20% ao ano. Ambas as taxas são juros compostos.

Para que a mesma quantia, aplicada durante igual período, resultasse no mesmo montante, deveria ser aplicada à taxa anual efetiva única de:

a) 14,89%.
b) 15,25%.
c) 16,33%.
d) 18,45%.
e) 20,00%.

Solução:

O juro total, em percentual, produzido pela aplicação é de:

$$1,1 \times 1,2 = 1,32, \text{ ou seja: } 32\%.$$

A taxa efetiva anual equivalente a 32% em dois anos será:

$$(1,32)^{1/2} = 1,1489125, \text{ ou seja: } 14,89\% \text{ ao ano.}$$

Assim, a resposta correta é a letra “A”.

10) (SEFAZ – RJ/2010) Com relação aos diferentes sistemas de amortização, analise as afirmativas a seguir:

- I. Segundo o Sistema de Amortização Constante, para um empréstimo de R\$ 50.000,00, a ser amortizado em 25 vezes a uma taxa de juros de 5% ao mês, o valor acumulado das três primeiras prestações é de R\$ 12.700,00.**
 - II. No Sistema Francês de Amortização as prestações são crescentes, com juros decrescentes.**
 - III. No Sistema Americano de Amortização, para um empréstimo de R\$ 50.000,00, a ser amortizado em 25 vezes a uma taxa de juros de 5% ao mês, o valor acumulado das três primeiras prestações é de R\$ 7.500,00.**
- Assinale:**

- a) se somente as afirmativas I e II estiverem corretas.
- b) se somente as afirmativas I e III estiverem corretas.
- c) se somente a afirmativa III estiver correta.
- d) se somente as afirmativas II e III estiverem corretas.
- e) se todas as afirmativas estiverem corretas.

Solução:

Analizando as afirmativas, temos:

- I – Como são 25 parcelas, a amortização de cada prestação é de R\$ 2.000,00. Os juros da 1ª prestação serão de R\$ 2.500,00 (5% de R\$ 50.000,00), da 2ª prestação serão de R\$ 2.400,00 (5% de R\$ 48.000,00) e da 3ª prestação de R\$ 2.300,00 (5% de R\$ 46.000,00). Perceba que o saldo devedor (base de cálculo dos juros) decresce R\$ 2.000,00 a cada pagamento. Desta forma, a 1ª prestação terá o valor de R\$ 4.500,00, a 2ª de R\$ 4.400,00 e a 3ª de R\$ 4.300,00, cuja soma será de R\$ 13.200,00. Afirmativa falsa.
- II – No sistema francês as prestações são constantes. Como os juros incidem sobre o saldo devedor imediatamente antes do pagamento de cada prestação, a amortização é crescente e os juros são decrescentes. Afirmativa falsa.
- III – No sistema de amortização americano as parcelas compreendem somente o pagamento dos juros, sendo que juntamente com a última parcela são pagos os juros e todo o principal. Desta forma, como os juros são de R\$ 2.500,00 por mês, a soma dos três primeiros pagamentos é de R\$ 7.500,00. Afirmativa correta.

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

11) (SEFAZ – RJ/2010) Uma empresa parcela a venda de seus produtos que podem ser financiados em duas vezes, por meio de uma série uniforme de pagamentos postecipada. A taxa de juros efetiva cobrada é de 10% ao mês no regime de juros compostos e o cálculo das parcelas é feito considerando-se os meses com 30 dias.

Se um indivíduo comprar um produto por R\$ 1.000,00, o valor de cada prestação mensal será:

- a) R\$ 525,68.
- b) R\$ 545,34.
- c) R\$ 568,24.
- d) R\$ 576,19.
- e) R\$ 605,00.

Solução:

A fórmula para calcularmos o valor atual de uma série de pagamentos postecipada é a seguinte:

Como o valor atual fornecido é R\$ 1.000,00, a taxa é de 10% e dois períodos, então teremos que o valor da prestação será:

$$1.000 = P [(1,1)^2 - 1] / [0,1 \times (1,1)^2]$$

$$1.000 = P [1,21 - 1] / 0,1 \times 1,21$$

$$1.000 = P \times 0,21 / 0,121$$

$$1.000 = 1,735537 P$$

$$P = R\$ 576,19$$

$$P = Va \times$$

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

- 12) (SEFAZ – RJ/2010) Um indivíduo comprou um título perpétuo que paga R\$ 500,00 por semestre. Sabendo que a taxa de juros anual, juros compostos, é de 21%, o valor presente desse título é:**

- a) R\$ 4.761,90.
- b) R\$ 5.000,00.
- c) R\$ 6.857,25.
- d) R\$ 7.500,00.
- e) R\$ 25.000,00.

Solução:

Trata-se de encontrar o valor atual de uma quantia cujo rendimento é de R\$ 500,00 por semestre.

Sendo a taxa efetiva anual de 21%, a taxa semestral equivalente será:

$$1,21^{1/2} = 1,1, \text{ ou seja: } 10\% \text{ ao semestre.}$$

Como um juro de 10% equivale a R\$ 500,00, então o valor presente que gera este juro é de R\$ 5.000,00.

Assim, a resposta correta é a letra “B”.

- 13) (SEFAZ – RJ/2010) Um indivíduo adquiriu uma moto, no valor de R\$ 19.804,84 a ser pago em 36 prestações pelo Sistema Price de Amortização. Ao final do 12º mês ele ainda deve R\$ 14.696,13. Sabendo-se que a taxa de juros do empréstimo é de 2% ao mês e que a prestação tem o valor de R\$ 777,00, o saldo devedor, após o pagamento da próxima prestação, será de:**

- a) R\$ 14.000,00.
- b) R\$ 14.147,53.
- c) R\$ 14.198,84.
- d) R\$ 14.213,05.
- e) R\$ 14.322,01.

Solução:

A prestação é sempre composta por uma parcela de juros e outra de amortização. Os juros incidem sobre o saldo devedor do período imediatamente anterior ao pagamento da prestação.

Nestas condições, os juros embutidos na 13ª prestação são de 2% de R\$ 14.696,13, ou seja, R\$ 293,92.

Assim, o valor da amortização na 13ª prestação será de: R\$ 777,00 – R\$ 293,92 = R\$ 483,08.

Como o saldo devedor anterior era de R\$ 14.696,13 e houve uma amortização dessa dívida no valor de R\$ 483,08, o saldo devedor após o pagamento da 13ª prestação será de: R\$ 14.213,05 (14.696,13 – 483,08).

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

14) (SEFAZ – RJ/2010) Com relação aos diferentes tipos de *desconto simples* analise as afirmativas a seguir:

- I. O desconto racional (por dentro), no regime de capitalização simples, é dado pela diferença entre o valor futuro e o valor presente.**
- II. O desconto comercial (por fora), no regime de capitalização simples, é dado pela relação $D = VF \cdot d \cdot n$, no qual VF é o valor futuro, d é a taxa de desconto por período e n é o número de períodos de desconto.**
- III. o desconto bancário é o contrato pelo qual o banco (descontador) antecipa ao cliente (descontário) o valor de um crédito.**

Assinale:

- a) se somente as afirmativas I e II estiverem corretas.
- b) se somente as afirmativas I e III estiverem corretas.
- c) se somente a afirmativa III estiver correta.
- d) se somente as afirmativas II e III estiverem corretas.
- e) se todas as afirmativas estiverem corretas.

Solução:

Analisando as afirmativas, temos:

- I – Qualquer desconto (comercial ou racional a juros simples ou compostos) é sempre a diferença entre o valor futuro e o valor presente. O que muda nos tipos de desconto é justamente a forma como se calcula o valor presente. Afirmativa correta.
- II – O desconto comercial é apurado pela fórmula: $D = V_{in}$, ou $D = VF \times d \times n$. Afirmativa correta.
- III – No desconto bancário quem antecipa um valor é o banco descontador, sendo que o cliente ou empresa que desconta as duplicatas ou promissórias é o descontário. Afirmativa correta.

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

15) (SEFAZ – RJ/2010) Um empréstimo foi feito à taxa de juros real de 20%. Sabendo-se que a inflação foi de 10% no período, a taxa de juros aparente é:

- a) 12%.
- b) 22%.
- c) 28%.
- d) 30%.
- e) 32%.

Solução:

A taxa real pode ser calculada pelo uso da seguinte equação:

$$(1 + ir) = (1 + ia) / (1 + if)$$

Substituindo os valores fornecidos no enunciado, teremos:

$$(1 + 0,2) = (1 + ia) / (1 + 0,1)$$

$$1,2 \times 1,1 = (1 + ia)$$

$$1 + ia = 1,32$$

$$ia = 0,32, \text{ ou seja, } 32\%.$$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

- 16) (SEFAZ – RJ/2010) Um título com três anos até o vencimento tem valor futuro de R\$ 10.000,00. Sabendo-se que um banco apresenta uma taxa de desconto composto comercial de 50% ao ano, o valor presente desse título é:**

- a) R\$ 1.250,00.
- b) R\$ 2.000,00.
- c) R\$ 3.333,33.
- d) R\$ 4.000,00.
- e) R\$ 5.000,00.

Solução:

O desconto composto caracteriza-se por descontos sucessivos. Desta forma, podemos calcular o desconto do seguinte modo:

$$10.000,00 - 50\% \text{ (de 10.000)} = 5.000,00$$

$$5.000,00 - 50\% \text{ (de 5.000)} = 2.500,00$$

$$2.500,00 - 50\% \text{ (de 2.500)} = \text{R\$ } 1.250,00$$

Podemos, também, resolver a questão com utilização da fórmula:

$$V_a = N (1 - i)^n$$

$$V_a = 10.000,00 \times (0,5)^3$$

$$V_a = 10.000,00 \times 0,125 = \text{R\$ } 1.250,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “A”.

12. PROVAS DA FCC

- 1) (SEFAZ – SP/2006) Uma pessoa aplicou um capital em um Banco que remunera os depósitos de seus clientes a uma taxa de juros simples de 12% ao ano. Completando 6 meses, ela retirou o montante correspondente a esta aplicação e utilizou R\$ 20.000,00 para liquidar uma dívida nesse valor. O restante do dinheiro, aplicou em um outro Banco, durante um ano, a uma taxa de juros simples de 1,5% ao mês. No final do período, o montante da segunda aplicação apresentou um valor igual a R\$ 28.933,60. A soma dos juros das duas aplicações é igual a**

- a) R\$ 10.080,00
- b) R\$ 8.506,80
- c) R\$ 7.204,40
- d) R\$ 6.933,60
- e) R\$ 6.432,00

Solução:

Questões dessa natureza devem ser resolvidas de trás para frente. Assim, devemos calcular o valor da restante do dinheiro do primeiro montante, ou seja, o capital da segunda aplicação.

Como $M = C(1 + in)$, temos;

Para esse fim, o valor de R\$ 28.933,60 é o montante. A taxa é de 1,5% a.m. e o dinheiro ficou aplicado por 12 meses. Teremos então o seguinte:

$$28.933,60 = C2(1 + 0,015 \times 12)$$

$$28.933,60 = 1,18 C2$$

$$C2 = 24.520,00$$

O juro 2 representa o montante 2 diminuído do capital 2. Assim, o juro 2, ou seja, da 2ª operação, foi de R\$ 4.413,60 (R\$ 28.933,60 – R\$ 24.520,00).

Considerando que do montante inicial foram retirados R\$ 20.000,00 para pagamento de dívida, então o primeiro montante foi de R\$ 44.520,00 (R\$ 20.000,00 + R\$ 24.520,00).

Para sabermos o valor do juro 1 precisamos saber o valor do capital 1 ou o capital inicial.

Da mesma forma como utilizado para o cálculo do capital 2, o valor do capital 1 será calculado do seguinte modo:

$$44.520,00 = C1(1 + 0,01 \times 6)$$

$$44.520,00 = 1,06 C1$$

$$C1 = 42.000,00$$

O juro 2 foi, portanto, de R\$ 2.520,00 (R\$ 44.520,00 – R\$ 42.000,00).

Somando o juro 1 e o juro 2, teremos:

$$J1 + J2 = 4.413,60 + 2.520,00 = \text{R\$ } 6.933,60$$

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

2) (SEFAZ – SP/2006) Um comerciante poderá escolher uma das opções abaixo para descontar, hoje, um título que vence daqui a 45 dias.

I. Banco A: a uma taxa de 2% ao mês, segundo uma operação de desconto comercial simples, recebendo no ato o valor de R\$ 28.178,50.

II. Banco B: a uma taxa de 2,5% ao mês, segundo uma operação de desconto racional simples.

Utilizando a convenção do ano comercial, caso opte por descontar o título no Banco B, o comerciante receberá no ato do desconto o valor de

- a) R\$ 27.200,00
- b) R\$ 27.800,00
- c) R\$ 28.000,00
- d) R\$ 28.160,00
- e) R\$ 28.401,60

Solução:

O valor de R\$ 28.178,50, recebido do Banco A é o valor atual em desconto comercial, que é obtido pela aplicação da seguinte fórmula: $Va = N(1 - in)$.

A taxa de desconto utilizada é de 2% e o tempo é de 1,5 períodos, visto que se considerou o ano comercial (360 dias).

Dessa forma, podemos calcular o valor nominal (N), cujo valor é necessário para calcularmos o valor atual obtido no Banco B.

$$28.178,50 = N(1 - 0,02 \times 1,5)$$

$$28.178,50 = 0,97 N$$

$$N = 29.050,00$$

Agora podemos calcular o valor atual racional recebido no Banco B:

$$V_a = N / (1 + in)$$

$$V_a = 29.050,00 / (1 + 0,025 \times 1,5)$$

$$V_a = 29.050,00 / 1,0375$$

$$V_a = \text{R\$ } 28.000,00$$

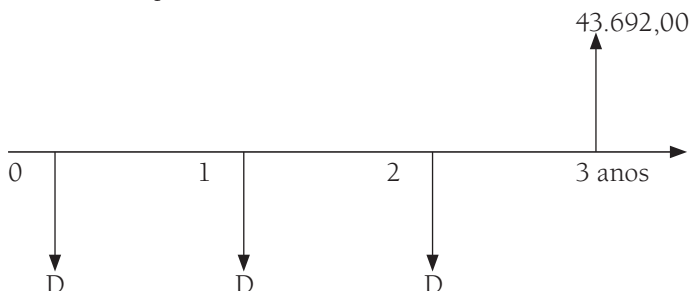
Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 3) (SEFAZ – SP/2006) Uma programação de investimento consiste na realização de três depósitos consecutivos de valores iguais efetuados no início de cada ano. O resgate dos respectivos montantes será feito de uma só vez, três anos após a data do primeiro depósito. Considerando uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, e sabendo-se que a soma dos montantes no ato do resgate foi igual a R\$ 43.692,00, conclui-se que o valor de cada depósito é igual a**

- | | |
|------------------|------------------|
| a) R\$ 10.000,00 | d) R\$ 11.500,00 |
| b) R\$ 10.500,00 | e) R\$ 12.000,00 |
| c) R\$ 11.000,00 | |

Solução:

O fluxo de caixa dessa operação pode ser representado do seguinte modo, onde D representa os depósitos:



O fluxo acima representa três depósitos iguais e um montante de R\$ 43.692,00 no final de três anos do primeiro depósito. A taxa utilizada é de 10% a.a..

Poderíamos utilizar as fórmulas de rendas certas para o cálculo. Entretanto, como são somente três períodos, podemos utilizar a fórmula do montante para o cálculo, considerando que o valor de R\$ 43.692,00 representa a soma de três montantes. Para isso, utilizaremos o valor dos depósitos como sendo o valor do capital:

$$M = C (1 + i)^n$$

$$M_1 + M_2 + M_3 = \text{R\$ } 43.692,00$$

$$C (1 + 0,1)^3 + C (1 + 0,1)^2 + C (1 + 0,1)^1 = \text{R\$ } 43.692,00$$

$$C \times 1,1^3 + C \times 1,1^2 + C \times 1,1 = \text{R\$ } 43.692,00$$

$$1,331 C + 1,21 C + 1,1 C = \text{R\$ } 43.692,00$$

$$3,641 C = \text{R\$ } 43.692,00$$

$$C = \text{R\$ } 12.000,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

- Solução:**

A resolução desta questão consiste na divisão dos dois valores atuais. Desta forma, teremos:

Como $Va_r = N / (1 + i)^2$ e $Va_c = N (1 - i)^2$, considerando $n = 2$, pois são dois anos de antecipação, utilizando as fórmulas, teremos:

$$\frac{\frac{N}{(1+I)^2}}{\frac{N(1-I)^2}{1}} = \frac{2.500}{2.304}$$

$$(1 + i)^2 \times (1 - i)^2 = 2.304 / 2.500$$

Extraindo a raiz quadrada de todos os elementos, teremos:

$$(1 + i) \times (1 - i) = 48 / 50$$

$$1 - i^2 = 0,96$$

$$i^2 = 0,04$$

i = 0,2, ou seja 20%

Agora, inserindo a taxa i em qualquer uma das fórmulas de valor atual, teremos:

$$N / (1 + i)^2 = 25.000,00$$

$$N = 25.000,00 \times 1,2^2$$

$$N = 25.000,00 \times 1,44$$

N = 36.000,00

Assim, a resposta correta é a letra “B”.

- 5) (SEFAZ – SP/2006) Uma dívida decorrente de um empréstimo deverá ser liquidada por meio de 120 prestações mensais e consecutivas, vencendo a primeira um mês após a data do empréstimo. Considerando que foi utilizado o Sistema de Amortização Constante (SAC) a uma taxa de 2% ao mês, verifica-se que o valor da última prestação é igual a R\$ 1.275,00. O saldo devedor da dívida, imediatamente após o pagamento da 50ª prestação, é

- a) R\$ 87.500,00 d) R\$ 68.750,00
b) R\$ 86.250,00 e) R\$ 62.500,00
c) R\$ 75.000,00

Solução:

Uma prestação é sempre composta por uma parcela de juros e outra de amortização. A última prestação representa sempre o saldo devedor mais os juros. O saldo devedor da última prestação é exatamente igual a amortização.

Assim sendo, o valor da última prestação é: Amortização $\times (1 + i)$.

Como $i = 2\%$, então $R\$ 1.275,00 = A \times 1,02$

$$A = 1.275,00 / 1,02 = \text{R\$ } 1.250,00.$$

Portanto, o valor principal do empréstimo foi de R\$ 150.000,00 (120 x R\$ 1.250,00).

Com o pagamento de 50 prestações, foi amortizado o valor de R\$ 62.500,00 ($R\$ 1.250,00 \times 50$). Desta forma, o saldo devedor da dívida é de R\$ 87.500,00 ($R\$ 150.000,00 - R\$ 62.500,00$).

Assim, a resposta correta é a letra “A”.

- 6) (SEFAZ – SP/2006) A tabela abaixo apresenta os valores dos Fatores de Recuperação de Capital (FRC) para a taxa de juros compostos de 2% ao período:

Número de períodos (n)	10	11	12	13
FRC	0,111	0,102	0,095	0,088

$$\text{FRC} = \frac{(1,02)^{\pi} - 1}{1,02 - 1} = 0,02$$

O preço de venda de um equipamento é igual a R\$ 100.000,00. Ele pode ser adquirido por uma das seguintes opções:

- I. À vista, com 10% de desconto sobre o preço de venda.
- II. Em 12 prestações mensais, iguais e consecutivas, com a primeira prestação sendo paga no ato da compra.

Utilizando o critério do desconto racional composto a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, tem-se que o valor de cada prestação da opção II que torna equivalentes, no ato da compra, os pagamentos efetuados pelas duas opções é, desprezando os centavos, igual a

- a) R\$ 9.500,00
b) R\$ 9.180,00
c) R\$ 8.550,00
d) R\$ 8.330,00
e) R\$ 8.150,00

Solução:

A questão requer que se estabeleça uma equivalência de pagamentos entre duas propostas. Ora, uma equivalência, a juros compostos, pode ser feita a qualquer data. Entretanto, como um dos pagamentos é à vista no valor de R\$ 90.000,00 (R\$ 100.000,00 menos 10% de desconto), então tomemos a data zero para essa equivalência.

Como na opção II há uma entrada e mais 11 pagamentos, teremos a seguinte solução:

$$V_a = P + P \times 1 / FRC$$

$$90.000,00 = P + P / 0,102$$

$$0,102 \times 90.000,00 = 0,102 P + P$$

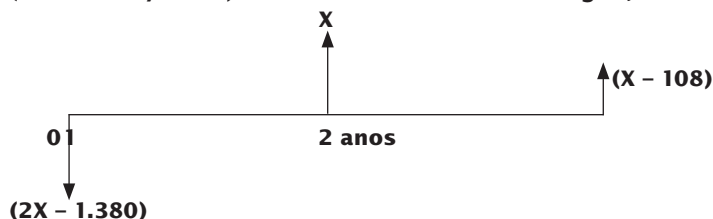
$$9.180,00 = 1,102 P$$

$$P = 9.180,00 / 1,102$$

$$P = R\$ 8.330,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

- 7) (SEFAZ – SP/2006) Considere o fluxo de caixa a seguir, com os valores em reais.



Se a taxa interna de retorno deste fluxo é igual a 8%, o valor de X é igual a

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) R\$ 5.230,00 | d) R\$ 6.080,00 |
| b) R\$ 5.590,00 | e) R\$ 6.160,00 |
| c) R\$ 5.940,00 | |

Solução:

No fluxo de caixa foram apresentados os seguintes valores para cada período:

Aplicação inicial: $(2X - 1.380)$

Retorno no final do período 1: X

Retorno no final do período 2: $(X - 108)$

A taxa interna de retorno é aquela taxa capaz de anular a diferença entre ingressos e desembolsos.

Como se trata de juros compostos, podemos adotar qualquer data focal para o cálculo.

Utilizando a data do final do período X, teremos:

$$X + (X - 108)/1,08 - 1,08 (2X - 1.380) = 0$$

$$X + (X/1,08) - (108/1,08) - (1,08 \cdot 2X) - 1,08(-1.380) = 0$$

$$X + (X/1,08) - 100 - 2,16X + 1.490,40 = 0$$

$$X + (X/1,08) - 2,16X = -1.490,40 + 100$$

Multiplicando todos os termos por 1,08, obteremos:

$$1,08X + X - 2,3328X = -1.501,63$$

$$0,2528X = 1.501,63$$

$$X = 1.501,63/0,2528$$

$$X = 5.940,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 8) (AFRE – PB/2006) Certas operações podem ocorrer por um período de apenas alguns dias, tornando conveniente utilizar a taxa diária e obtendo os juros segundo a convenção do ano civil ou do ano comercial. Então, se um capital de R\$ 15.000,00 foi aplicado por 5 dias à taxa de juros simples de 9,3% ao mês, em um mês de 31 dias, o módulo da diferença entre os valores dos juros comerciais e dos juros exatos é

- | | |
|--------------|--------------|
| a) R\$ 7,50 | d) R\$ 30,00 |
| b) R\$ 15,00 | e) R\$ 37,50 |
| c) R\$ 22,50 | |

Solução:

Nos juros comerciais se considera o mês com 30 dias e o ano com 360 dias. Nos juros exatos se considera, tanto o mês quanto o ano, na contagem exata dos dias.

Então, o cálculo dos juros exatos será:

$$J = C \cdot i \cdot n$$

$$J = 15.000,00 \times 0,093 \times 5/31$$

$$J = R\$ 225,00$$

Nos juros comerciais, em que o mês é de 30 dias, teremos:

$$J = 15.000,00 \times 0,093 \times 5/30$$

$$J = R\$ 232,50$$

Assim sendo, a diferença entre os dois juros é de R\$ 7,50.

Assim, a resposta correta é a letra “A”.

- 9) (AFRE – PB/2006) Um investidor aplica em um determinado banco R\$ 10.000,00 a juros simples. Após 6 meses, resgata totalmente o montante de R\$ 10.900,00 referente a esta operação e o aplica em outro banco, durante 5 meses, a uma taxa de juros simples igual ao dobro da correspondente à primeira aplicação. O montante no final do segundo período é igual a**

- | | |
|------------------|------------------|
| a) R\$ 12.862,00 | d) R\$ 12.550,00 |
| b) R\$ 12.750,00 | e) R\$ 12.535,00 |
| c) R\$ 12.650,00 | |

Solução:

Precisamos da taxa de aplicação. Para tanto utilizaremos os valores da primeira aplicação e a fórmula do montante.

Como $M = C(1 + in)$, tem-se que:

$$10.900,00 = 10.000,00(1 + i \cdot 6) \rightarrow \text{Obteremos a taxa unitária mensal.}$$

$$10.900,00 = 10.000,00 + 60.000,00i$$

$$i = 900,00 / 60.000,00$$

$$i = 0,015 \text{ a.m., ou seja: } 1,5\% \text{ a.m.}$$

Portanto, para a segunda aplicação teremos uma taxa de 3% ao mês, com capital de R\$ 10.900,00 que ficará aplicado por 5 meses.

$$M = 10.900,00(1 + 0,03 \times 5)$$

$$M = R\$ 12.535,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

- 10) (AFRE – PB/2006) Ao descontar em um banco, 2 meses antes de seu vencimento, um título de valor nominal igual a R\$ 30.000,00, uma empresa recebe na data da operação de desconto comercial simples o valor de R\$ 28.500,00. Utilizando a mesma taxa de desconto anterior e ainda a operação de desconto comercial simples, descontando um título de valor nominal de R\$ 24.000,00, 3 meses antes de seu vencimento, receberá**

- | | |
|------------------|------------------|
| a) R\$ 20.000,00 | d) R\$ 22.200,00 |
| b) R\$ 21.000,00 | e) R\$ 22.500,00 |
| c) R\$ 22.000,00 | |

Solução:

Necessitamos da taxa de desconto. Para tanto utilizaremos os dados do primeiro desconto.

O valor do desconto foi de R\$ 1.500,00 (30.000,00 – 28.500,00).

Utilizando a fórmula do desconto comercial simples, teremos:

$$Dc = N_{in}$$

$$1.500,00 = 30.000,00 \times i \times 2$$

$$60.000,00 i = 1.500,00$$

$$i = 1.500,00 / 60.000,00$$

$$i = 0,025, \text{ isto é: } 2,5\% \text{ a.m.}$$

Agora, calculando o desconto para a 2ª opção, teremos:

$$D = 24.000,00 \times 0,025 \times 3$$

$$D = \text{R\$ } 1.800,00$$

$$\text{Como } V_a = N - D,$$

$$V_a = 24.000,00 - 1.800,00 = \text{R\$ } 22.200,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

11) (AFRE – PB/2006) A taxa de juros nominal de 36% ao ano, com capitalização mensal, corresponde a uma taxa efetiva de

- 9% ao trimestre.
- $[(1,03)^2 - 1]$ ao bimestre.
- $12 \cdot [(1,36)^{1/12} - 1]$ ao ano.
- $(1,36 - 1)$ ao semestre.
- $[(1,36)^{1/12} - 1]$ ao mês.

Solução:

Uma taxa nominal de 36% a.a. com capitalização mensal gera uma taxa de 3% ao mês.

Apresentamos a seguir uma tabela com as taxas efetivas de 12 períodos para uma taxa de 3% ao período.

Períodos	Taxa efetiva
1	3,00000000%
2	6,09000000%
3	9,27270000%
4	12,5508810%
5	15,9274070%
6	19,4052290%
7	22,9873865%
8	26,6770081%
9	30,4773184%
10	34,3916379%
11	38,4233871%
12	42,5760887%

Essas taxas foram obtidas com o seguinte cálculo, considerando a taxa efetiva como i_{ef} :

$$i_{ef} = [(1 + i)^n - 1] \times 100$$

Assim, a resposta correta é a letra “B”.

Solução:

Trata-se de equivalência de capitais a juros compostos.

Desta forma, para obter o valor equivalente aos dois títulos ao final de 2 anos, teremos:

$$N1 \times 1,1 + N2 / 1,1 = N3$$

$$16.500,00 \times 1,1 + 26.620 / 1,1 = N3$$

$$18.150 + 24.200 = N3$$

$$N3 = R\$ 42.350,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

Instruções: Para a resolução das questões de números 15 a 17, utilize a tabela financeira abaixo (Taxa de juros nominal de 24% ao ano, com capitalização mensal)

NÚMERO DE MESES (n)	PAGAMENTO ÚNICO	SÉRIE DE PAGAMENTOS IGUAIS	
	FAC	FAC	FRC
1	1,02	1,00	1,02
2	1,04	2,02	0,52
3	1,06	3,06	0,35
4	1,08	4,12	0,26
5	1,10	5,20	0,21
6	1,13	6,31	0,18
7	1,15	7,43	0,15
8	1,17	8,58	0,14
9	1,20	9,75	0,12
10	1,22	10,95	0,11
11	1,24	12,17	0,10
12	1,27	13,41	0,09
13	1,29	14,68	0,09
14	1,32	15,97	0,08
15	1,35	17,29	0,08
16	1,37	18,64	0,07
17	1,40	20,01	0,07
18	1,43	21,41	0,07
19	1,46	22,84	0,06
20	1,49	24,3	0,06

FAC (Fator de Acumulação de Capital, Pagamento Único) = $(1,02)^n$

FAC (Fator de Acumulação de Capital, Série de Pagamentos Iguais) = $(1,02)^n - 1 / 0,02$

FRC (Fator de Recuperação de Capital, Série de Pagamentos Iguais) = $(1,02)^n \times 0,02 / (1,02)^n - 1$

Para o cálculo do Fator de Valor Atual (FVA), Série de Pagamentos Iguais, considerar $FVA = 1 / FRC$

- 15) (AFRE – PB/2006) Um investidor deposita, no início de cada mês, o valor de R\$ 1.000,00, durante 10 meses, em um banco que remunera a uma taxa de 24% ao ano, com capitalização mensal. Decide resgatar todo o montante correspondente a esta operação somente no início do 13º mês. O valor deste resgate é

- a) R\$ 10.335,00 d) R\$ 13.034,00
b) R\$ 11.388,00 e) R\$ 14.680,00
c) R\$ 11.607,00

Solução:

Trata-se de cálculo do montante de uma série de pagamentos, sendo que são 10 pagamentos mensais, iguais efetuados no início de cada período e o resgate se dará 3 períodos após o último pagamento.

Desta forma, podemos dizer que:

$M = 1.000,00 \times 10,95 \times 1,06$, pois o FAC para 10 períodos (para série de pagamentos iguais) foi dado como sendo 10,95 e o FAC de 3 períodos (para pagamento único) fornecido é 1,06.

$$M = \text{R\$ } 11.607,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 16) (AFRE – PB/2006) Paulo comprou um automóvel em 10 prestações mensais, iguais e consecutivas, no valor de R\$ 4.400,00 cada uma, vencendo a primeira 1 mês após a data da compra. A agência de automóveis trabalha com uma taxa de juros compostos de 2% ao mês. Se Paulo propusesse à agência quitar a dívida em 15 prestações, vencendo também a primeira 1 mês após a data da compra, o valor da prestação seria de
- a) R\$ 3.140,00
b) R\$ 3.200,00
c) R\$ 3.360,00
d) R\$ 3.410,00
e) R\$ 3.600,00

Solução:

A primeira providência a tomar é calcularmos o V_a . Para tanto, basta utilizar o seguinte:

$$V_a \times FRC = 4.400,00$$

$$Va \times 0,11 = 4.400,00$$

$$V_a = \text{R\$ } 40.000,00$$

Agora, podemos calcular o valor da nova prestação considerando 15 pagamentos:

$$P = 40.000,00 \times 0,08$$

$$P = \text{R\$ } 3.200,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “B”.

- 17) (AFRE – PB/2006) Uma loja oferece a um cliente 2 opções referentes à compra de determinada marca de televisor:**
- I. À vista, no valor de R\$ 4.000,00, sem desconto.**
 - II. R\$ 500,00 de entrada mais 9 prestações mensais, iguais e consecutivas à taxa de juros compostos de 2% ao mês, vencendo a primeira 2 meses após a data da compra.**
- O valor de cada prestação em (II) que torna os pagamentos das duas opções equivalentes, segundo o critério do desconto racional composto à taxa de juros compostos de 2% ao mês, é**
- a) R\$ 499,80
 - b) R\$ 490,00
 - c) R\$ 489,60
 - d) R\$ 480,00
 - e) R\$ 428,40

Solução:

O valor de cada prestação da opção II será obtido pela multiplicação do valor de R\$ 3.500,00 pelo FRC relativo a 9 períodos. O valor de R\$ 3.500,00 se deve ao fato de haver uma entrada de R\$ 500,00. Além disso, a primeira prestação é devida apenas ao final de 2 períodos. Assim, o FRC apresenta o valor atual para o final do 1º mês, visto que é próprio do sistema francês as prestações mensais e consecutivas vencendo a 1ª parcela no final do 1º mês. Logo, temos que atualizar o saldo devedor para o final do 1º mês, o que é obtido pela multiplicação pelo fator de acumulação de capitais, ou seja, por 1,02.

Assim:

$$P = 3.500,00 \times 1,02 \times 0,12$$

$$P = \text{R\$ } 428,40$$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

18) (AFTM – SP/2007) Uma pessoa necessita efetuar dois pagamentos, um de R\$ 2.000,00 daqui a 6 meses e outro de R\$ 2.382,88 daqui a 8 meses. Para tanto, vai aplicar hoje a juros simples o capital C à taxa de 3% ao mês, de forma que:

- **daqui a 6 meses possa retirar todo o montante, efetuar o pagamento de R\$ 2.000,00 e, nessa data, aplicar o restante a juros simples, à mesma taxa, pelo resto do prazo;**
- **daqui a 8 meses possa retirar todo o montante da segunda aplicação e efetuar o segundo pagamento, ficando com saldo nulo e sem sobras.**

Nessas condições, o valor de C é igual a

- a) R\$ 3.654,00
- b) R\$ 3.648,00
- c) R\$ 3.640,00
- d) R\$ 3.620,00
- e) R\$ 3.600,00

Solução:

Trata-se de uma aplicação em que há uma retirada de R\$ 2.000,00 e reaplicação do resto. Esse resto produz em 2 meses o montante de R\$ 2.382,88 a uma taxa de 3% ao mês.

Assim, em primeiro lugar, devemos calcular o valor do resto, que foi aplicado por 2 meses.

$$2.382,88 = C (1 + 0,03 \times 2)$$

$$C = 2.382,88 / 1,06$$

$$C = \text{R\$ } 2.248,00$$

Assim, a quantia reaplicada foi de R\$ 2.248,00. Desta forma, o montante gerado na primeira aplicação (o valor original pelo período de 6 meses) foi de R\$ 4.248,00, visto que houve o saque de R\$ 2.000,00 para o primeiro pagamento.

Podemos, então, calcular o valor original da aplicação:

$$4.248,00 = C (1 + 0,03 \times 6)$$

$$4.248,00 = 1,18 C$$

$$C = \text{R\$ } 3.600,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

Como prestação é igual à amortização mais juros, podemos calcular as amortizações do seguinte modo:

$t = 1.345,00 - 149,99 = 1.195,01$

$v = 1.345,00 - 114,13 = 1.230,87$

$x = 1.345,00 - 77,21 = 1.267,79$

$z = 1.345,00 - 39,17 = 1.305,83$

Completando a tabela, teremos:

Data	Prestação	Cota de juros	Cota de amortização	Saldo devedor
0				4.999,50
1	1.345,00	$s = 149,99$	$t = 1.195,01$	3.804,49
2	1.345,00	$u = 114,13$	$v = 1.230,87$	2.573,62
3	1.345,00	$w = 77,21$	$x = 1.267,79$	1.305,83
4	1.345,00	$y = 39,17$	$z = 1.305,83$	0

Analisando as alternativas apresentadas, constata-se que a única que condiz com a tabela é a letra c.

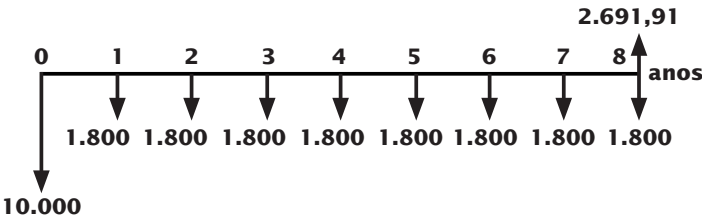
Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 21) (AFTM – SP/2007) Considere a tabela abaixo, que apresenta valores de: $(1 + i)^n$ e $an-i = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$, para $i = 0,30$.

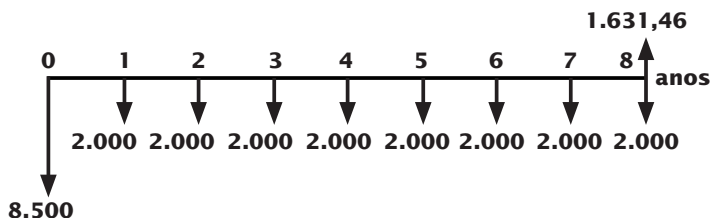
N	$(1 + i)^n$	$an-i$
1	1,3	0,7692
2	1,69	1,3609
3	2,197	1,8161
4	2,8561	2,1662
5	3,7129	2,4356
6	4,8268	2,6427
7	6,2749	2,8021
8	8,1573	2,9247
9	10,6045	3,0190
10	13,7858	3,0915

Uma determinada peça pode ser produzida indistintamente pela máquina A ou pela máquina B. Uma empresa deseja produzir essa peça e tem hoje duas opções:

Opção I) Adquirir a máquina A pelo preço à vista de R\$ 10.000,00, com custo de manutenção anual de R\$ 1.800,00, vida útil de 8 anos e valor residual de R\$ 2.691,91, representada pelo fluxo de caixa abaixo (valores em reais):



Opção II) Adquirir a máquina B pelo preço à vista de R\$ 8.500,00, com custo de manutenção anual de R\$ 2.000,00, vida útil de 8 anos e valor residual de R\$ 1.631,46, representada pelo fluxo de caixa abaixo (valores em reais):



Se AI e AII são respectivamente os módulos dos valores atuais dos fluxos das opções I e II, na data de hoje, com uma taxa mínima de atratividade de 30% ao ano, então

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| a) $AII - AI = R\$ 785,06$ | d) $AI - AII = R\$ 785,06$ |
| b) $AII - AI = R\$ 1.045,06$ | e) $AI - AII = R\$ 1.045,06$ |
| c) $AII - AI = R\$ 2.030,04$ | |

Solução:

Calculando os valores atuais para os dois fluxos, teremos:

Fluxo 1:

$$Va_1 = -10.000,00 + (-1.800,00 \times 2,9247) + 2.691,91/8,1573$$

$$Va_1 = -10.000,00 - 5.264,46 + 330,00$$

$$Va_1 = -14.934,46$$

Fluxo 2:

$$Va_2 = -8.500,00 + (-2.000,00 \times 2,9247) + 1.631,46/8,15,73$$

$$Va_2 = -8.500,00 - 5.849,40 + 200,00$$

$$Va_2 = -14.149,40$$

Observe que os valores devem ser entendidos como os módulos dos fluxos (sem considerar os sinais).

Desta forma, Fluxo 1 – Fluxo 2 = R\$ 785,06

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

- 22) (Câmara Dep. / 2007) Um capital foi aplicado a juros simples, a uma taxa de 24% ao ano, durante 20 meses. Um outro capital, de valor igual ao dobro do anterior, foi aplicado a juros compostos, a uma taxa de 10% ao ano, durante dois anos. Se a soma dos juros auferidos pelas duas aplicações foi igual a R\$ 16.400,00, então a soma dos respectivos montantes foi igual a**

- | | |
|------------------|------------------|
| a) R\$ 64.800,00 | d) R\$ 76.400,00 |
| b) R\$ 66.400,00 | e) R\$ 84.000,00 |
| c) R\$ 72.600,00 | |

Solução:

Considerando a quantia aplicada a juros simples como C e a de juros compostos como 2C e aplicando as fórmulas respectivas, podemos calcular o valor do principal:

$$J1 = C \times 0,02 \times 20$$

$$J2 = 2C [(1 + 0,1)^2 - 1]$$

Como $J1 + J2 = R\$ 16.400,00$, temos:

$$(C \times 0,02 \times 20) + \{2C [(1 + 0,1)^2 - 1]\} = 16.400,00$$

$$0,4 C + 0,42C = 16.400,00$$

$$0,82 C = 16.400,00$$

$$C = 20.000,00$$

Então, o valor principal da 1ª aplicação foi de R\$ 20.000,00. Como a segunda aplicação foi o dobro, ela foi de R\$ 40.000,00.

Assim, o valor total aplicado foi de R\$ 60.000,00. Como montante é capital mais juros, então o montante total foi de R\$ 76.400,00.

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

- 23) (Câmara Dep. / 2007) Um título é descontado 2 meses antes de seu vencimento, a uma taxa de 4% ao mês, segundo uma operação de desconto comercial simples. Um outro título de valor nominal igual a R\$ 24.000,00 é descontado 4 meses antes de seu vencimento, a uma taxa de 5% ao mês, com a utilização de uma operação de desconto racional simples. Se o valor do desconto apurado no primeiro caso é exatamente igual à metade do valor do desconto apurado no segundo, então o valor nominal do primeiro título é**

- | | |
|------------------|------------------|
| a) R\$ 20.000,00 | d) R\$ 24.000,00 |
| b) R\$ 22.000,00 | e) R\$ 25.000,00 |
| c) R\$ 22.500,00 | |

Solução:

Temos que calcular o valor do desconto da segunda operação, visto que dispomos de todos os elementos necessários para tal.

$$Dr = Nin / (1 + in)$$

$$Dr = 24.000,00 \times 0,05 \times 4 / (1 + 0,05 \times 4)$$

$$Dr = 4.800,00 / 1,2$$

$$Dr = R\$ 4.000,00$$

Como o desconto do primeiro título é exatamente a metade do segundo título, então o desconto foi de R\$ 2.000,00. Assim, podemos calcular o valor nominal do desconto comercial:

$$N = Dc / in$$

$$N = 2.000,00 / 0,04 \times 2$$

$$N = 2.000,00 / 0,08$$

$$N = 25.000,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

- 24) (Câmara Dep. / 2007) Uma dívida no valor de R\$ 46.200,00, na data de hoje, deverá ser quitada por meio de duas prestações de valores iguais, vencível a primeira daqui a um ano e a segunda daqui a dois anos. Considerando o critério do desconto financeiro composto a uma taxa de juros de 20% ao ano, tem-se que o valor de cada prestação é igual a**

- | | |
|------------------|------------------|
| a) R\$ 30.240,00 | d) R\$ 24.960,00 |
| b) R\$ 27.720,00 | e) R\$ 24.720,00 |
| c) R\$ 25.200,00 | |

Solução:

Trata-se de questão de equivalência de capitais, com duas prestações iguais:

$$Va = N/(1 + 0,2)^1 + N/(1 + 0,2)^2$$

$$46.200,00 = N/1,2 + N/1,44$$

$$1,44 \times 46.200,00 = 1,2N + N$$

$$2,2N = 66.528,00$$

$$N = 30.240,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “A”.

- 25) (MPE-RS/2008) Uma pessoa investe em um banco um capital C, durante 9 meses, a uma taxa de juros simples de 27% ao ano. No final do período, ela resgata todo o montante e o investe totalmente em outro banco, a uma taxa de juros simples de 36% ao ano, durante 10 meses. Verificando-se que o montante referente ao segundo investimento foi igual a R\$ 18.759,00, tem-se que o valor de C, em R\$, é igual a**
- a) 13.000,00
 - b) 14.000,00
 - c) 11.000,00
 - d) 10.000,00
 - e) 12.000,00

Solução:

Atribuindo M2 ao segundo montante e M1 ao primeiro montante, temos:

$$M2 = M1 (1 + in)$$

$$18.759,00 = M1 (1 + 0,03 \times 10)$$

$$M1 = 18.759,00 / 1,3$$

$$M1 = R\$ 14.430,00$$

De posse do Montante 1 podemos calcular o valor do capital inicial:

$$M1 = C (1 + in)$$

$$14.430,00 = C (1 + 0,27 \times 9/12)$$

$$C = 14.430,00 / 1,2025$$

$$C = R\$ 12.000,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

- 26) (MPE-RS/2008) Um banco concede um financiamento de R\$ 150.000,00 para a compra de um imóvel. A dívida deverá ser liquidada em 120 prestações mensais e consecutivas, de acordo com o Sistema de Amortização Constante (SAC), vencendo a primeira prestação um mês após a realização do contrato. Sabendo-se que a taxa de juros é de 1% ao mês, tem-se que o valor da 50ª prestação, em R\$, é igual a**
- a) 2.150,00
 - b) 2.100,00
 - c) 2.112,50
 - d) 2.125,00
 - e) 2.137,50

Solução:

Pelo sistema de amortização constante (SAC) as amortizações possuem todas o mesmo valor.

Assim, o valor de cada amortização é de R\$ 1.250,00 ($R\$ 150.000,00 / 120$).

O Saldo Devedor antes da 50ª prestação consiste em considerar que houve o pagamento de 49 prestações e 49 amortizações. Desta forma, o Saldo Devedor é de R\$ 150.000,00 – ($R\$ 1.250,00 \times 49$) = R\$ 88.750,00.

Como a prestação é composta pela amortização e juros e os juros são de 1% de R\$ 88.750,00, então o valor da prestação é de $R\$ 1.250,00 + R\$ 887,50$ (1% de R\$ 88.750,00) = R\$ 2.137,50

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

- 27) (MPE-RS/2008) Um empréstimo no valor de R\$ 100.000,00 deverá ser pago através de 30 prestações mensais, iguais e consecutivas, vencendo a primeira um mês após a realização do empréstimo. Sabe-se que foi utilizado o Sistema Francês de Amortização (Tabela Price), a uma taxa de juros compostos de 3% ao mês, com a informação de que o Fator de Recuperação de Capital correspondente é igual a 0,0510. O valor dos juros incluídos no valor da segunda prestação, em R\$, é igual a**

- a) 2.912,50
- b) 2.937,00
- c) 2.163,00
- d) 2.968,50
- e) 2.263,45

Solução:

O valor de cada prestação será:

$$P = Va \times FRC$$

$$P = 100.000,00 \times 0,051 = R\$ 5.100,00$$

Como os juros incidem sobre o Saldo Devedor, temos que na 1ª prestação os juros foram de R\$ 3.000,00 ($3\% \times R\$ 100.000,00$). Desta forma, a amortização na 1ª prestação foi de R\$ 2.100,00 ($5.100,00 - 3.000,00$). Assim, o Saldo Devedor após o pagamento da 1ª prestação passou para R\$ 97.900,00 ($100.000,00 - 2.100,00$).

Os juros da segunda prestação são de 3% de R\$ 97.900,00, cujo valor é de R\$ 2.937,00

Assim, a resposta correta é a letra “B”.

- 28) (INFRAERO/2009) Uma pessoa tomou dinheiro emprestado a juros simples durante 18 meses, tendo pago, ao final do período, o principal e mais R\$ 14.400,00 a título de juros. Se ela tivesse tomado emprestado um capital duas vezes maior, à mesma taxa de juros e no mesmo período, ela teria pago um montante de R\$ 80.000,00. O valor do capital que ela efetivamente tomou emprestado na operação correspondeu a, em R\$,**

- a) 51.200,00
- b) 40.000,00
- c) 28.800,00
- d) 25.600,00
- e) 20.520,00

Solução:

Considerando a fórmula do juro simples, teremos para a primeira tomada de empréstimo a seguinte situação:

$$J = C \cdot i \cdot n$$

$$14.400 = C \cdot i \cdot 18$$

$$18 C i = 14.400$$

$$C i = 14.400 / 18$$

$$C i = 800 \quad (1)$$

Para o segundo caso, considerando o montante, com o dobro do capital, teremos:

$$M = C (1 + i \cdot n)$$

$$80.000 = 2C (1 + i \cdot 18)$$

$$80.000 = 2C + 36 C i \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2), teremos:

$$80.000 = 2C + 36 \times 800$$

$$80.000 = 2C + 28.800$$

$$2C = 51.200$$

$$C = 51.200 / 2$$

$$C = R\$ 25.600,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

- 29) (INFRAERO/2009) Uma pessoa adquiriu um CDB – Certificado de Depósito Bancário prefixado com vencimento em 60 dias, cujo valor de resgate era R\$ 212.000,00. O valor pago pelo investidor no CDB foi R\$ 200.000,00. No mesmo período, a economia registrou uma deflação de 1%. A taxa de juros real paga recebida pelo investidor na operação foi**

- a) igual a 5%
- b) maior que 5% mas inferior a 6%
- c) igual a 6%
- d) maior que 6%, mas inferior a 7%
- e) maior que 7%

Solução:

Considerando que houve uma deflação de 1%, para que o dinheiro do investidor tivesse o mesmo poder de compra ele poderia ser reduzido a R\$ 198.000,00, resultante da aplicação redutora de 1% sobre os R\$ 200.000,00.

A taxa real é obtida, então pela divisão do valor de resgate pelo valor deflacionado:

$$i_r = 212.000 / 198.000$$

$$i_r = 1,0707, \text{ ou seja, } 7,07\%$$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

- 30) (INFRAERO/2009) Antônio aplicou R\$ 12.000,00 em um banco que remunera os depósitos de seus clientes a juros simples, a uma taxa de 1,5% ao mês. Após 8 meses, ele resgata todo o montante e o aplica totalmente em um outro banco, durante um ano, a juros compostos, a uma taxa de 5% ao semestre. No final da segunda aplicação, o valor do montante é de**

- a) R\$ 15.214,50
- b) R\$ 14.817,60
- c) R\$ 14.784,40
- d) R\$ 13.800,00
- e) R\$ 13.230,00

Solução:

O montante da primeira aplicação passara a ser o capital para a segunda aplicação.

Teremos, então:

$$M1 = 12.000 (1 + 0,015 \times 8)$$

$$M1 = 12.000 \times 1,12$$

$$M1 = R\$ 13.440,00$$

Para a segunda aplicação, agora a juros compostos, teremos o seguinte montante:

$$M2 = 13.440 (1 + 0,05)^2$$

$$M2 = 13.440 \times 1,1025$$

$$M2 = 14.817,60$$

Assim, a resposta correta é a letra “B”.

- 31) (INFRAERO/2009) Um título de valor nominal igual a R\$ 20.000,00 é descontado 3 meses antes de seu vencimento apresentando um valor atual de R\$ 18.800,00, segundo uma operação de desconto comercial simples. Um outro título de valor nominal igual a R\$ 25.000,00, descontado 2 meses antes de seu vencimento, com a mesma taxa mensal e operação de desconto do primeiro título, apresenta um desconto de valor igual a**

a) R\$ 1.500,00

d) R\$ 900,00

b) R\$ 1.200,00

e) R\$ 750,00

c) R\$ 1.000,00

Solução:

Como $D = N - V_a$, o valor do desconto comercial é de R\$ 1.200,00 ($R\$ 20.000,00 - R\$ 18.800,00$). Considerando a fórmula do desconto comercial, teremos:

$$1.200 = 20.000 \times i \times 3$$

$$60.000 i = 1.200$$

$$i = 1.200 / 60.000$$

$$i = 0,02, \text{ ou seja, } 2\% \text{ ao mês.}$$

Para o segundo título, tivemos o seguinte desconto:

$$D_c = N_{in}$$

$$D_c = 25.000 \times 0,02 \times 2$$

$$D_c = R\$ 1.000,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 32) (INFRAERO/2009) Um capital de valor igual a R\$ 10.000,00 é aplicado durante um ano apresentando, no final, um montante igual a R\$ 11.275,00. Se a taxa real de juros correspondente a esta aplicação foi de 10%, tem-se que a inflação no período considerado foi de**

a) 1,75%

d) 2,50%

b) 2,00%

e) 2,75%

c) 2,25%

Solução:

O montante com taxa de juros e mais taxa de inflação é obtido do seguinte modo:

$$M = C (1 + i)^n \times (1 + i_i), \text{ onde } i_i \text{ é a taxa de inflação.}$$

$$V_a = N (1 - in)$$

$$V_a = 43.260,00 (1 - 0,02 \times 5)$$

$$V_a = 43.260,00 \times 0,9$$

$$V_a = R\$ 38.934,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

- 35) (BB/2010) Um empréstimo no valor de R\$ 80.000,00 deverá ser pago por meio de 5 prestações mensais, iguais e consecutivas, vencendo a primeira um mês após a data da concessão do empréstimo. Sabe-se que foi utilizado o Sistema Francês de Amortização (Tabela Price) com uma taxa de juros compostos de 3% ao mês, encontrando-se R\$ 17.468,00 para o valor de cada prestação. Imediatamente após o pagamento da primeira prestação, se S representa o percentual do saldo devedor com relação ao valor do empréstimo, então**
- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) $81\% \leq S < 82\%$ | d) $78\% \leq S < 79\%$ |
| b) $80\% \leq S < 81\%$ | e) $77\% \leq S < 78\%$ |
| c) $79\% \leq S < 80\%$ | |

Solução:

O saldo devedor antes do pagamento da 1ª prestação é de R\$ 80.000,00. Aplicando sobre esse valor a taxa de juros de 3%, teremos que o valor dos juros inclusos na 1ª prestação é de R\$ R\$ 2.400,00.

Como Prestação = Amortização + Juros, então o valor da amortização da 1ª prestação é igual a R\$ 15.068,00 (R\$ 17.468,00 – R\$ 2.400,00).

Desta forma, o saldo devedor imediatamente após o pagamento da 1ª prestação é de R\$ 64.932,00 (R\$ 80.000,00 – R\$ 15.068,00).

Se R\$ 80.000,00 é 100% do saldo devedor, então R\$ 64.932,00 representa:

$$S = (64.932 / 80.000) \times 100 = 81,165\%$$

Assim, a resposta correta é a letra “A”.

- 36) (BB/2010) Uma máquina com vida útil de 3 anos é adquirida hoje (data 0) produzindo os respectivos retornos: R\$ 0,00 no final do primeiro ano, R\$ 51.480,00 no final do segundo ano e R\$ 62.208,00 no final do terceiro ano. O correspondente valor para a taxa interna de retorno encontrado foi de 20% ao ano. Então, o preço de aquisição da máquina na data 0 é de**
- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) R\$ 86.100,00. | d) R\$ 71.500,00. |
| b) R\$ 78.950,00. | e) R\$ 71.250,00. |
| c) R\$ 71.750,00. | |

Solução:

Por definição da Taxa Interna de Retorno, os valores das entradas de caixa na data zero devem ser iguais aos valores das saídas na data zero.

Desta forma:

$$V_a = 51.480,00 / (1 + 0,20)^2 + 62.208,00 / (1 + 0,20)^3$$

$$V_a = 51.480,00 / 1,44 + 62.208,00 / 1,728$$

$$V_a = 35.750,00 + 36.000,00$$

$$V_a = R\$ 71.750,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 37) (METRÔ – SP/2010) Um capital no valor de R\$ 15.000,00 é aplicado durante dois anos a uma taxa de juros compostos de 8% ao ano. Um outro capital é aplicado durante 16 meses a uma taxa de juros simples de 15% ao ano, apresentando um montante igual ao montante apresentado na primeira aplicação.**

A soma dos juros correspondentes às duas aplicações é igual a

- a) R\$ 5.832,00.
- b) R\$ 5.473,00.
- c) R\$ 5.534,00.
- d) R\$ 5.626,00.
- e) R\$ 5.412,00.

Solução:

O primeiro capital produz um montante de:

$$M = 15.000,00 (1 + 0,08)^2$$

$$M = 15.000,00 \times 1,1664$$

$$M = \text{R\$ } 17.496,00$$

Como $J = M - C$, então o $J_1 = \text{R\$ } 2.496,00$.

O montante do segundo capital é igual ao primeiro. Assim, podemos obter o segundo capital do seguinte modo:

$$M = C (1 + in)$$

$$17.496,00 = C (1 + 0,15 \times 16/12)$$

$$1,2 C = 17.496,00$$

$$C = 17.496,00 / 1,2$$

$$C = \text{R\$ } 14.580,00$$

Desta forma, o J_2 é igual a $\text{R\$ } 2.916,00 (17.496 - 14.580)$.

Então o juro total $= J_1 + J_2 = 2.496,00 + 2.916,00 = \text{R\$ } 5.412,00$

Assim, a resposta correta é a letra “E”.

- 38) (METRÔ – SP/2010) Numa mesma data, uma empresa desconta duas duplicatas da seguinte maneira:**

- **Primeira duplicata: valor nominal de R\$ 12.000,00, descontada 45 dias antes de seu vencimento, apresentando um valor atual igual a R\$ 11.460,00.**
- **Segunda duplicata: descontada 60 dias antes de seu vencimento, apresentando um desconto igual a R\$ 1.320,00, com a mesma taxa de desconto utilizada na primeira duplicata.**

Considerando, em ambos os casos, a operação de desconto bancário simples e a convenção do mês comercial, tem-se que a empresa recebeu na data dos descontos o valor total correspondente de

- a) R\$ 32.140,00.
- b) R\$ 32.200,00.
- c) R\$ 32.800,00.
- d) R\$ 32.600,00.
- e) R\$ 33.200,00.

Solução:

Trata-se de apurar a soma dos valores atuais relativa ao desconto de duas duplicatas.

Inicialmente devemos apurar a taxa de desconto utilizada no desconto da primeira duplicata:

$$Vac = N (1 - in)$$

$$11.460,00 = 12.000,00 (1 - i \times 1,5)$$

$$11.460,00 = 12.000,00 - 18.000,00 i$$

$$18.000,00 i = 540,00$$

$$i = 540,00 / 18.000,00$$

$$i = 0,03 \text{ ou seja, } 3\% \text{ ao mês.}$$

Agora, calculando o valor atual da segunda duplicata, considerando que $V_a = N - D_c$, teremos:

$$D_c = N_{in}$$

$$1.320 = N \times 0,03 \times 2$$

$$0,06N = 1.320,00$$

$$N = R\$ 22.000,00$$

Como o desconto foi de R\$ 1.320,00, então o V_a foi de R\$ 20.680,00 ($22.000 - 1.320$).

Assim, o valor recebido pela empresa foi de:

$$V_{a1} + V_{a2} = R\$ 11.460,00 + R\$ 20.680,00 = R\$ 32.140,00$$

Assim, a resposta correta é a letra "A".

- 39) (METRÔ – SP/2010) Um televisor é vendido pela Loja M pelo preço à vista de R\$ 6.420,00, sem desconto. Um comprador poderá adquirir este televisor através de 20 prestações mensais e consecutivas de valores iguais, com a primeira prestação sendo paga no ato da compra. O saldo devedor, isto é, o preço à vista menos o valor da primeira prestação, deverá ser liquidado segundo o sistema francês de amortização, a uma taxa de juros compostos de 3% ao mês. Considere que o fator de recuperação de capital (FRC) correspondente de 19 meses para a taxa de juros compostos de 3% ao mês é igual a 0,070. O valor de cada prestação é igual a**
- | | |
|----------------|----------------|
| a) R\$ 380,00. | d) R\$ 449,40. |
| b) R\$ 360,00. | e) R\$ 430,00. |
| c) R\$ 420,00. | |

Solução:

Trata-se de uma série de pagamentos com a primeira parcela de entrada.

$$V_a = P + P/FRC$$

$$6.420,00 = P + P/0,07$$

$$0,07 \times 6.420,00 = 0,07P + P$$

$$449,40 = 1,07P$$

$$P = R\$ 420,00$$

Assim, a resposta correta é a letra "C".

- 40) (METRÔ – SP/2010) Uma dívida no valor de R\$ 150.000,00 deverá ser liquidada pelo sistema de amortizações constantes (SAC) através de 60 prestações mensais e consecutivas, vencendo a primeira prestação um mês após a contração da dívida. Se o valor da 51ª prestação é igual a R\$ 3.200,00, então a taxa de juros mensal correspondente à liquidação desta dívida é de**
- | | |
|----------|----------|
| a) 1,4%. | d) 2,1%. |
| b) 2,8%. | e) 3,5%. |
| c) 2,4%. | |

Solução:

Como prestação é: $P = A + J$ e A neste caso é de R\$ 2.500,00 ($150.000 / 60$), então o juro incluso é de R\$ 700,00 ($3.200 - 2.500$).

O juro da 51ª prestação incide sobre o saldo devedor imediatamente após o pagamento da 50ª prestação, ou seja, após ter havido 50 amortizações.

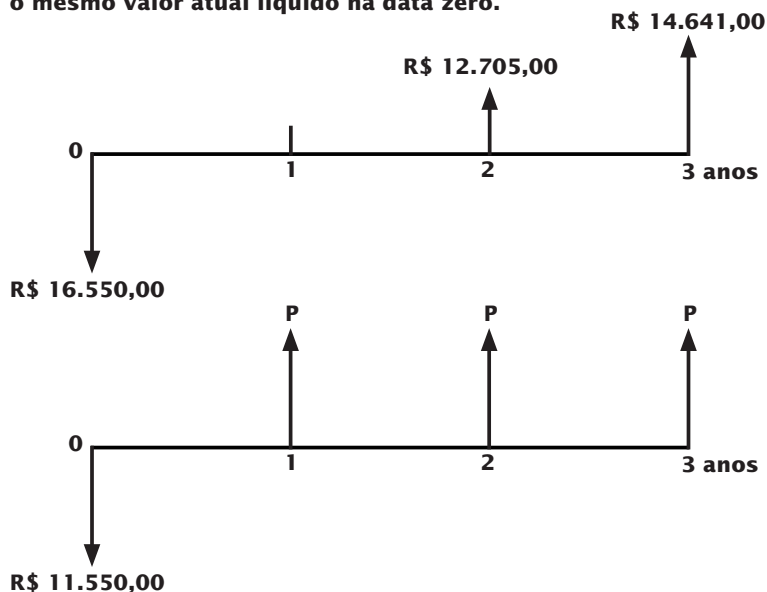
Como o valor de cada amortização é de R\$ 2.500,00, então o saldo devedor antes da 51ª prestação foi de R\$ 25.000,00 ($150.000 - 2.500 \times 50$).

Assim, a taxa será determinada do seguinte modo:

$$i = 700 / 25.000 = 0,028, \text{ isto é, } 2,8\% \text{ a.m..}$$

Assim, a resposta correta é a letra “B”.

- 41) (METRÔ – SP/2010) A uma taxa mínima de atratividade de 10% ao ano, os dois fluxos de caixa abaixo, referentes a dois projetos de investimento, apresentam o mesmo valor atual líquido na data zero.



O valor de P, correspondente ao segundo fluxo, é igual a

- R\$ 7.719,80.
- R\$ 7.986,00.
- R\$ 6.442,04.
- R\$ 6.655,00.
- R\$ 7.320,50.

Solução:

Embora o fluxo 2 apresente o valor de R\$ 11.550,00, o valor atual líquido dele é de R\$ 16.550,00, conforme determinado no enunciado. Assim, sendo o valor atual do segundo fluxo igual ao do primeiro, ou seja, de R\$ 16.550,00, teremos o seguinte valor para P:

$$Va = P/(1+0,1) + P/(1+0,1)^2 + P/(1+0,1)^3$$

$$16.550,00 = P/1,1 + P/1,21 + P/1,331$$

$$1,331 \times 16.550,00 = 1,21P + 1,1P + P$$

$$3,31P = 22.028,05$$

$$P = R\$ 6.655,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

- 42) (METRÔ – SP/2010) Um investidor aplica, no início de um ano, o capital de R\$ 25.000,00 e resgata, no final de dois anos, todo o montante de R\$ 27.170,00 resultante desta aplicação. A taxa de inflação do primeiro ano da aplicação foi de 4%.**

Verificando-se que, no final do período de aplicação, a taxa real de juros correspondente foi nula, tem-se que a taxa de inflação referente ao segundo ano foi de

- a) 4,75%.
b) 4,68%.
c) 4,50%.
d) 4,80%.
e) 5,00%.

Solução:

$$(1 + i)^2 = 27.170 / 25.000$$

$$(1 + i)^2 = 1,0868$$

Se dividirmos o valor de 1,0868 por 1,04 (correspondente a inflação do 1º ano), teremos como resposta o valor de 1,045, ou seja, a inflação do segundo período foi de 4,5%.

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 43) (BB/2011) Pretendendo fazer uma viagem à Europa, Mazza foi certo dia a uma Agência do Banco do Brasil comprar euros e dólares. Sabe-se que ela usou R\$ 6.132,00 para comprar € 2.800,00 e que, com R\$ 4.200,00 comprou US\$ 2.500,00. Com base nessas duas transações, é correto afirmar que, nesse dia, a cotação do euro em relação ao dólar, era de 1 para**

- a) 1,3036.
b) 1,3606.
c) 1,3844.
d) 1,4028.
e) 1,4204.

Solução:

Tomando por base o Real, a cotação de ambas as moedas estrangeiras era de:

$$6.132,00 / 2.800,00 = 2,19, \text{ isto é: o euro estava cotado a R\$ } 2,19.$$

$$4.200,00 / 2.500,00 = 1,68. \text{ O dólar estava cotado a R\$ } 1,68.$$

$$2,19 / 1,68 = 1,3036. \text{ Esta é a cotação do euro, tomando como referencia o dólar.}$$

Assim, a resposta correta é a letra “A”.

- 44) (BB/2011) Um capital foi aplicado a juros simples, à taxa anual de 36%. Para que seja possível resgatar-se o quádruplo da quantia aplicada, esse capital deverá ficar aplicado por um período mínimo de:**

- a) 7 anos, 6 meses e 8 dias.
b) 8 anos e 4 meses.
c) 8 anos, 10 meses e 3 dias.
d) 11 anos e 8 meses.
e) 11 anos, 1 mês e 10 dias.

Solução:

Utilizando a fórmula do montante, sabemos que o montante terá de ser 4 para um capital de 1:

$$4C = 1C (1 + 0,36 n)$$

$$4 = 1 + 0,36 n$$

$$0,36 n = 3$$

$$n = 3 / 0,36$$

$$n = 8,333333$$

$$n = 8 \text{ anos e } 4 \text{ meses.}$$

Assim, a resposta correta é a letra “B”.

- 45) (BB/2011) Uma duplicata foi descontada em R\$ 700,00, pelos 120 dias de antecipação. Se foi usada uma operação de desconto comercial simples, com a utilização de uma taxa anual de desconto de 20%, o valor atual do título era de:**

a) R\$ 7.600,00. d) R\$ 10.200,00.
b) R\$ 8.200,00. e) R\$ 10.500,00.
c) R\$ 9.800,00.

Solução:

O desconto comercial é calculado com utilização da fórmula:

$$D_c = N_{in}$$

$$700,00 = N \times 0,2 \times 120/360$$

$$N = 700,00 / (0,2 \times 120/360)$$

$$N = R\$ 10.500,00$$

Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- 46) (BB/2011) Saulo aplicou R\$ 45.000,00 em um fundo de investimento que rende 20% ao ano. Seu objetivo é usar o montante dessa aplicação para comprar uma casa que, na data da aplicação, custava R\$ 135.000,00 e se valoriza à taxa anual de 8%. Nessas condições, a partir da data da aplicação, quantos anos serão decorridos até que Saulo consiga comprar tal casa?**

a) 15. d) 9.
b) 12. e) 6.
c) 10.

Solução:

Perceba que os dois valores crescem. Um a uma taxa de 20% ao ano e o outro à taxa de 8% ao ano. Assim, temos que igualar os dois montantes:

$$45.000,00 (1 + 0,2)^n = 135.000,00 (1 + 0,08)^n$$

$$(1,2)^n / (1,08)^n = 135.000,00 / 45.000,00$$

$$(120)^n / (108)^n = 135.000 / 45.000$$

$$(120/108)^n = 3$$

$$(10/9)^n = 3$$

$$n \log 10/9 = \log 3$$

$$n (\log 10 - \log 9) = \log 3$$

$$n (1 - 2 \log 3) = \log 3$$

$$n (1 - 0,96) = 0,48$$

$$n \times 0,04 = 0,48$$

$$n = 0,48 / 0,04$$

$$n = 12 \text{ anos}$$

Assim, a resposta correta é a letra “B”.

- 47) (BB/2011) Certo mês, um comerciante promoveu uma liquidação em que todos os artigos de sua loja tiveram os preços rebaixados em 20%. Se, ao encerrar a liquidação o comerciante pretende voltar a vender os artigos pelos preços anteriores aos dela, então os preços oferecidos na liquidação devem ser aumentados em**

a) 18,5%. d) 25%.
b) 20%. e) 27,5%.
c) 22,5%.

Assim, a resposta correta é a letra “D”.

- Assim, a resposta correta é a letra “C”.

- Assim, a resposta correta é a letra “E”.

TABELAS

página deixada intencionalmente em branco

TABELA 1 – FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL $(1 + i)^n = a$

Nº	0,50%	1,00%	1,50%	2,00%	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	6,50%
1	1,005000	1,010000	1,015000	1,020000	1,025000	1,030000	1,035000	1,040000	1,045000	1,050000	1,055000	1,060000	1,065000
2	1,010025	1,020100	1,030225	1,040400	1,050625	1,060900	1,071225	1,081600	1,092025	1,102500	1,113025	1,123600	1,134225
3	1,015075	1,030301	1,045678	1,061208	1,076891	1,092727	1,108718	1,124864	1,141166	1,157625	1,174241	1,191016	1,207950
4	1,020151	1,040604	1,061364	1,082432	1,103813	1,125509	1,147523	1,169859	1,192519	1,215506	1,238825	1,262477	1,286466
5	1,025251	1,050104	1,077284	1,104081	1,131408	1,159274	1,187686	1,216653	1,246182	1,276282	1,306960	1,338226	1,370087
6	1,030378	1,061520	1,093443	1,126162	1,159693	1,194052	1,229255	1,265319	1,302260	1,340096	1,378843	1,418519	1,459142
7	1,035529	1,072135	1,109845	1,148686	1,188686	1,229874	1,272279	1,315932	1,360862	1,407100	1,454679	1,503630	1,553987
8	1,040707	1,082857	1,126493	1,171659	1,218609	1,267670	1,318609	1,371538	1,426101	1,477455	1,534687	1,593488	1,654996
9	1,045911	1,093685	1,143390	1,195093	1,248863	1,304773	1,362897	1,423312	1,486095	1,551328	1,619094	1,689479	1,762570
10	1,051140	1,104622	1,160541	1,218994	1,280085	1,343916	1,410599	1,480244	1,552969	1,628895	1,708144	1,790848	1,877137
11	1,056396	1,115668	1,177949	1,243374	1,312087	1,384234	1,459970	1,539454	1,622853	1,710339	1,802092	1,898299	1,999151
12	1,061678	1,126825	1,196181	1,268242	1,344889	1,425761	1,511069	1,601032	1,695881	1,795856	1,901207	2,012196	2,129096
13	1,066986	1,138093	1,213552	1,293607	1,378511	1,468534	1,563956	1,665074	1,772196	1,885649	2,005774	2,129288	2,257487
14	1,072321	1,149474	1,231756	1,319479	1,412974	1,512590	1,618695	1,731676	1,851945	1,979932	2,116091	2,260904	2,414874
15	1,077683	1,160969	1,250232	1,348668	1,448298	1,559767	1,673549	1,800944	1,932282	2,069928	2,224276	2,396558	2,571841
16	1,083071	1,172579	1,268986	1,372786	1,484506	1,604706	1,733986	1,872981	2,022370	2,182875	2,354523	2,539035	2,737901
17	1,088487	1,184304	1,288020	1,394021	1,512618	1,645284	1,794676	1,947900	2,113377	2,284802	2,464273	2,652773	2,917046
18	1,093929	1,196147	1,307341	1,428246	1,559659	1,702433	1,857489	2,025817	2,208479	2,406619	2,621466	2,854339	3,106584
19	1,099399	1,208109	1,326951	1,456811	1,598650	1,752501	1,922501	2,106849	2,307860	2,526950	2,765647	3,025600	3,308587
20	1,104896	1,220190	1,346855	1,485947	1,638616	1,806111	1,989789	2,191123	2,411714	2,653298	2,917757	3,207135	3,523645
21	1,110420	1,232392	1,367058	1,515666	1,679582	1,860295	2,059431	2,278768	2,520241	2,785963	3,078234	3,399564	3,752682
22	1,115972	1,244716	1,384590	1,545980	1,721571	1,916103	2,131512	2,369919	2,633652	2,925261	3,247537	3,603537	3,996606
23	1,121552	1,257153	1,408377	1,576899	1,764611	1,973587	2,206114	2,464716	2,752166	3,071524	3,426152	3,819750	4,256386
24	1,127160	1,269735	1,429503	1,608437	1,808726	2,032794	2,283328	2,563304	2,876014	3,225100	3,614590	4,048935	4,533051
25	1,132796	1,282432	1,450945	1,640606	1,853944	2,093778	2,363245	2,665836	3,005434	3,386355	3,813392	4,291871	4,827699
26	1,138460	1,295256	1,472710	1,673418	1,900293	2,156591	2,445959	2,772470	3,140679	3,556733	4,023129	4,549383	5,141500
27	1,144152	1,308209	1,494800	1,706886	1,947800	2,221289	2,531567	2,883369	3,282010	3,734566	4,244401	4,822346	5,475697
28	1,149873	1,321291	1,517222	1,741024	1,996495	2,287928	2,620172	2,998703	3,392700	3,920129	4,477843	5,111687	5,831617
29	1,155622	1,334504	1,539981	1,775845	2,046407	2,356566	2,711878	3,118651	3,584036	4,116136	4,724124	5,418388	6,210672
30	1,161400	1,347849	1,563080	1,811362	2,097568	2,427262	2,806794	3,243398	3,745318	4,321942	4,983951	5,743491	6,614366
31	1,167207	1,361327	1,586526	1,847589	2,150007	2,500080	2,905031	3,373133	3,913857	4,538039	5,258959	6,088101	7,044300
32	1,173043	1,374941	1,610324	1,884541	2,203757	2,575083	3,006708	3,508059	4,099881	4,764941	5,547262	6,453387	7,502179
33	1,178908	1,388690	1,634479	1,922231	2,258851	2,652335	3,111942	3,648381	4,274030	5,003189	5,852362	6,840590	7,989821
34	1,184803	1,402577	1,658996	1,960676	2,315322	2,731905	3,220860	3,794316	4,466362	5,253348	6,174242	7,251025	8,509159
35	1,190727	1,416603	1,683881	1,999890	2,373205	2,813862	3,335590	3,946089	4,667348	5,516015	6,513825	7,686087	9,062235
36	1,196681	1,430769	1,709140	2,039887	2,432535	2,869278	3,450266	4,103933	4,877378	5,791816	6,872085	8,147252	9,621301
37	1,202664	1,445076	1,734777	2,080685	2,493349	2,985227	3,571025	4,268090	5,096860	6,081407	7,250050	8,636087	10,278636
38	1,208677	1,459527	1,760798	2,122299	2,556582	3,074783	3,696011	4,438813	5,326219	6,385477	7,648803	9,145252	10,947647
39	1,214721	1,474123	1,786174	2,164745	2,619574	3,167027	3,825372	4,616366	5,565899	6,704751	8,069487	9,703507	11,658286
40	1,220794	1,488864	1,810118	2,208040	2,685064	3,262038	3,959260	4,801021	5,816365	7,039989	8,513309	10,285718	12,416075
41	1,226898	1,503752	1,841229	2,252200	2,752190	3,359899	4,097834	4,993061	6,078101	7,391988	8,981541	10,902861	13,233119
42	1,232933	1,518790	1,868847	2,297244	2,820955	3,460696	4,241258	5,192784	6,351615	7,761588	9,475525	11,557033	14,086292
43	1,239198	1,533978	1,896880	2,343189	2,891520	3,564517	4,389702	5,400495	6,637438	8,149667	9,996679	12,250495	14,979993
44	1,245594	1,549318	1,925333	2,390053	2,963808	3,671452	4,543342	5,616515	6,962123	8,557150	10,546497	12,985482	15,972862
45	1,251621	1,564811	1,954213	2,437854	3,037903	3,781596	4,640339	5,841176	7,248248	8,985008	11,126554	13,764611	17,011098
46	1,257879	1,580459	1,983526	2,486611	3,113851	3,895044	4,866941	6,074823	7,574420	9,434258	11,738515	14,590487	18,116820
47	1,264168	1,596263	2,013279	2,536344	3,191697	4,011895	5,037284	6,317816	7,915268	9,905971	12,384133	15,465917	19,294413
48	1,270489	1,612226	2,043478	2,587070	3,271490	4,132252	5,213589	6,570528	8,271456	10,401270	13,065260	16,393872	20,548550
49	1,276842	1,628348	2,074130	2,638812	3,353277	4,256219	5,396065	6,833349	8,643671	10,921333	13,783849	17,377504	21,894205
50	1,283226	1,644632	2,105242	2,691588	3,437109	4,383906	5,584927	7,106683	9,032636	11,467400	14,541961	18,420154	23,306679
51	1,289642	1,661078	2,136821	2,745420	3,523036	4,515423	5,780399	7,390951	9,439105	12,040770	15,341769	19,525364	24,821613

TABELA 1 – FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL $(1 + i)^n = a$

N ^o	7,00%	7,50%	8,00%	9,00%	10,00%	11,00%	12%	13,00%	15,00%	16%	17%	18%	20%
1	1,070000	1,075000	1,080000	1,090000	1,100000	1,110000	1,120000	1,130000	1,150000	1,160000	1,170000	1,180000	1,200000
2	1,144900	1,155625	1,166400	1,188100	1,210000	1,232100	1,254400	1,276900	1,322500	1,345600	1,368900	1,392400	1,440000
3	1,225043	1,242927	1,259712	1,295029	1,331000	1,367631	1,404928	1,442897	1,520888	1,560900	1,601610	1,643030	1,728000
4	1,310796	1,335469	1,360489	1,411582	1,464100	1,518070	1,573519	1,630474	1,749011	1,810640	1,873890	1,938780	2,073600
5	1,402552	1,435629	1,469328	1,538624	1,610510	1,685058	1,762342	1,842435	2,011336	2,100334	2,192445	2,287776	2,488320
6	1,500730	1,543302	1,586874	1,677100	1,771561	1,870415	1,973823	2,081952	2,313006	2,436400	2,565616	2,699598	3,058318
7	1,605781	1,659049	1,713824	1,828039	1,948717	2,076160	2,210681	2,352605	2,660022	2,826622	3,001224	3,185477	3,683188
8	1,718186	1,783478	1,850390	1,992563	2,143589	2,304638	2,475963	2,658444	3,059022	3,278741	3,511445	3,758886	4,429982
9	1,838459	1,917239	1,999005	2,171893	2,357948	2,556037	2,773079	3,004042	3,517888	3,802964	4,108400	4,435445	5,197578
10	1,967151	2,061032	2,158925	2,367364	2,593742	2,839421	3,105488	3,394567	4,045560	4,411444	4,806863	5,233384	6,191744
11	2,104852	2,215609	2,331639	2,580426	2,853117	3,151757	3,478550	3,835861	4,652339	5,117266	5,623999	6,175993	7,430008
12	2,252192	2,381780	2,518170	2,821265	3,198451	3,609596	4,063976	4,573455	5,502025	5,966003	6,480007	7,087559	8,616100
13	2,409845	2,562444	2,719624	3,065805	3,452271	3,883280	4,363493	4,898011	6,152799	6,885799	7,698688	8,599336	10,699332
14	2,578634	2,756244	2,937194	3,341727	3,797498	4,310441	4,887112	5,534753	7,075711	7,987520	9,007445	10,147240	12,839188
15	2,759032	2,968877	3,172169	3,642482	4,177248	4,784589	5,473566	6,254270	8,137060	9,265552	10,538720	11,973735	15,407020
16	2,952164	3,180793	3,425943	4,009823	4,594973	5,310894	6,130394	7,067326	9,357620	10,748000	12,303070	14,129002	18,488430
17	3,158815	3,419353	3,700018	4,327633	5,054470	5,895093	6,866041	7,986078	10,761260	12,467680	14,426460	16,672250	22,186111
18	3,379932	3,675804	3,996019	4,711120	5,559917	6,543553	7,689966	9,024268	12,375450	14,462510	16,787895	19,672250	26,623333
19	3,616528	3,951489	4,315701	5,141661	6,115909	7,263344	8,612762	10,197423	14,231777	16,776552	19,748838	23,214440	31,948000
20	3,869684	4,247851	4,660957	5,604411	6,727500	8,062312	9,646293	11,523088	16,366540	19,460760	23,105600	27,393030	38,337600
21	4,140562	4,566440	5,033834	6,108800	7,400250	8,949166	10,803848	13,021089	18,821520	22,574480	27,033550	32,323780	46,005120
22	4,430402	4,908923	5,436540	6,558600	8,140275	9,933574	12,100310	14,713831	21,647450	26,186400	31,629250	38,142060	55,206140
23	4,740530	5,277092	5,871464	7,057874	8,954302	11,026267	13,552347	16,626629	24,891460	30,376220	37,006230	45,007630	66,247370
24	5,072367	5,672874	6,341181	7,911083	9,849733	12,239157	15,178629	18,788091	28,625180	35,236420	43,297290	53,109010	79,496885
25	5,427433	6,098340	6,848475	8,623081	10,834706	13,585464	17,000064	21,230542	32,918950	40,874240	50,657830	62,668630	95,396220
26	5,807353	6,555715	7,396353	9,399158	11,918177	15,079865	19,040072	23,990513	37,856800	47,414120	59,269660	73,948980	114,475460
27	6,213868	7,047394	7,988061	10,245082	13,109994	16,738650	21,324881	27,109279	43,535310	55,000380	69,345500	87,259880	137,370550
28	6,648838	7,575948	8,627106	11,167140	14,420994	18,579901	23,883866	30,633486	50,065610	63,800440	81,134230	102,966560	164,844660
29	7,114257	8,144144	9,317275	12,172182	15,863002	20,623691	26,749930	34,615839	57,575450	74,008510	94,927050	121,500540	197,813590
30	7,612255	8,745455	10,062657	13,267678	17,449402	22,892297	29,959922	39,115898	66,211770	85,849880	111,064650	143,370640	237,376310
31	8,145113	9,411577	10,867669	14,461770	19,194342	25,410449	33,555113	44,200965	76,143540	99,585860	129,945640	169,177350	284,851580
32	8,715271	10,117445	11,737083	15,763329	21,113777	28,205599	37,581726	49,947090	87,565070	115,519590	152,036400	199,629280	341,821890
33	9,325340	10,876253	12,676050	17,182028	23,225154	31,308214	42,091533	56,440212	100,699830	134,002730	177,882590	235,562550	410,186270
34	9,978114	11,691972	13,690134	18,728411	25,547670	34,752118	47,142517	63,777439	115,804880	155,443170	208,122630	277,993810	492,223520
35	10,676581	12,568870	14,753344	20,413968	28,102437	38,574851	52,799620	72,068506	133,175520	180,314070	243,503470	327,997290	590,668230
36	11,423942	13,511536	15,968172	22,251225	30,912681	42,818085	59,135574	81,437412	153,151850	209,164320	284,899060	387,036800	708,801870
37	12,223618	14,524901	17,245626	24,253835	34,003949	47,528074	66,231843	92,024272	176,124630	242,036620	335,331910	456,700340	850,562250
38	13,079271	15,614268	18,625672	26,436680	37,404343	52,756162	74,179664	103,987432	216,243320	281,451510	389,998330	538,910040	1020,674700
39	13,994820	16,785339	20,115298	28,815982	41,144778	58,559340	83,081224	117,505798	232,924820	306,483760	415,298050	565,913850	1224,809640
40	14,974458	18,044239	21,745251	31,409420	45,259256	65,000867	93,781552	132,781552	267,863550	378,721116	513,868710	700,378340	1469,771570
41	16,022670	19,397557	23,462483	34,236268	49,785181	72,150963	104,217087	150,043153	304,043080	439,316540	624,626390	885,446460	1763,725880
42	17,144257	20,852374	25,339482	37,317532	54,763699	80,087569	116,723137	169,548763	354,249540	509,607190	730,812880	1044,826810	2116,471060
43	18,344355	22,416302	27,366640	40,676110	60,240069	88,897201	130,729914	211,590103	407,386970	591,144340	855,051070	1232,895630	2539,765270
44	19,628460	24,097524	29,555972	44,336960	66,264076	98,675893	146,417503	216,496816	468,495020	685,727440	1000,409750	1454,816850	3047,718320
45	21,002452	25,904839	31,920449	48,327286	72,890484	109,530242	163,987604	244,641402	538,769270	795,443830	1170,479410	1716,683880	3657,261990
46	22,474702	27,847085	34,740850	52,676742	80,799532	121,578568	183,666116	276,444784	619,584660	922,714840	1369,460910	2025,686980	4388,714390
47	24,045707	29,936279	37,232012	57,417649	88,197485	134,952211	205,706050	312,382606	712,522360	1070,349210	1602,269270	2390,310630	5266,457260
48	25,728990	32,181500	40,210573	62,588237	97,017234	149,796954	230,390776	352,992345	819,400771	1240,605090	1874,655040	2820,266650	6319,748720
49	27,529930	34,595113	43,427419	68,217908	106,178957	166,274619	258,037669	398,881350	942,310820	1440,261900	2193,345640	3328,268630	7583,698460
50	29,457025	37,189746	46,901613	74,357520	117,390853	184,564827	289,002190	450,735925	1083,657440	1670,703800	2566,215280	3927,356860	9100,438150
51	31,519017	39,978977	50,653742	81,049697	129,129938	204,866958	323,682453	509,331955	1246,206060	1938,016410	3002,471880	4634,281090	10920,525780

TABELA 1 – FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL (1 + i)ⁿ = a

21%	24%	25%	30%
1,21000	1,24000	1,25000	1,300
1,46410	1,53760	1,56250	1,690
1,77156	1,90662	1,95313	2,197
2,14359	2,36421	2,44141	2,896
2,59374	2,93163	3,05176	3,713
3,13843	3,63522	3,81470	4,827
3,79750	4,50767	4,76837	6,275
4,59497	5,58951	5,96046	8,157
5,55992	6,93099	7,45058	10,604
6,72750	8,59443	9,31323	13,786
8,14027	10,65709	11,64153	17,922
9,84973	13,21479	14,55192	23,298
11,91818	16,38634	18,18989	30,288
14,42099	20,31906	22,73737	39,374
17,44940	25,19563	28,42171	51,186
21,11378	31,24259	35,52714	66,542
25,54767	38,74081	44,40892	86,504
30,91268	48,03860	55,51115	112,455
37,40434	59,56786	69,38894	146,192
45,25926	73,86415	86,73617	190,050
54,76370	91,59155	108,42022	247,065
66,26408	113,57352	135,52527	321,184
80,17953	140,83116	169,40659	417,539
97,01723	174,63064	211,75824	542,801
117,39085	216,54199	264,69780	705,641
142,04293	268,51207	330,87225	917,333
171,87195	332,95497	413,59031	1192,533
207,96506	412,86416	516,98788	1350,293
251,63772	511,95156	646,23485	2015,381
304,48164	634,81993	807,79357	2619,996
368,42278	787,17672	1009,74196	3405,994
445,79157	976,09913	1262,17745	4427,793
539,40780	1210,36292	1577,72181	5756,130
652,68344	1500,85002	1972,15226	7482,970
789,74696	1861,05403	2465,19033	9727,860
955,59382	2307,70699	3081,48791	12646,219
1156,26852	2861,55667	3851,85989	16440,084
1399,08491	3548,33027	4814,82486	21372,109
1692,89274	4399,92954	6018,53108	27783,742
2048,40021	5455,91262	7523,16385	36118,865
2478,56426	6765,33165	9403,95481	46954,524
2999,06275	8389,01125	11754,94351	61040,882
3628,86593	10402,37395	14693,67939	79353,146
4390,92778	12898,94370	18367,09923	103159,090
5313,02261	15994,69019	22958,87404	134106,817
6428,75736	19833,41583	28698,59255	174338,862
7778,79641	24593,43563	35873,24069	226640,520
9412,34365	30495,86018	44841,55086	294632,676
11388,93582	37814,86662	56051,93857	383022,479
13780,61234	46890,43461	70064,92322	497929,223
16674,54093	58144,13892	87581,15402	647307,990

TABELA 2 – VALOR ATUAL EM SÉRIE DE PAGAMENTOS $\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n} \rightarrow an - i$

n\i	0.50%	1.00%	1.50%	2.00%	2.50%	3.00%	3.50%	4.00%	4.50%	5.00%	5.50%	6.00%	6.50%
1	0,995025	0,990099	0,985222	0,980392	0,975610	0,970874	0,966184	0,961538	0,956938	0,952381	0,947867	0,943396	0,938967
2	1,995025	1,990099	1,985222	1,980392	1,975610	1,970874	1,966184	1,961538	1,956938	1,952381	1,947867	1,943396	1,938967
3	2,990048	2,980248	2,970448	2,960648	2,950848	2,941048	2,931248	2,921448	2,911648	2,901848	2,892048	2,882248	2,872448
4	3,970248	3,960448	3,950648	3,940848	3,931048	3,921248	3,911448	3,901648	3,891848	3,882048	3,872248	3,862448	3,852648
5	4,950448	4,940648	4,930848	4,921048	4,911248	4,901448	4,891648	4,881848	4,872048	4,862248	4,852448	4,842648	4,832848
6	5,930648	5,920848	5,911048	5,901248	5,891448	5,881648	5,871848	5,862048	5,852248	5,842448	5,832648	5,822848	5,813048
7	6,910848	6,901048	6,891248	6,881448	6,871648	6,861848	6,852048	6,842248	6,832448	6,822648	6,812848	6,803048	6,793248
8	7,891048	7,881248	7,871448	7,861648	7,851848	7,842048	7,832248	7,822448	7,812648	7,802848	7,793048	7,783248	7,773448
9	8,871248	8,861448	8,851648	8,841848	8,832048	8,822248	8,812448	8,802648	8,792848	8,783048	8,773248	8,763448	8,753648
10	9,851448	9,841648	9,831848	9,822048	9,812248	9,802448	9,792648	9,782848	9,773048	9,763248	9,753448	9,743648	9,733848
11	10,831648	10,821848	10,812048	10,802248	10,792448	10,782648	10,772848	10,763048	10,753248	10,743448	10,733648	10,723848	10,714048
12	11,811848	11,802048	11,792248	11,782448	11,772648	11,762848	11,753048	11,743248	11,733448	11,723648	11,713848	11,704048	11,694248
13	12,792048	12,782248	12,772448	12,762648	12,752848	12,743048	12,733248	12,723448	12,713648	12,703848	12,694048	12,684248	12,674448
14	13,772248	13,762448	13,752648	13,742848	13,733048	13,723248	13,713448	13,703648	13,693848	13,684048	13,674248	13,664448	13,654648
15	14,752448	14,742648	14,732848	14,723048	14,713248	14,703448	14,693648	14,683848	14,674048	14,664248	14,654448	14,644648	14,634848
16	15,732648	15,722848	15,713048	15,703248	15,693448	15,683648	15,673848	15,664048	15,654248	15,644448	15,634648	15,624848	15,615048
17	16,712848	16,703048	16,693248	16,683448	16,673648	16,663848	16,654048	16,644248	16,634448	16,624648	16,614848	16,605048	16,595248
18	17,693048	17,683248	17,673448	17,663648	17,653848	17,644048	17,634248	17,624448	17,614648	17,604848	17,595048	17,585248	17,575448
19	18,673248	18,663448	18,653648	18,643848	18,634048	18,624248	18,614448	18,604648	18,594848	18,585048	18,575248	18,565448	18,555648
20	19,653448	19,643648	19,633848	19,624048	19,614248	19,604448	19,594648	19,584848	19,575048	19,565248	19,555448	19,545648	19,535848
21	20,633648	20,623848	20,614048	20,604248	20,594448	20,584648	20,574848	20,565048	20,555248	20,545448	20,535648	20,525848	20,516048
22	21,613848	21,604048	21,594248	21,584448	21,574648	21,564848	21,555048	21,545248	21,535448	21,525648	21,515848	21,506048	21,496248
23	22,594048	22,584248	22,574448	22,564648	22,554848	22,545048	22,535248	22,525448	22,515648	22,505848	22,496048	22,486248	22,476448
24	23,574248	23,564448	23,554648	23,544848	23,535048	23,525248	23,515448	23,505648	23,495848	23,486048	23,476248	23,466448	23,456648
25	24,554448	24,544648	24,534848	24,525048	24,515248	24,505448	24,495648	24,485848	24,476048	24,466248	24,456448	24,446648	24,436848
26	25,534648	25,524848	25,515048	25,505248	25,495448	25,485648	25,475848	25,466048	25,456248	25,446448	25,436648	25,426848	25,417048
27	26,514848	26,505048	26,495248	26,485448	26,475648	26,465848	26,456048	26,446248	26,436448	26,426648	26,416848	26,407048	26,397248
28	27,495048	27,485248	27,475448	27,465648	27,455848	27,446048	27,436248	27,426448	27,416648	27,406848	27,397048	27,387248	27,377448
29	28,475248	28,465448	28,455648	28,445848	28,436048	28,426248	28,416448	28,406648	28,396848	28,387048	28,377248	28,367448	28,357648
30	29,455448	29,445648	29,435848	29,426048	29,416248	29,406448	29,396648	29,386848	29,377048	29,367248	29,357448	29,347648	29,337848
31	30,435648	30,425848	30,416048	30,406248	30,396448	30,386648	30,376848	30,367048	30,357248	30,347448	30,337648	30,327848	30,318048
32	31,415848	31,406048	31,396248	31,386448	31,376648	31,366848	31,357048	31,347248	31,337448	31,327648	31,317848	31,308048	31,298248
33	32,396048	32,386248	32,376448	32,366648	32,356848	32,347048	32,337248	32,327448	32,317648	32,307848	32,298048	32,288248	32,278448
34	33,376248	33,366448	33,356648	33,346848	33,337048	33,327248	33,317448	33,307648	33,297848	33,288048	33,278248	33,268448	33,258648
35	34,356448	34,346648	34,336848	34,327048	34,317248	34,307448	34,297648	34,287848	34,278048	34,268248	34,258448	34,248648	34,238848
36	35,336648	35,326848	35,317048	35,307248	35,297448	35,287648	35,277848	35,268048	35,258248	35,248448	35,238648	35,228848	35,219048
37	36,316848	36,307048	36,297248	36,287448	36,277648	36,267848	36,258048	36,248248	36,238448	36,228648	36,218848	36,209048	36,199248
38	37,297048	37,287248	37,277448	37,267648	37,257848	37,248048	37,238248	37,228448	37,218648	37,208848	37,199048	37,189248	37,179448
39	38,277248	38,267448	38,257648	38,247848	38,238048	38,228248	38,218448	38,208648	38,198848	38,189048	38,179248	38,169448	38,159648
40	39,257448	39,247648	39,237848	39,228048	39,218248	39,208448	39,198648	39,188848	39,179048	39,169248	39,159448	39,149648	39,139848
41	40,237648	40,227848	40,218048	40,208248	40,198448	40,188648	40,178848	40,169048	40,159248	40,149448	40,139648	40,129848	40,120048
42	41,217848	41,208048	41,198248	41,188448	41,178648	41,168848	41,159048	41,149248	41,139448	41,129648	41,119848	41,110048	41,100248
43	42,198048	42,188248	42,178448	42,168648	42,158848	42,149048	42,139248	42,129448	42,119648	42,109848	42,099948	42,090148	42,080348
44	43,178248	43,168448	43,158648	43,148848	43,139048	43,129248	43,119448	43,109648	43,099848	43,089948	43,080148	43,070348	43,060548
45	44,158448	44,148648	44,138848	44,129048	44,119248	44,109448	44,099648	44,089848	44,079948	44,070148	44,060348	44,050548	44,040748
46	45,138648	45,128848	45,119048	45,109248	45,099448	45,089648	45,079848	45,069948	45,060148	45,050348	45,040548	45,030748	45,020948
47	46,118848	46,109048	46,099248	46,089448	46,079648	46,069848	46,059948	46,050148	46,040348	46,030548	46,020748	46,010948	45,991148
48	47,099048	47,089248	47,079448	47,069648	47,059848	47,049948	47,040148	47,030348	47,020548	47,010748	46,999948	46,990148	46,980348
49	48,079248	48,069448	48,059648	48,049848	48,039948	48,030148	48,020348	48,010548	47,999948	47,990148	47,980348	47,970548	47,960748
50	49,059448	49,049648	49,039848	49,029948	49,020148	49,010348	48,999948	48,990148	48,980348	48,970548	48,960748	48,950948	48,941148
51	50,039648	50,029848	50,019948	50,010148	50,000348	49,990548	49,980748	49,970948	49,961148	49,951348	49,941548	49,931748	49,921948

TABELA 2 – VALOR ATUAL EM SÉRIE DE PAGAMENTOS $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \Leftrightarrow an - i$

7.00%	7.50%	8.00%	9.00%	10.00%	11.00%	12%	13.00%	15.00%	16%	17%	18%	20%
0.934579	0.930233	0.925926	0.917431	0.909091	0.900901	0.892857	0.884956	0.86957	0.86207	0.85470	0.84746	0.83333
1.808018	1.783265	1.759111	1.735537	1.712523	1.690051	1.668102	1.646102	1.62571	1.60523	1.58521	1.56564	1.52778
2.624316	2.600526	2.577097	2.5531295	2.486852	2.443153	2.401831	2.361153	2.28323	2.24589	2.20958	2.17427	2.10648
3.387211	3.349326	3.312127	3.239720	3.169865	3.102446	3.037349	2.974471	2.85498	2.79818	2.74324	2.69006	2.58873
4.100197	4.045885	3.992710	3.889651	3.790787	3.695897	3.604776	3.517231	3.35216	3.27429	3.19935	3.12717	2.99061
4.766540	4.693846	4.622880	4.485919	4.35261	4.230538	4.111407	3.997550	3.78448	3.68474	3.58918	3.49760	3.32591
5.389289	5.296630	5.206379	5.032953	4.868419	4.712196	4.563757	4.422610	4.16042	4.03857	3.92238	3.81153	3.60459
5.971299	5.857304	5.746395	5.534819	5.334926	5.146123	4.967640	4.798770	4.48732	4.34359	4.20716	4.07757	3.83716
6.515232	6.364688	6.216688	5.995247	5.7759024	5.537048	5.328250	5.131655	4.77158	4.60654	4.45057	4.30302	4.03097
7.023582	6.864081	6.710681	6.417658	6.145627	5.899223	5.650223	5.426243	5.01877	4.83323	4.65860	4.49409	4.19247
7.498674	7.315424	7.138964	6.805191	6.495061	6.206515	5.937699	5.686941	5.23371	5.02864	4.83641	4.65601	4.32706
7.942686	7.753278	7.536078	7.160725	6.813692	6.492356	6.194374	5.917647	5.42062	5.19711	4.98839	4.79222	4.43922
8.357351	8.125840	7.903776	7.486974	7.103356	6.749870	6.423548	6.121812	5.58315	5.34233	5.11828	4.90951	4.53268
8.745468	8.489154	8.244237	7.786150	7.366687	6.981865	6.628168	6.302488	5.72448	5.46753	5.22930	5.00806	4.61057
9.107914	8.825947	8.559479	8.060688	7.606080	7.190870	6.810864	6.462379	5.84737	5.57546	5.32419	5.09158	4.67547
9.446649	9.141507	8.851369	8.312558	7.823709	7.379162	6.973986	6.603875	5.95423	5.66850	5.40529	5.16235	4.72956
9.763223	9.433960	9.121638	8.543631	7.984794	7.119630	6.719630	6.329093	6.04716	5.74870	5.47461	5.22233	4.77463
10.059087	9.706009	9.371887	8.755625	8.201412	7.701617	7.249670	6.839905	6.12797	5.81785	5.53385	5.27316	4.81219
10.335595	9.990078	9.603959	8.950115	8.364920	7.839294	7.365777	6.937969	6.19823	5.87746	5.58449	5.31624	4.84350
10.594041	10.194491	9.818147	9.128546	8.513564	7.963328	7.469444	7.024752	6.25933	5.92884	5.62777	5.35275	4.86998
10.833527	10.413480	10.016803	9.292244	8.648694	8.075070	7.562003	7.101550	6.31246	5.97314	5.66476	5.38368	4.89132
11.061240	10.617191	10.200744	9.442425	8.771540	8.175739	7.644646	7.169513	6.35866	6.01133	5.69637	5.40990	4.90943
11.272187	10.806689	10.371059	9.580207	8.883218	8.266432	7.718434	7.229658	6.39884	6.04425	5.72340	5.43212	4.92453
11.469334	10.982967	10.528758	9.706612	8.984744	8.348137	7.784316	7.282883	6.43377	6.07263	5.74649	5.45095	4.93710
11.653583	11.146946	10.674776	9.822580	9.077040	8.421745	7.843139	7.329985	6.46415	6.09709	5.76623	5.46691	4.94759
11.825779	11.299485	10.809978	9.928972	9.160945	8.485058	7.895660	7.371668	6.49056	6.11818	5.78311	5.48043	4.96632
11.986709	11.441381	10.935165	10.026580	9.237223	8.547800	7.942554	7.408556	6.51353	6.13636	5.79753	5.49189	4.96360
12.137111	11.573378	11.051078	10.116128	9.305657	8.601622	7.984423	7.441200	6.53351	6.15204	5.80985	5.50160	4.96967
12.277674	11.696165	11.158406	10.198283	9.369606	8.650112	8.021806	7.470088	6.55088	6.16555	5.82039	5.50983	4.97472
12.409041	11.810386	11.257783	10.273654	9.426914	8.693793	8.055184	7.495653	6.56598	6.17720	5.82939	5.51681	4.97894
12.531814	11.916638	11.349799	10.342802	9.479013	8.733146	8.084986	7.518277	6.57911	6.18724	5.83709	5.52272	4.98245
12.646555	12.015478	11.434999	10.406240	9.526376	8.768600	8.111594	7.538239	6.59053	6.19590	5.84366	5.52773	4.98537
12.753790	12.107421	11.513888	10.464441	9.569432	8.800541	8.133352	7.556016	6.60046	6.20336	5.84928	5.53197	4.98781
12.854009	12.192590	11.578335	10.517835	9.598575	8.829316	8.156564	7.571696	6.60910	6.20979	5.85409	5.53557	4.98984
12.947672	12.277612	11.654568	10.566821	9.644159	8.855240	8.175504	7.585572	6.61661	6.21534	5.85820	5.53862	4.99154
13.035208	12.346522	11.717193	10.61763	9.676508	8.878594	8.192414	7.597851	6.62314	6.22012	5.86171	5.54120	4.99295
13.117017	12.415370	11.775179	10.659293	9.705917	8.89635	8.207513	7.608718	6.62881	6.22424	5.86471	5.54339	4.99412
13.193473	12.479414	11.828869	10.690820	9.732651	8.918590	8.220993	7.618334	6.63375	6.22779	5.86727	5.54525	4.99510
13.264928	12.538989	11.878582	10.725523	9.756956	8.935666	8.233030	7.626844	6.63805	6.23086	5.86946	5.54682	4.99592
13.331709	12.594409	11.924613	10.757360	9.779051	8.951051	8.243777	7.634376	6.64178	6.23350	5.87133	5.54815	4.99660
13.394120	12.646962	11.967235	10.786569	9.799137	8.964911	8.253372	7.641040	6.64502	6.23577	5.87294	5.54928	4.99717
13.452449	12.693918	12.006699	10.813366	9.817397	8.977397	8.261939	7.646938	6.64785	6.23774	5.87430	5.55024	4.99764
13.506962	12.738528	12.043240	10.837950	9.833998	8.988646	8.269589	7.652158	6.65030	6.23943	5.87547	5.55105	4.99803
13.557908	12.780026	12.077074	10.860505	9.849089	8.998780	8.276418	7.656777	6.65244	6.24089	5.87647	5.55174	4.99836
13.605522	12.819402	12.108402	10.880197	9.862808	9.007910	8.282516	7.660864	6.65429	6.24214	5.87733	5.55232	4.99863
13.650020	12.854539	12.137409	10.900181	9.875280	9.016135	8.287961	7.664482	6.65591	6.24323	5.87806	5.55281	4.99886
13.691608	12.887943	12.164267	10.917597	9.886618	9.023545	8.292822	7.667683	6.65731	6.24416	5.87868	5.55323	4.99905
13.730474	12.919917	12.189136	10.933575	9.896926	9.030221	8.297163	7.670516	6.65853	6.24497	5.87922	5.55359	4.99921
13.766792	12.947922	12.212163	10.948234	9.906296	9.036235	8.301038	7.673023	6.65959	6.24566	5.87967	5.55389	4.99945
13.800746	12.974812	12.233485	10.961683	9.914814	9.041653	8.304498	7.675242	6.66051	6.24626	5.88006	5.55414	4.99945
13.832473	12.999825	12.253227	10.974021	9.922559	9.046534	8.307588	7.677205	6.66132	6.24678	5.88039	5.55436	4.99954

TABELA 2 – VALOR ATUAL EM SÉRIE DE PAGAMENTOS $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \cdot an - j$

21%	24%	25%	30%
0,82645	0,80645	0,80000	0,769
1,50946	1,45682	1,44000	1,361
2,07393	1,98130	1,95200	1,816
2,54044	2,40428	2,36160	2,166
2,92598	2,74538	2,68928	2,436
3,24462	3,02047	2,95142	2,643
3,50795	3,24232	3,16114	2,802
3,72558	3,42122	3,32891	2,925
3,90543	3,56550	3,46313	3,019
4,05408	3,68186	3,57050	3,092
4,17692	3,77569	3,65640	3,147
4,27845	3,85136	3,72512	3,190
4,36235	3,91239	3,78010	3,223
4,43170	3,96160	3,82408	3,249
4,48901	4,00129	3,85926	3,268
4,53637	4,03330	3,88741	3,283
4,57551	4,05911	3,90993	3,295
4,60786	4,07993	3,92794	3,304
4,63460	4,09672	3,94235	3,311
4,65669	4,11026	3,95388	3,316
4,67495	4,12117	3,96311	3,320
4,69004	4,12998	3,97049	3,323
4,70251	4,13708	3,97639	3,325
4,71282	4,14281	3,98111	3,327
4,72134	4,14742	3,98489	3,329
4,72838	4,15115	3,98791	3,330
4,73420	4,15415	3,99033	3,331
4,73901	4,15657	3,99226	3,331
4,74298	4,15853	3,99381	3,332
4,74627	4,16010	3,99505	3,332
4,74898	4,16137	3,99604	3,332
4,75122	4,16240	3,99683	3,333
4,75308	4,16322	3,99746	3,333
4,75461	4,16389	3,99797	3,333
4,75588	4,16443	3,99838	3,333
4,75692	4,16486	3,99870	3,333
4,75779	4,16521	3,99896	3,333
4,75850	4,16549	3,99917	3,333
4,75909	4,16572	3,99934	3,333
4,75958	4,16590	3,99947	3,333
4,75998	4,16605	3,99957	3,333
4,76032	4,16617	3,99966	3,333
4,76059	4,16627	3,99973	3,333
4,76082	4,16634	3,99978	3,333
4,76101	4,16641	3,99983	3,333
4,76116	4,16646	3,99986	3,333
4,76129	4,16650	3,99989	3,333
4,76140	4,16653	3,99991	3,333
4,76149	4,16656	3,99993	3,333
4,76156	4,16658	3,99994	3,333
4,76162	4,16660	3,99995	3,333

TABELA 3 - MONTANTE EM RENDAS CERTAS $\frac{(1 + i)^n}{i} = Sn - i$

n	i	0,50%	1,00%	1,50%	2,00%	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	6,50%
1	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
2	2,005000	2,010000	2,020000	2,030000	2,040000	2,050000	2,060000	2,070000	2,080000	2,090000	2,100000	2,110000	2,120000	2,130000
3	3,015025	3,030100	3,045225	3,060400	3,075625	3,090900	3,106225	3,121600	3,137025	3,152500	3,168025	3,183600	3,199225	3,214900
4	4,030100	4,060400	4,090900	4,121600	4,152500	4,183625	4,214943	4,246464	4,278191	4,310125	4,342266	4,374616	4,407175	4,439941
5	5,050025	5,101005	5,152627	5,204040	5,256329	5,309136	5,362466	5,416323	5,470710	5,525631	5,581097	5,637093	5,693641	5,750745
6	6,075950	6,152015	6,229551	6,308121	6,387737	6,468410	6,550152	6,632975	6,716892	6,801913	6,888051	6,975319	7,063728	7,153287
7	7,105879	7,213535	7,322294	7,432483	7,544300	7,657943	7,773508	7,890994	8,010411	8,131758	8,254036	8,378245	8,504384	8,632463
8	8,141409	8,285671	8,432439	8,582969	8,736116	8,892336	9,051687	9,214226	9,380014	9,549109	9,721573	9,897468	10,076856	10,259745
9	9,182116	9,368827	9,559332	9,754628	9,954519	10,159106	10,368496	10,582795	10,802114	11,026564	11,256260	11,491316	11,731852	11,978985
10	10,228026	10,462213	10,702722	10,947921	11,199106	11,456382	11,719739	12,000107	12,288209	12,577893	12,875354	13,180795	13,494423	13,816463
11	11,279167	11,566835	11,863262	12,168715	12,484366	12,807796	13,141992	13,486351	13,841179	14,206787	14,583498	14,971643	15,371560	15,783711
12	12,335562	12,682503	13,041211	13,412090	13,795553	14,192030	14,601962	15,025805	15,464032	15,917127	16,385591	16,869941	17,370111	17,887311
13	13,397426	13,809328	14,236830	14,680332	15,140442	15,617790	16,113030	16,626838	17,159913	17,712983	18,286798	18,882138	19,499808	20,140008
14	14,464226	14,947421	15,450382	15,973938	16,518953	17,086332	17,679986	18,299111	18,943210	19,612952	20,308752	21,031066	21,780295	22,556149
15	15,536548	16,096896	16,682138	17,293417	17,931927	18,598581	19,295681	20,023588	20,784054	21,578564	22,408663	23,275970	24,182169	25,128619
16	16,616420	17,257864	17,932370	18,639285	19,380225	20,156881	20,971030	21,824531	22,719337	23,657492	24,641140	25,672528	26,754010	27,886419
17	17,697301	18,430043	19,201355	20,012071	20,864730	21,756588	22,692016	23,675712	24,714707	25,804363	26,943603	28,137280	29,390321	30,708067
18	18,785788	19,614748	20,489376	21,412312	22,386349	23,414435	24,499691	25,645413	26,855084	28,132385	29,481205	30,905653	32,411067	33,993622
19	19,879717	20,810895	21,796716	22,840559	23,946007	25,116868	26,357180	27,671229	29,063562	30,539004	32,102671	33,759992	35,516722	37,385591
20	20,979115	22,019004	23,123667	24,297370	25,544658	26,870374	28,279682	29,778079	31,371423	33,065954	34,868318	36,785591	38,829509	40,999808
21	22,084011	23,239194	24,470522	25,783317	27,183274	28,674366	30,269471	31,969202	33,783137	35,719252	37,786076	39,992727	42,348954	44,869549
22	23,194431	24,471586	25,837580	27,298984	28,864963	30,536780	32,328902	34,247970	36,303378	38,505214	40,864310	43,392290	46,101636	48,998242
23	24,310403	25,716302	27,225144	28,844963	30,584427	32,452884	34,460414	36,617889	38,937030	41,430475	44,111847	46,958828	50,082424	53,509645
24	25,435195	26,973465	28,635521	30,421862	32,349038	34,426470	36,666528	39,082604	41,689196	44,501999	47,537998	50,815577	54,354628	58,187679
25	26,569115	28,243200	30,063024	32,030300	34,157764	36,459264	38,949857	41,645908	44,565210	47,727099	51,152588	54,864512	58,887679	63,271537
26	27,691911	29,525631	31,513969	33,670906	36,011708	38,553042	41,313102	44,311745	47,570645	51,113454	54,965981	59,156383	63,705766	68,586877
27	28,830370	30,820888	32,986678	35,344324	37,912001	40,709634	43,759060	47,067583	50,711324	54,669126	58,989109	63,733510	68,828112	74,325714
28	29,974522	32,129097	34,481479	37,051210	39,859801	42,930923	46,290627	49,967583	53,993333	58,402583	63,233510	68,528112	74,325714	80,641924
29	31,124395	33,450388	35,988701	38,792235	41,856296	45,218850	48,910799	52,966286	57,420303	62,322112	67,711354	73,639798	80,164192	86,374864
30	32,280017	34,784892	37,536681	40,568079	43,902703	47,573416	51,622677	56,084938	61,007703	66,438648	72,439478	79,058186	86,374864	92,989230
31	33,441417	36,132740	39,101762	42,379441	46,000271	50,002678	54,429471	59,283335	64,752388	70,770790	77,419429	84,801677	92,989230	100,033530
32	34,608624	37,494068	40,688288	44,227030	48,150278	52,502759	57,334502	62,701469	68,666245	75,298829	82,677498	90,889778	100,033530	108,937710
33	35,781667	38,969009	42,298612	46,111570	50,354034	55,077841	60,341210	66,209527	72,756226	80,063771	88,224760	97,343165	107,535710	118,525531
34	36,960575	40,257699	43,933092	48,033802	52,612885	57,730177	63,453152	69,859709	77,030256	85,066959	94,071122	104,183755	115,525531	128,034690
35	38,145378	41,660276	45,592088	49,994478	54,928207	60,465208	66,740133	73,852225	81,966188	91,036364	101,251364	111,434780	123,034690	136,046945
36	39,336105	43,076878	47,279669	51,994367	57,301413	63,275944	70,007603	77,598314	86,163966	95,836323	106,765189	119,120867	133,096945	147,482847
37	40,532785	44,503724	49,051099	54,032455	59,733948	66,174223	73,457869	81,702246	91,041344	101,628139	113,673274	127,268119	142,748247	159,758032
38	41,735449	45,957724	50,719885	56,111490	62,227297	69,159449	77,028895	85,970336	96,138205	107,709546	120,887324	135,904206	152,362587	170,336585
39	42,944127	47,412251	52,480684	58,237238	64,782979	72,342630	80,724906	90,409150	101,464424	114,095023	128,536127	145,058458	163,973630	185,919166
40	44,158847	48,886473	54,267894	60,401983	67,402554	75,401263	84,550278	95,025516	107,030323	120,799774	136,605614	154,761966	175,913616	201,098612
41	45,379642	50,375237	56,081912	62,610023	70,837108	79,663392	89,509537	99,826536	111,846688	127,839763	145,118923	165,047684	188,047990	214,271110
42	46,606540	51,879899	57,923141	64,862223	73,839808	82,027371	92,607371	104,819598	118,924789	135,231751	154,100464	175,950545	201,098612	228,046529
43	47,839572	53,397779	59,791988	67,159468	75,668083	85,483892	96,848629	110,012382	125,276404	142,993339	163,575989	187,507577	215,353732	245,321587
44	49,078717	54,931757	61,682060	69,502657	78,552323	89,048409	101,238331	115,412392	131,913842	150,770156	173,572660	199,758032	230,351725	264,324587
45	50,324164	56,481075	63,614201	71,892710	81,516131	92,719861	105,781673	121,029397	138,849965	159,700156	184,119165	212,743514	246,324587	285,336585
46	51,575785	58,048885	65,568414	74,330564	84,554034	96,501403	110,484031	126,870568	146,098214	168,685164	195,245719	226,508125	261,452504	302,746917
47	52,833664	59,626344	67,551940	77,681716	88,677885	101,396501	115,350933	132,945390	153,672633	178,119422	206,984234	241,098612	281,452504	330,746917
48	54,097832	61,222608	69,565219	79,353519	90,895982	104,408396	120,388257	139,263206	161,587902	188,025393	219,368367	256,564529	300,746917	353,295467
49	55,368321	62,836234	71,608698	81,940590	94,131072	108,540648	125,601846	145,833734	169,859357	198,426663	232,433627	272,958401	321,295467	377,919672
50	56,645163	64,463182	73,682828	84,579401	97,484349	112,796867	130,997910	152,667084	178,503028	209,347996	246,217476	290,335905	343,179672	404,686351
51	57,928389	66,107814	75,788070	87,270989	100,921458	117,180773	136,582837	159,773767	187,535665	220,815396	260,759438	308,756059	366,486351	437,919672

TABELA 3 – MONTANTE EM RENDAS CERTAS $\frac{(1+i)^n}{i} = Sn - i$

n\i	7,00%	7,50%	8,00%	9,00%	10,00%	11,00%	12%	13,00%	15,00%	16%	17%	18%	20%
1	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
2	2,070000	2,075000	2,080000	2,090000	2,100000	2,110000	2,120000	2,130000	2,150000	2,160000	2,170000	2,180000	2,200000
3	3,149000	3,230625	3,246400	3,278100	3,310000	3,342100	3,374400	3,406900	3,472500	3,505600	3,538900	3,572400	3,640000
4	4,399433	4,472922	4,506112	4,573129	4,641000	4,709731	4,779328	4,849797	4,99338	5,06650	5,14051	5,21543	5,36800
5	5,750739	5,808391	5,866601	5,984711	6,105100	6,227801	6,352847	6,480271	6,74238	6,87714	7,01440	7,15421	7,44160
6	7,152921	7,244020	7,335929	7,523335	7,715610	7,912860	8,115189	8,322706	8,75374	8,97748	9,20685	9,44197	9,92992
7	8,654021	8,77322	8,922803	9,200435	9,487171	9,783274	10,089012	10,40658	11,06680	11,41387	11,77201	12,14152	12,91590
8	10,259803	10,446371	10,636628	11,028474	11,539888	11,859434	12,299693	12,757263	13,72682	14,24009	14,77325	15,32700	16,49908
9	11,977969	12,229849	12,487558	13,021036	13,579477	14,163972	14,775656	15,415707	16,78584	17,51851	18,28471	19,08585	20,79890
10	13,816448	14,147087	14,486562	15,192930	15,937425	16,722009	17,548735	18,419749	20,30372	21,32147	22,39311	23,52131	25,95868
11	15,783599	16,208119	16,645487	17,560293	18,531167	19,561430	20,654583	21,814317	24,34928	25,73290	27,19994	28,75514	32,15042
12	17,888451	18,423718	18,971126	20,140720	21,384284	22,713187	24,133138	25,650178	29,00167	30,85017	32,82393	34,93107	39,58050
13	20,140643	20,805508	21,495297	22,953385	24,522712	26,211638	28,029109	29,984701	34,35192	36,78620	39,40399	42,21866	48,49650
14	22,550488	23,365921	24,214920	26,019189	27,974983	30,094918	32,392602	34,882712	40,50471	43,67199	47,10267	50,81802	59,19562
15	25,122902	26,118365	27,152114	29,360916	31,772482	34,406359	37,279715	40,417464	47,58041	51,65951	56,11013	60,96527	72,03511
16	27,886004	29,077242	30,324283	35,949730	39,189948	42,575328	46,671735	55,711747	65,71747	70,92503	76,64885	82,93901	97,44213
17	30,840217	32,150226	33,502026	36,973705	40,470703	44,500843	48,883674	53,739060	65,07509	71,67303	78,97915	87,06804	105,93556
18	33,999033	35,677388	37,450244	41,301338	45,599173	50,395936	55,749715	61,725138	75,83636	84,14072	93,40561	103,74028	128,11667
19	37,378965	39,353192	41,446263	46,018458	51,159900	56,939488	63,439681	70,749406	88,21181	98,60323	110,28456	123,41353	154,74000
20	40,995492	43,304681	45,761964	51,160120	57,274999	64,202832	72,052442	80,946829	102,44358	115,37975	130,03294	146,62797	186,68800
21	44,865177	47,552532	50,422921	56,764530	64,002499	72,265144	81,698736	92,466917	118,81012	134,84051	153,13854	174,02100	225,02560
22	49,003739	52,118972	55,456755	62,873338	71,402749	81,214309	92,502584	105,491006	137,63164	157,41499	180,17209	206,34479	271,03072
23	53,436141	57,027895	60,893296	69,531939	79,543024	91,147884	104,602894	120,204837	159,27638	183,60138	211,80134	244,48685	326,23686
24	58,176671	62,304987	66,764759	76,789813	88,497327	102,174151	118,155241	136,831465	184,17684	213,97761	248,80757	289,49448	392,48424
25	63,249038	67,977862	73,105940	84,370086	98,347059	114,413378	133,333870	155,619556	212,79302	249,21402	292,10486	342,60349	471,98108
26	68,676470	74,076201	79,954415	93,323977	109,181765	127,988771	150,333934	176,850098	245,71197	290,08827	342,76268	405,27211	567,37730
27	74,483823	80,631916	87,350768	102,723135	121,099942	143,078636	169,374007	200,840611	283,56877	337,50239	402,03234	479,22109	681,85276
28	80,697691	87,693101	95,338830	112,968821	134,209936	159,817286	190,698887	227,949890	327,10408	392,50277	471,37783	566,48089	819,22331
29	87,346529	95,252528	103,965936	124,135356	148,630930	178,397187	214,582754	258,583376	377,19699	456,30322	552,51207	669,44745	984,06797
30	94,460786	103,999403	113,283211	136,307539	164,494023	199,020878	241,332684	293,199215	434,74515	530,31173	647,43912	790,94799	1181,88157
31	102,073041	112,154358	123,345868	149,575217	181,943425	221,913174	271,292606	332,315113	500,95692	616,16161	758,50377	934,31863	1419,25788
32	110,218154	121,565935	134,213537	164,036987	201,137767	247,323624	304,847719	376,516078	577,10046	715,74746	888,44941	1103,49598	1704,10946
33	118,913425	131,683380	145,950620	179,800315	222,251544	275,529222	342,429446	426,463168	664,66552	831,26706	1040,48581	1303,12526	2045,93135
34	128,258765	142,559633	158,626670	196,982344	245,476699	306,837437	384,520979	482,903380	765,36535	965,26979	1218,36839	1538,68781	2456,11762
35	138,236878	154,251606	172,316804	216,710755	271,024368	341,589555	431,663496	546,680819	881,17016	1120,71295	1426,49102	1816,65161	2948,34115
36	148,913460	166,820476	187,102148	235,124723	299,126805	380,164406	484,463116	618,749325	1014,34568	1301,02953	1669,99450	2144,64890	3539,00937
37	160,332012	180,332012	203,070320	268,375948	330,039486	422,982490	534,598690	679,211014	1167,49753	1510,19135	1954,89356	2531,68570	4247,81125
38	172,561020	194,856913	220,315945	282,629783	364,043434	470,510564	609,830533	792,211014	1343,622116	1752,82197	2288,22547	2988,38913	5098,37350
39	185,640292	210,471181	238,941221	309,066463	401,447778	523,266726	684,010197	896,198445	1546,12849	2034,27348	2678,22379	3527,29918	6119,04820
40	199,635112	227,256520	259,056519	337,882445	442,592556	581,826066	767,091420	1013,704243	1779,09031	2360,75724	3134,52184	4163,21303	7343,52184
41	214,609570	245,300759	280,781040	369,291865	487,851811	646,826934	860,142391	1146,485795	2046,95385	2739,47840	3668,39055	4913,59137	8813,62941
42	230,632240	264,680915	304,243233	403,528133	537,636992	719,067786	964,359478	1296,828948	2254,99693	3178,79494	4293,01695	5799,03782	10577,35529
43	247,776496	285,950889	329,583005	440,845665	592,400692	799,065655	1,081,08261	1,466,077712	2,709,24647	3,688,40213	5,023,82983	6,843,86463	12,693,82635
44	266,120851	307,969991	356,949646	481,521775	652,604767	887,962669	1,211,81252	1,667,667814	2,916,63344	4,279,54648	5,878,88090	8,076,76026	15,253,59162
45	285,751763	332,064515	386,505617	525,858734	718,940837	986,638559	1,358,23003	1,874,164630	3,385,12846	4,965,27391	6,879,29065	9,531,57711	18,281,30994
46	306,751763	357,969354	418,426067	574,186021	791,795321	1,096,16680	1,522,21763	2,118,806032	4,123,89733	5,760,71774	8,049,77006	11,248,26098	21,938,57193
47	329,224386	385,817055	452,900152	626,862762	871,974853	1,217,74736	1,705,88375	2,395,250816	4,743,48239	6,683,43257	9,419,23097	13,273,94796	26,327,28631
48	353,370093	415,753334	490,132164	684,280411	960,172338	1,352,69958	1,911,58980	2,707,633422	5,456,00475	7,753,78179	11,021,50024	15,664,25859	31,593,74358
49	378,990000	447,934835	530,342737	746,856548	1,057,18957	1,502,49653	2,141,98057	3,060,623767	6,275,40546	8,995,38687	12,896,15528	18,484,82514	37,913,49229
50	406,528929	482,529947	573,770156	815,083556	1,163,90852	1,668,77115	2,400,01824	3,459,507117	7,217,71628	10,435,64877	15,089,50167	21,813,09367	45,491,19075
51	435,985955	519,719693	620,671769	889,441076	1,281,29938	1,853,33597	2,689,02043	3,910,243042	8,301,37372	12,106,35258	17,655,71696	25,740,45053	54,597,62890

TABELA 3 – MONTANTE EM RENDAS CERTAS $\frac{(1+i)^n - 1}{i} = S_n - \frac{1}{i}$

21%	24%	25%	30%
1.00000	1.00000	1.00000	1.000
2.21000	2.24000	2.25000	2.300
3.67410	3.77760	3.81250	3.990
5.44566	5.68422	5.76563	6.187
7.58925	8.04844	8.20703	9.043
10.18299	10.98006	11.25879	12.756
13.32142	14.61528	15.07349	17.583
17.11892	19.12294	19.84186	23.858
21.71389	24.71245	25.80232	32.015
27.27381	31.64344	33.25290	42.619
34.00131	40.23787	42.56613	56.405
42.14158	50.89495	54.20766	74.327
51.99132	64.10974	68.75958	97.625
63.90949	80.49608	86.94947	127.913
78.33049	100.81514	109.68684	167.286
95.77989	126.01077	138.10855	218.472
116.89367	157.25336	173.63568	285.014
142.44134	195.99416	218.04460	371.518
173.35402	244.03276	273.55576	483.973
210.75836	303.60062	342.94470	630.165
256.01762	377.46477	425.68087	820.215
310.78131	469.05632	538.10109	1.067.280
377.04539	582.62984	673.62636	1.388.464
457.22492	723.46100	843.03295	1.806.003
554.24216	898.09164	1.054.79118	2.348.803
671.63301	1.114.63363	1.319.48898	3.054.444
813.67594	1.383.14570	1.650.36123	3.971.778
985.54789	1.716.10067	2.063.95153	5.164.311
1.193.51295	2.128.96483	2.580.93941	6.714.604
1.445.15066	2.640.91639	3.227.17427	8.729.985
1.749.63230	3.275.73632	4.034.96783	1.1349.981
2.118.05509	4.062.91304	5.044.70979	1.4755.975
2.563.84666	5.039.01217	6.306.88724	1.9183.768
3.103.25445	6.249.37509	7.884.60905	2.4939.899
3.755.93789	7.750.22511	9.856.76132	3.2422.868
4.545.68485	9.611.27913	1.2321.95164	4.2150.729
5.501.27866	1.1918.98612	1.5403.43956	5.4796.947
6.657.54718	1.4780.54279	1.9255.29944	7.1237.031
8.056.63209	1.8328.87306	2.4070.12430	9.2609.141
9.749.52483	2.2728.80260	3.0088.65538	12.0392.883
11.797.92505	28.184.71522	3.7611.81923	15.6511.748
14.276.48931	34.950.04688	4.7015.77403	20.3466.272
1.7275.55206	4.3339.05813	5.8770.71754	26.4507.153
2.0904.41799	5.3741.43208	7.3464.39693	34.3860.299
2.5295.34577	6.6640.37577	9.1831.49616	44.7019.389
3.0608.36838	8.2635.06596	1.14790.37020	58.1126.206
3.7037.12574	1.02468.48179	1.43488.96275	75.5465.067
4.4815.92215	1.27061.91742	1.79362.20343	98.2105.588
5.4228.26580	1.57557.77760	2.24203.75429	1.276738.264
6.5617.20162	1.95372.64423	2.80255.69286	1.659760.743
7.9397.81396	2.42263.07884	3.50320.61608	2.157689.966

página deixada intencionalmente em branco

Bibliografia

BARUFI, Maria Cristina Bonimi. *Pró Concurso – Matemática*. São Paulo.

MARQUES, Paulo. “*Matemática para vestibulares*”. Internet: www.gd.com.br/pgmarques – 2000.

MATIAS, Washington Franco; MATHIAS, Washington Franco e GOMES, José Maria. *Matemática financeira*. São Paulo: Atlas, 1982. 486 p.

ROSSETO, Vicente. *Pró Concurso – Matemática Financeira*. São Paulo.

SÉRATES, Jonofon. *Raciocínio lógico: lógico-matemático, lógico-quantitativo, lógico-numérico, lógico-analítico, lógico-crítico*. 8. ed. Brasília: Editora Jonofon Ltda., 1998. 2v.

Projeto MAT WEB, www.sercontel.com.br/matematica

Provas de concursos – CESPE/UnB.

Provas de concursos – Esaf.

página deixada intencionalmente em branco